INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profs: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxs: Fernanda Bravo
André Carboni
Rodrigo Wolf

Auxiliar 6

27 de mayo 2009

PREGUNTA 1

Una compañía de automóviles quiere producir un nuevo modelo de auto en su línea de producción, la cual cuenta con una capacidad ociosa. Este modelo puede producirse en dos tipos: BKN y NORMAL.

El auto BKN y el NORMAL le rentarán a la compañía una utilidad de 5 y 4 unidades monetarias respectivamente. El gerente de marketing sostiene que la demanda total por este modelo es de 5 unidades por día, como máximo. El gerente de recursos humanos afirma que se cuenta con 45 horas-hombre por día para dedicar a esta nueva línea productiva. Además, en el departamento de operaciones se ha estimado que se requieren 10 horas-hombre por día para producir una unidad del modelo BKN y 6 horas-hombre por día para producir una unidad del modelo NORMAL.

i. Plantee el modelo de programación entera que debe resolver el gerente de producción de la empresa.

ii. Entregue la solución del problema desarrollando el algoritmo de Branch & Bound.

PREGUNTA 2

Resuelva el siguiente problema utilizando el algoritmo de ramificación y acotamiento. Explique claramente cada una de sus iteraciones.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ & x_1, \quad x_2, \quad x_3 \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Al resolver el problema relajado se tiene que la solución óptima es:

$$x_1 = 1$$
$$x_2 = 2/3$$
$$x_3 = 1$$

PREGUNTA 3

En el proceso de resolver un problema de programación lineal entera de maximización (PE) con el algoritmo de ramificación y acotamiento, se ramifico un problema en dos subproblemas P^- y P^+. Sea $\overline{z}$ la mejor cota inferior obtenida hasta el momento (incúmbente) y z^-, z^+ los valores óptimos de los problemas P^- y P^+ respectivamente. Para cada una de las siguientes situaciones diga, justificando, cuales de los subproblemas, no es necesario ramificar.

a) $z^- > \overline{z} > z^+$

b) $z^- > z^+ > \overline{z}$ y la solución optima para de P^- es factible para (PE)

c) P^+ es infactible, la solución optima de P^- es factible para (PE) y $z^- \leq \overline{z}$

PREGUNTA 4

La prestigiosa empresa de artículos electrónicos LEANDRO S.A. cuenta actualmente con 2 marcas de televisores altamente reconocidas: CHRONO y ZIPPY.

Para construir estos televisores se necesitan varias componentes, sin embargo sólo una de ellas es importante en cuanto a costos y el resto se puede despreciar. Dicho insumo cuesta $200 y el televisor CHRONO requiere de 3 unidades de éste, mientras que el televisor ZIPPY requiere de 4 unidades. El presupuesto diario para dicho insumo es de $5300.
Por otra parte, para construir los televisores se requiere de mano de obra. Se ha evaluado que para construir un televisor CHRONO se necesita de una cantidad de personal equivalente a $710, mientras que para un ZIPPY sólo se necesitan $400. La empresa cuenta con un presupuesto diario de $3700 destinado a mano de obra.

Se sabe que cada televisor CHRONO generará utilidades de $500, mientras que uno ZIPPY generará $400.

1) (1 pto.) Plantee el modelo de programación lineal entera que debe resolver la empresa para maximizar sus utilidades diarias.
2) (5 pts.) Entregue la solución del problema usando el algoritmo de Branch & Bound (Ramificación y acotamiento). Recuerde que puede resolver los subproblemas gráficamente.

INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profs: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxs: Fernanda Bravo
André Carboni
Rodrigo Wolf

Pauta Auxiliar 1

18 de marzo 2009

PREGUNTA 1

SOLUCION

i. Variables

$x_1 =$ **Cantidad de autos BKN fabricados en el día**

$x_2 =$ **Cantidad de autos NORMAL fabricados en el día**

Restricciones

i. No más de la demanda

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

ii. No utilizar más de las HH que se tienen

$$10x_1 + 6x_2 \leq 45$$

iii. Naturaleza de las variables

$$x_j \in N \bigcup \{0\}$$

Función Objetivo

Máx $z = 5x_1 + 4x_2$

Debemos desarrollar el siguiente árbol para encontrar las soluciones óptimas.

ii. Cada una de las ramas del árbol, se deben resolver de forma gráfica.

Solución al realizar el B&B. Las soluciones de cada subproblema se resuelven gráficamente.

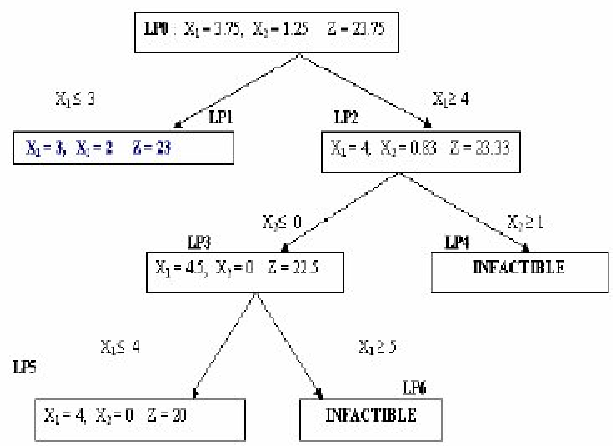


Figura 1: Árbol que resulta de la ramificación.

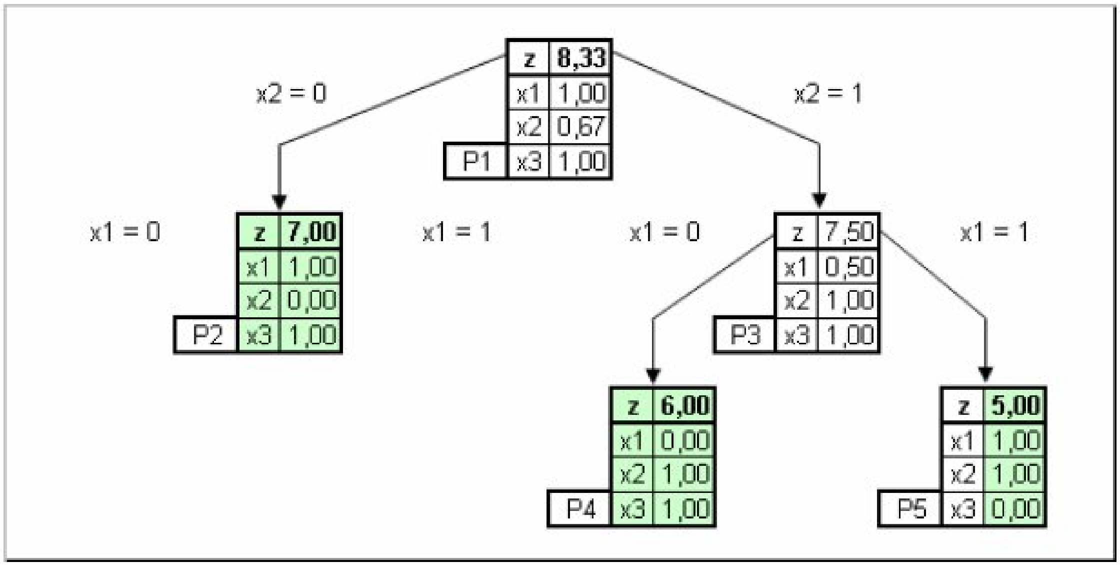
Por lo tanto la solución óptima es:

$$x_1 = 3$$
$$x_2 = 2$$
$$z = 23$$

PREGUNTA 2

SOLUCION

Vamos a resolver el problema anterior. Antes mostramos el árbol a desarrollar.



Subproblema 1

Este problema corresponde a la solución del problema relajado.

x1	1
x2	2/3
x3	1

Subproblema 2

$$\begin{aligned} &\text{Max } 3x_1 + 4x_3 \\ &\text{s.a } 2x_1 + x_3 \leq 5 \\ &\quad x_1, \quad x_3 \in [0,1] \end{aligned}$$

En este caso podemos ver que es conveniente que x_3 tome el mayor valor posible puesto que tiene un mayor nivel de ingreso relativo (beneficio/capacidad) por lo tanto $x_3 = 1$, con lo cuál x_1 es menor que 2. Por lo tanto la solución es:

x1	1
x2	0
x3	1

Subproblema 3

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 3x_1 + 4x_3 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + x_3 \leq 3 \\ & x_1, \quad x_3 \in [0,1] \end{aligned}$$

Basados en el mismo razonamiento anterior, podemos ver que es conveniente que x_3 tome el mayor valor posible por lo tanto $x_3 = 1$, con lo que x_1 es menor que ½. Por lo tanto la solución es:

x1	½
x2	1
x3	1

Subproblema 4

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 2 + 4x_3 \\ \text{s.a} \quad & x_3 \leq 2 \\ & x_3 \in [0,1] \end{aligned}$$

En este caso tenemos que $x_3 = 1$. Por lo tanto la solución es:

x1	0
x2	1
x3	1

Subproblema 5

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 5 + 4x_3 \\ \text{s.a} \quad & x_3 \leq 0 \\ & x_3 \in [0,1] \end{aligned}$$

En este caso tenemos que $x_3 = 1$. Por lo tanto la solución es:

x1	1
x2	1
x3	0

Por lo tanto la solución es la que se encontró en el subproblema 2.

PREGUNTA 3

SOLUCION

a) $z^- > \bar{z} > z^+$

No es necesario ramificar P^+ porque los problemas en esta rama tienen un valor optimo menor o igual a z^+, por lo tanto no hay soluciones con valor mejor que $\bar{z}$.

b) $z^- > z^+ > \bar{z}$ y la solución optima para de P^- es factible para (PE)

No es necesario ramificar P^- porque su solución óptima es factible para (PE). La cota inferior puede ser actualizada ($\bar{z} \leftarrow z^-$). Cómo z^+ es menor que el valor de una solución factible para (PE), no es necesario ramificar P^+.

c) P^+ es infactible, la solución optima de P^- es factible para (PE) y $z^- \leq \bar{z}$

No es necesario ramificar P^+ porque este problema es infactible. No es necesario ramificar P^- porque su valor óptimo no es mejor $\bar{z}$ o porque su solución es factible para PE)

PREGUNTA 4

1) Variables de decisión:

X = Cantidad de televisores CHRONO producidos
Y = Cantidad de televisores ZIPPY producidos

Restricciones:

1. Insumo:

$$600*X + 800*Y \leq 5300$$

2. Mano de obra:

$$710*X + 400*Y \leq 3700$$

3. Naturaleza de las variables

$$X, Y \in \mathbb{N}$$

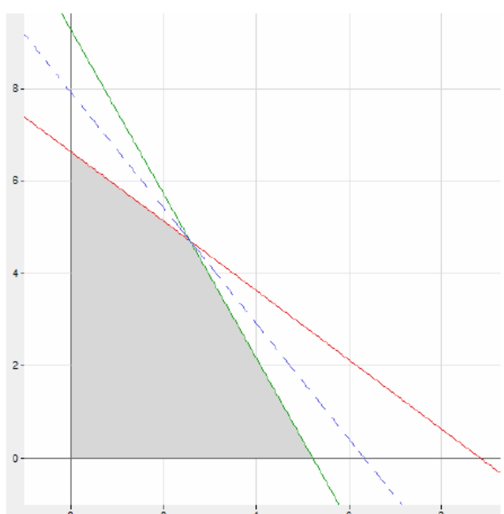
Función objetivo:

$$\text{Max } z = 500*X + 400*Y$$

2) Debemos resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 500x + 400y \\ \text{s.a.} \quad & 600x + 800y \leq 5300 \\ & 710x + 400y \leq 3700 \\ & x, y \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

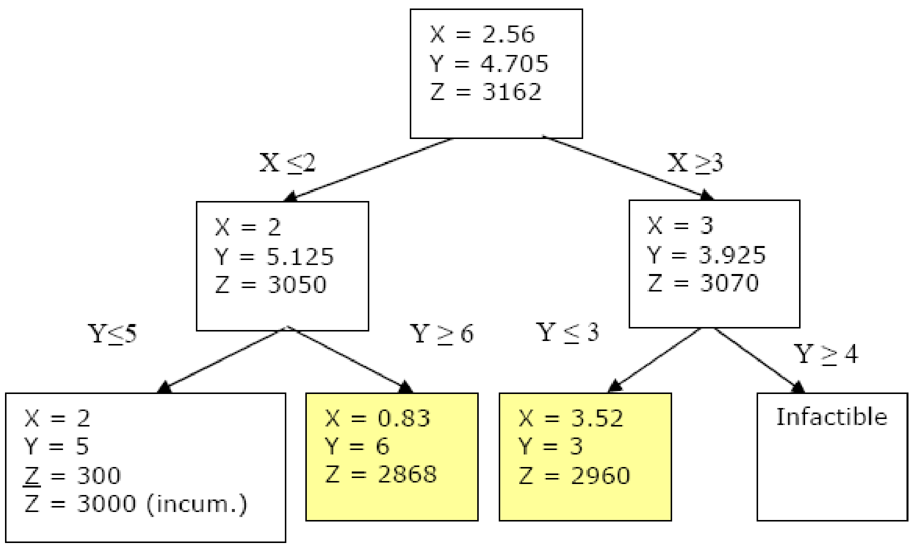
Gráficamente:



Primero se resuelve el problema relajado, donde intersectando las restricciones obtenemos que X=2.56, Y=4.705 y Z=3162

Luego se procede a la ramificación, comenzando con el incumbente $z = -\infty$.
La resolución se muestra en el árbol siguiente, es importante aclarar que cada nodo contiene además de la restricción que se especifica en el mismo, las restricciones de toda la rama superior a él.

La solución entera es X=2, Y=5 y Z=3000.



<u>Observaciones</u>:

1.- En los nodos amarillos se dejó de ramificar pues en ellos el valor de Z es peor que el incumbente.
2.- Se puede comenzar a ramificar por la variable Y, y se debe llegar al mismo resultado.

Dudas y/o comentarios
Ma. Fernanda Bravo
mariabra@ing.uchile.cl