Decisiones Colectivas,

Externalidades y Bienes Públicos

Apuntes para el Curso IN52A Política Económica

Eduardo Engel y Alejandro Neut

Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Abril de 1995

Prefacio

En este apunte se provee un marco conceptual útil para analizar la intervención de los gobiernos en el ámbito ecónomico (eficiencia de Pareto y decisiones colectivas) y luego se aplica este marco al caso de externalidades y bienes públicos.

Las externalidades y los bienes públicos son dos de los principales motivos por los cuales los gobiernos intervienen en el ámbito económico. La contaminación atmosférica, la congestión vehicular, la certificación de exportaciones, la sindicalización obligatoria y la sobreexplotación pesquera son ejemplos de problemas en que el diseño de políticas adecuadas requiere comprender las materias tratadas en este apunte.

Este es un primer borrador, incompleto y suceptible de mejoras sustanciales. Estas mejoras no son sólo responsabilidad de los autores sino que también de los lectores. Cualquier sugerencia — desde un error de ortografía hasta un error conceptual serio, pasando por un ejemplo ilustrativo adicional — es sumamente bienvenida.[1]

Eduardo Engel y Alejandro Neut
Santiago, Abril de 1995

[1] El beneficio que generarán estas sugerencias es un ejemplo de externalidad positiva, pues beneficiarán a quienes tomen el curso posteriormente. En consecuencia (ver sección 3) es altamente probable que recibamos menos sugerencias de lo socialmente óptimo. Con objeto de reducir los costos de transacción correspondientes y, en consecuencia, el grado de ineficiencia generado a la externalidad, invitamos a los lectores a enviar las sugerencias por correo electrónico a eengel@dii.uchile.cl

Índice General

Capítulo 1

Eficiencia y Competencia Perfecta

Una economía está integrada por diversos agentes económicos. Estos se dividen en dos grandes grupos según la actividad que desarrollen —los productores y los consumidores—. Dependiendo de las acciones que emprendan los distintos agentes pueden obtenerse diversos escenarios económicos, los que a su vez determinan el beneficio percibido por cada integrante. Se dice que una economía es **Pareto-eficiente** (P-eficiente) si el accionar de sus agentes lleva a que cada uno de estos se encuentre en una situación que sólo puede mejorar si se perjudica a otro. Dada esta definición tendremos que es siempre deseable una economía P-eficiente, de lo contrario se podría mejorar la situación de alguien sin disminuir el beneficio de nadie.[1]

1.1 Eficiencia en equilibrio parcial

Estudiaremos el mercado de un bien. Por un lado se tiene a los productores que intentan maximizar sus utilidades (iguales a ingresos menos costos), con lo que obtendremos que la curva de oferta de bien viene dada por el costo marginal de producción. Por el lado de los consumidores supondremos una demanda unitaria. Esto significa que cada individuo consume solamente **una** unidad del bien si el precio se encuentra por debajo de un precio umbral (disposición a pagar), de lo contrario no consume nada; ejemplos clásico de este tipo de bienes lo constituyen el periódico y bienes durables como automoviles o refrigeradores. La curva de demanda de mercado se construye alineando las disposiciones a pagar de los distintos individuos (denotada por P_i para el individuo i) de mayor a menor.

$$\text{Demanda de consumidor } i = \begin{cases} 0 \text{ si } P \text{ es mayor que } P_i, \\ 1 \text{ si } P \text{ es menor que } P_i. \end{cases}$$

El excedente de los productores (utilidades) es igual a los ingresos menos los costos. Los ingresos son iguales a $P_0 \times Q_0$ (véase la Figura 1.1) mientras los costos quedan representados por el area bajo la curva de oferta (entre $Q = 0$ y $Q = Q_0$)[2]. Por lo tanto el excedente de los productores queda determinado por el area achurada de la figura 1.1.

El excedente de los consumidores se refiere al ahorro que estos consiguen producto del precio al que compran el bien. Los consumidores con un precio umbral menor a P_0 no obtienen ningún ahorro pues no compran nada. Los consumidores con una disposición a pagar mayor a P_0 obtienen un ahorro igual a la

[1] Esta sección es una versión resumida del material visto sobre este tema en los apuntes de *Competencia Perfecta* y *Competencia Imperfecta* del curso IN41A, véase Engel (1990a, 1990b).

[2] Esto supone un análisis de largo plazo en que los costos de producir nada son iguales a cero.

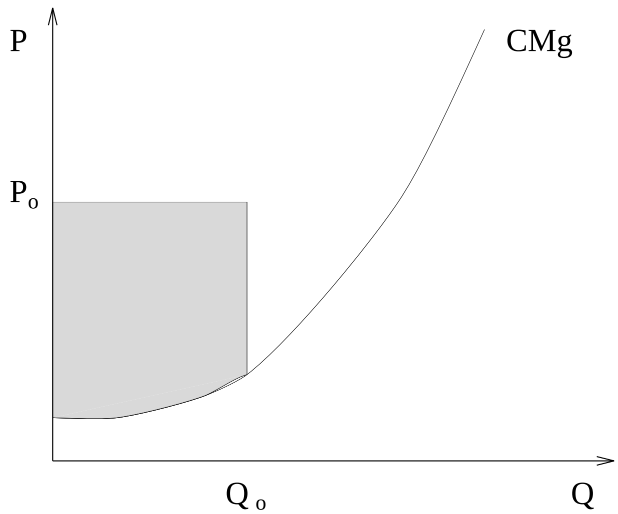

Figura 1.1: Excedente de los productores

diferencia entre estas dos magnitudes. Por lo tanto, el ahorro agregado de estos últimos se ve reflejado en el area achurada de la figura 1.2.

Definiendo el **excedente total** como la suma de todos los beneficios, tanto de productores como consumidores, se tendrá eficiencia sólo si se maximiza esta cantidad.

$$\text{Excedente total} = \overbrace{\int_0^{\overline{Q}} p_i^D(Q)\,\mathrm{d}(Q) - \overline{PQ}}^{\text{Excedente de consumidores}} \;+\; \overbrace{\overline{PQ} - c(\overline{Q})}^{\text{Excedente de Productores}}$$

$\Rightarrow$

$$\text{Excedente total} = \left[\int_0^{\overline{Q}} p_i^D(Q)\,\mathrm{d}(Q)\right] - c(\overline{Q})$$

Es interesante notar que el excedente total depende de la cantidad producida $\overline{Q}$ y no del precio $\overline{P}$. Este último sólo determinará la forma en que se distribuye este excedente entre los productores y los consumidores, como se aprecia en la figura 1.3.[3]

TEOREMA

El excedente total se maximiza en Q_c, P_c.

Dem: La intuición geométrica es evidente. Para más detalles véase Engel (1990b). ∎

Como Q_c corresponde al equilibrio de un mercado competitivo, se tiene que una situación de competencia perfecta maximiza el excedente total. Es importante notar que en caso de existir un monopolio no discriminante se producirá una cantidad menor a P_c, generando un marco económico ineficiente. Sin embargo, cuando el monopolio discrimina perfectamente la producción será igual a Q_c. En este caso existirá eficiencia, pero todo el excedente será del productor quien cobrará a cada individuo su disposición a

[3]Esto es válido en el caso en que el precio al que se vende el bien varía de un consumidor a otro. La intuición es la misma: el precio pagado sólo determina como se reparte el excedente total entre productores y consumidores, no el tamaño de este excedente.

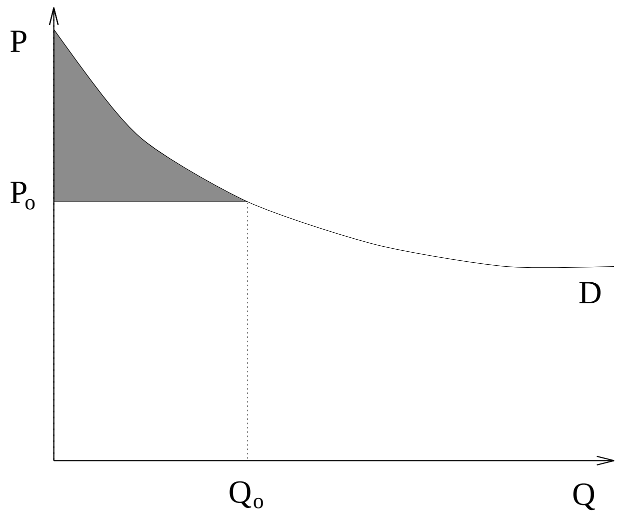

Figura 1.2: Excedente de los consumidores

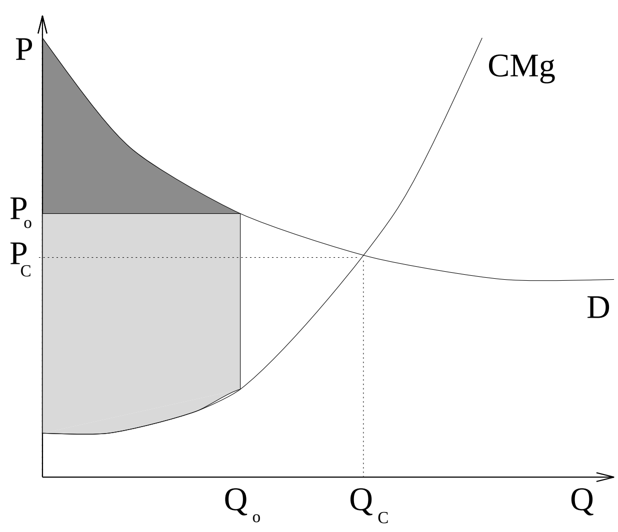

Figura 1.3: Excedente total

pagar.

1.2 Eficiencia de Pareto en equilibrio general y teoremas de bienestar

En la sección anterior estudiamos la eficiencia usando el concepto de excedente total. Si quisiéramos usar este concepto en un análisis de equilibrio general estaríamos obligados a considerar el excedente total generado en todos los mercados. Esto es sumamente engorroso, por lo cual en un análisis de este tipo conviene más volver al concepto de Pareto eficiencia original.

En la medida que sea posible reasignar las dotaciones iniciales de que disponen los individuos, generalmente existirá más de una asignación P-eficiente de los recursos. Este hecho se ilustra mejor en un análisis de equilibrio general en el ejemplo siguiente:

EJEMPLO

En una isla habitada por dos individuos —Robinson Crusoe y Viernes— hay un baúl de ropa y una canasta de frutas. El escenario en que Robinson Crusoe es dueño tanto del baúl como de la canasta es Pareto eficiente. Esto debido a que Crusoe no puede estar mejor y la única forma de mejorar la situación de Viernes es quitándole a Crusoe. Análogamente, la situación inversa en que Viernes posee todo también es Pareto eficiente. ∎

A pesar de estos problemas, existe un resultado importante que se mantiene y se expresa en los dos teoremas siguientes:

> **1er Teorema de Bienestar**: El equilibrio de una economía que es perfectamente competitiva es Pareto eficiente.

> **2do Teorema de Bienestar**: Cualquier asignación de recursos Pareto eficiente puede ser alcanzada bajo competencia perfecta, a condición de redistribuir adecuadamente las dotaciones iniciales.

Este conocido resultado fue intuido en 1776 por Adam Smith al escribir en su libro *La Riqueza de Las Naciones*:

“*Los individuos son guiados por una mano invisible, a promover un fin que no formaba parte de sus planes [...] preocupados de sus propios intereses frecuentemente promueven aquellos de la sociedad con mayor eficacia que cuando se proponen promoverlos.*”

El Primer Teorema de Bienestar dice que todos los equilibrios competitivos son P-eficientes. Sin embargo, tal como lo ilustra el ejemplo anterior, hay muchos equilibrios competitivos que son indeseables desde un punto de vista distributivo. El Segundo Teorema de Bienestar dice que cualquier asignación P-eficiente puede ser replicada mediante un equilibrio competitivo, a condición de reasignar adecaudamente las dotaciones iniciales que tienen los individuos. El calificativo “adecuadamente” se refiere a que esta reasignación debe hacerse sin interferir con los incentivos que tienen los individuos, es decir, mediante impuestos de suma alzada.[4]

Para ilustrar estos teoremas analizaremos el ejemplo de la isla con más detalle. Supondremos:

[4] Sobre este punto se vuelve más adelante en el curso al estudiar los impuestos.

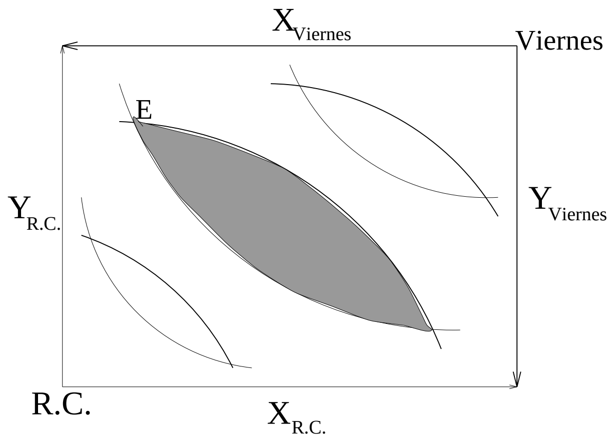

Figura 1.4: Diagrama de Edgeworth

- 2 invididuos : Robinson Crusoe y Viernes
- 2 bienes : *x*, *y* (Costo de producción: 0)
- Funciones de utilidad : $U_{RC}(x,y)$, $U_V(x,y)$
- Economía de intercambio (no hay producción)
- x total: $\overline{x}$
- y total: $\overline{y}$

Para graficar nos valdremos del diagrama de Edgeworth. Este consiste en superponer el gráfico de las isoutilidades de Crusoe con el gráfico de isoutilidades de Viernes (desplazado y rotado en 180 grados, es decir, con origen en la esquina superior izquierda) como lo muestra la figura 1.4. El desplazamiento horizontal del gráfico de isoutilidades de Viernes es igual a $\overline{x}$ mientras el desplazamiento vertical es igual a $\overline{y}$. Por lo tanto un punto dentro de este diagrama determina las cantidades de ropa y alimento adquiridas por cada personaje —dependiendo del sistema de coordenada que se emplee para 'verél punto se obtendrá la porción adquirida por cada uno— caracterizando así la economía. En otras palabras, la asignación de recursos se puede resumir en 1 punto del diagrama. De esta manera es fácil ver que el punto E del gráfico 1.4 **no** es óptimo de Pareto: ambos aumentan su utilidad situandose en puntos de la zona achurada. Los óptimos de Pareto están caracterizados por los puntos en que ambas curvas son tangentes (figura 1.5). En otras palabras, el conjunto de puntos donde las curvas de isoutilidad se tocan tangencialmente conforman una curva denominada **curva de contratos**: es el lugar geométrico de los óptimos de Pareto. Es fácil notar que esta curva une dos extremos opuestos de la caja de Edgeworth. La razón ya fue mencionada: Los estados en que un individuo es dueño de todo son Pareto eficientes.

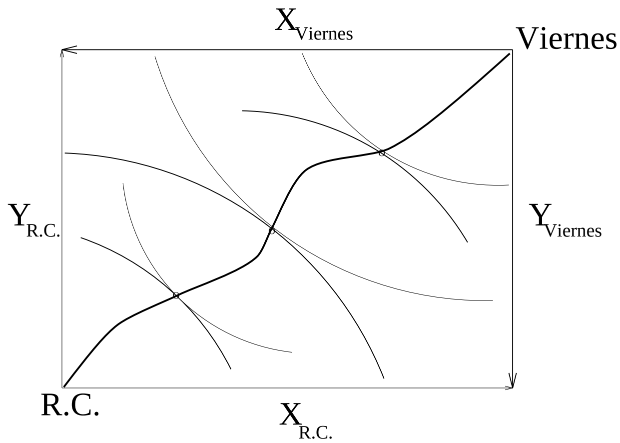

Figura 1.5: Curva de contratos

1.3 Teoría de bienestar social

Como vimos, existe una infinidad de óptimos Paretianos[5]. Entre mejor sea un equilibrio para una persona necesariamente va a ser peor para otra. Si no fuera así y todos pudieran mejorar al cambiar de equilibrio, significaría que el estado inicial en que se encontraban no era eficiente. Al existir tal gama de posibilidades, es natural formularse la siguiente pregunta:

¿Qué criterio utilizar para determinar el 'mejor"optimo de Pareto?

Para responder esta pregunta se usa el concepto de Función de Bienestar Social. A continuación motivamos este concepto con un ejemplo sencillo: Consideremos una economía compuesta de:

- 2 individuos: A y B
- 2 bienes: x, y
- Preferencias de A: $U_A(x,y)$
- Preferencias de B: $U_B(x,y)$

Al igual que en el ejemplo de la sección anterior, existirá un continuo de situaciones Pareto eficientes que van desde privilegiar sólo al individuo A hasta privilegios sólo para el individuo B. Esta secuencia se puede ilustrar en un gráfico que muestre el cambio en las utilidades de los individuos a medida que se avanza por los distintos puntos Pareto eficientes. La curva que así se genera se denomina **Frontera de Posibilidades de Utilidad** (figura 1.6). Con esta nueva definición, la pregunta con que se inicia la sección se puede reformular de la manera siguiente:

¿Cuál es el 'mejor'punto de la Frontera de Posibilidades de Utilidad?

Existen tantos criterios como puntos en la frontera. Uno puede pensar en el punto que maximice la suma de las utilidades u otra relación entre estas dos cantidades, por ejemplo:

[5]Partes de esta sección se basan en Laffont (1988) y Varian (1992).

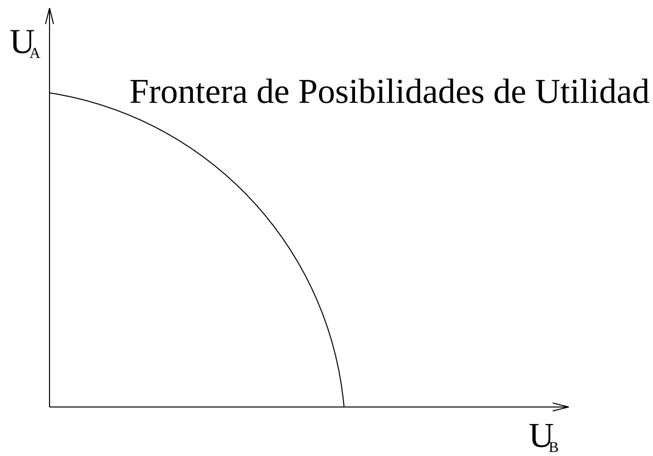

Figura 1.6: Frontera de posibilidades de utilidad

(a) Criterio de Bentham: maximizar la utilidad promedio: $\mathrm{E}(U) = \frac{1}{2}U_A + \frac{1}{2}U_B$

(b) Criterio de Rawls: maximizar $W = \min(U_A, U_B)$ (maximiza la situación del ‘más pobre’.)

Es importante tomar con cuidado estos criterios ya que las funciones de utilidad no tienen una interpretación numérica (cardinal). Recordemos que en la teoria microeconómica se construye la función de utilidad para reflejar las preferencias de un consumidor a través de las curvas de indiferencia (isoutilidades) de dicha función. Por lo tanto se tiene que cualquier función sirve para reflejar las utilidades del individuo en la medida que conserve las curvas de isoutilidad. Es así como el resultado de una comparación entre utilidades de individuos distintos pierde validez, pues este dependerá de las funciones que elijamos para cada uno. La forma clásica de lidiar con este problema se basa en considerar distintos supuestos que ‘fijen’las funciones a utilizar. Por ejemplo, si consideramos que todos los individuos son iguales utilizamos la misma función para todos. Bajo este tipo de supuestos se pueden incluso sumar las utilidades para generar funciones de utilidad agregadas. Una justificación para usar el criterio (a) es:

- No sé quién me va a tocar ser dentro de la sociedad (existe un ‘velo de ignorancia’).[6]
- Es igualmente probable que sea A o B
- Maximizo mi utilidad esperada antes de saber quién me tocará ser.

$$\mathrm{E(U)} = \frac{1}{2}U_A + \frac{1}{2}U_B$$

Una justificación para el criterio (b) es la misma que en (a) pero con una gran aversión al riesgo.

Definición Una función de bienestar social:

$$W = W\ (U_A, U_B)$$

[6] Esta interpretación se debe al filósofo John Rawls, véase su libro *A Theory of Justice.*

es una función a valores reales creciente (o al menos no decrecientes) en cada uno de sus argumentos. Como ejemplo tenemos las dos funciones que se maximizaron en los puntos (a) y (b).

Proposición I

Considere una economía con I individuos ($i = 1, \ldots, I$) y J bienes ($j = 1, \ldots, J$). Llamemos $W(U_1, \ldots, U_I)$ a una función de bienestar estrictamente creciente con I argumentos y resolvamos el siguiente problema:

$$\max_{x_j^i} W(U_1(x^1), U_2(x^2), \ldots, U_I(x^I))$$

$$\text{s.a. } \sum_{i=1}^{I} x_j^i = \overline{x_j} \quad j = 1, \ldots, J$$

donde:

- U_i = función de utilidad para individuo i.
- x_j^i = consumo del bien j por el individuo i.
- $x^i = (x_1^i, x_2^i, .., x_J^i)'$ = canasta de consumo del individuo i.
- $\overline{x_j}$ = dotación total del bien j.

Entonces toda solución a este problema, llamado **problema de planificación social**, es un óptimo de Pareto.

Dem: Por contrarecíproca: Si $x \equiv \{x_j^i\}_{\substack{i=1,\ldots,I \\ j=1,\ldots,J}}$ es una asignación de los recursos que *no* es Pareto eficiente, entonces existe $\hat{x}$ tal que para todo $i = 1, \ldots, I$ se tiene que $U_i(\hat{x}^i) \geq U_i(x^i)$, con al menos una desigualdad estricta. Como W es una función creciente en cada argumento, se tendrá:

$$W(U_1(\hat{x}^1), U_2(\hat{x}^2), \ldots, U_I(\hat{x}^I)) > W(U_1(x^1), U_2(x^2), \ldots, U_I(x^I)).$$

Luego, x *no* es solución del problema del planificador social. ∎

Proposición II Dada una asignación Pareto-óptima $x = \{x_i^j\}$ y utilidades $U_1, \ldots, U_I$ existen constantes $\alpha_1, \ldots, \alpha_I \geq 0$ con al menos un α_i estrictamente positivo tal que x es la solución del problema de planificación social con $W = \sum_{i=1}^{I} \alpha_i U_i$.

Dem: Se omite; véase Laffont (1988). Se trata de una aplicación directa del Teorema de Separación de Convexos. ∎

1.4 El principio de compensación

Muchas veces una política que beneficia a algunos, perjudica a otros. ¿Debieran entonces implementarse estas políticas? Lo ideal es plantear la posibilidad de compensar a aquellos que se ven perjudicados, es decir, que los que ganan compensen a los que pierden. Así todos pueden quedar en una mejor situación.[7]

EJEMPLOS

[7] Esta sección se basa en Varian (1992).

- Construcción de represa: Esta represa podría beneficiar a una población entera al otorgarle electricidad, y al mismo tiempo afectar negativamente al sector turismo. La idea es ver la posibilidad de extraer parte del excedente positivo de la población para compensar al sector perjudicado y así poder dejar a todos mejor. Un requisito para lograr este cometido es que los excedentes positivos superen la suma de las pérdidas.
- Instalación de Vertedero: Gana la población que arroja los desechos en el vertedero. Pierden las personas vecinas a éste, pues ven dañado su medio ambiente.
- Apertura comercial: Al igual que en los casos anteriores, existen beneficiados y perjudicados. Al existir poder de mercado de parte de los productores nacionales, estos se verán perjudicados al enfrentar la competencia externa. Sin embargo, los consumidores se verán beneficiados al observar precios competitivos, por ende precios más bajos.

Frecuentemente el beneficio total generado por la implementación de una de estas políticas es mayor que el costo total asociado, por lo que se podría teóricamente compensar a quienes pierden. En la práctica es común no compensar a los perdedores. Las razones más frecuentes para esta no-compensación son:

1. Bajo grado de poder de los grupos involucrados (debilidad política)
2. Compensar es imposible en la práctica, pues no se tiene acceso a la información de cada consumidor (monto de ganacia o pérdida producida).
3. Existen costos de transacción muy altos. Un contrato exige mucha información. Para alcanzar una transacción óptima se necesitan conocer todos los beneficios y costos asociados a la política. Muchas veces la adquisición de esta información se traduce en una supervisión constante de los procesos productivos involucrados (libros contables, tecnología empleada, etc). Este costo aumenta al considerar que muchas veces los beneficios son pecibidos por un pequeño grupo de personas relativo al número de perdedores. Esto genera incentivos para que el grupo beneficiado se 'organiceá la hora de manifestar su situación. Por otro lado existen veces en que un contrato debe tomar en cuenta una gama de posibles escenarios futuros, para los cuales existen políticas óptimas distintas. Establecer a priori una política que contemple todas las posibilidades es muchas veces imposible.

EJEMPLO

Un ejemplo en el cual los factores de los puntos 1 y 3 explican por qué se implementan políticas cuyo costo es mayor que el beneficio que generan es aquel de los subsidios al sector agrícola.[8] Los trabajos independientes sobre esta materia han mostrado que en la mayoría de los casos, los beneficios que generan estos subsidios (para los dueños de los predios y quienes trabajan en ellos) son considerablemente menores que el costo que pagan los consumidores de bienes agrícolas (al pagar precios más altos).[9] Sin embargo, el costo que para cada consumidor tienen estas políticas es mucho menor que los beneficios que traen para cada agricultor. Luego estos últimos tienen incentivos considerablemente mayores para organizarse (los costos de transacción envueltos, comparativamente al beneficio que reciben, son menores) y hacer lobby por sus intereses. ∎

[8] Estos subsidios toman una variedad de formas, tales como bandas de precios, aranceles extraordinarios a las importaciones, franquicias tributarias (tributación por renta presunta), etc.

[9] Este es un problema que no sólo se da en Chile sino que también en la mayoría de los países desarrollados, particularmente los países de la Comunidad Europea y los Estados Unidos.

EJEMPLO

Un ejemplo sencillo que ilustra el punto 2 es la construcción de un parque en un barrio determinado. Si este parque es financiado con un aporte parejo por todos los que viven en el barrio, tendremos que quienes no gustan de los parques (por ejemplo, por motivos de salud, e.g., alergia a alguno de los árboles) quedarán peor después de que se haga el parque. Sin embargo, en la práctica sería sumamente costoso determinar quiénes no se beneficiarían con el parque. ∎

El **Principio de Compensación** *sostiene que si los beneficios exceden a los costos, el proyecto (o política) debe llevarse a cabo, aún si no se efectuan las compensaciones.*

Los críticos del principio de compensación argumentan que si una política tiene efectos distributivos, estos deben considerarse explícitamente. Es decir, no basta con poder compensar a los perdedores si no se pretende compensarlos efectivamente.

Formalización del Principio de Compensación

Tomemos una economía de I individuos y J bienes donde:

- x^i_j : consumo del bien j por individuo i $(i = 1,\dots,I; j = 1,\dots,J)$
- $x^i \equiv (x^i_1,\dots,x^i_J)$: Canasta del individuo i.
- $U_i(x^i)$: función de utilidad del individuo i.

Denotemos por:

$$x = \{x^i_j\}_{\substack{i=1,\dots,I\\ j=1,\dots,J}}$$
$$\hat{x} = \{\hat{x}^i_j\}_{\substack{i=1,\dots,I\\ j=1,\dots,J}}$$

dos asignaciones de bienes en la economía.

(a) Diremos que $\hat{x}$ es **Pareto superior** a x si:

$$\boxed{U_i(\hat{x^i}) \geq U_i(x^i)} \quad i = 1,\dots,I$$

con $>$ estricto para al menos un i.

(b) Diremos que $\hat{x}$ es **potencialmente Pareto superior** a x si existe una reasignación de $\hat{x}$, denotada por $y \equiv \{y^i_j\}$ que sea Pareto superior a x.[10]

Proposición: Sea (x, p) un equilibrio competitivo, donde x denota la asignación de bienes entre los distintos individuos y p denota el vector de precios de la economía. Si $\hat{x}$ es potencialmente Pareto-superior a x entonces:

$$\sum_i p \cdot \hat{x}_i > \sum_i p \cdot x_i,$$

[10]Por reasignación entendemos que se redistribuye la producción total entre los individuos, es decir, la nueva distribución cumple con la siguiente condición: $\sum_i y^i_j = \sum_i \hat{x^i_j}$, $i = 1,\dots,I$.

donde $p = (p_1, p_2, \ldots, p_J)$, $x^i = (x^i_1, x^i_2, \ldots, x^i_J)'$, $p \cdot x^i$ denota el valor de la canasta adquirida por el individuo i. Por lo tanto las sumatorias de arriba denotan el valor total de los bienes en la economía (PGB, PNB).

Interpretación

- Si la nueva asignación $\hat{x}$ hace caer el PGB (a precios antiguos), significa que esta ni siquiera es potencialmente Pareto superior a la situación inicial.
- Si una política hace caer el PGB, no será posible compensar a los perdedores.

Dem: Si $\hat{x}$ es potencialmente Pareto superior a x entonces existe y tal que

$$\sum_i y^i_j = \sum_i \hat{x}^i_j, \tag{1.1}$$

con $U_i(y^i) \geq U_i(x^i)$ para todo i, donde se tiene al menos una $>$ estricta para algún i.

Además tenemos

$$p \cdot y^i \geq p \cdot x^i, \tag{1.2}$$

con al menos un $>$ estricto, pues el individuo i eligió la canasta x^i siendo que prefería y^i (esto sólo se da cuando el individuo i no puede financiar y^i).

De (1.1) y (1.2) se tiene

$$\sum_i p \cdot \hat{x}^i = \sum_i p \cdot y^i > \sum_i p \cdot x^i. \quad \blacksquare$$

Comentarios

1. El principio de compensación dice que un proyecto debe hacerse (o una política pública debe implementarse) sólo si lo que resulta de ello es potencialmente Pareto superior a la situación inicial.
2. Además de los problemas distributivos ya mencionados, otro problema es que:
   - Hay veces en que x es potencialmente Pareto superior a $\hat{x}$ <u>y viceversa</u>.
   - Hay veces en que x no es Pareto superior a $\hat{x}$ <u>ni viceversa</u>.

     Para comprender este punto basta imaginar la posibilidad de aplicar dos políticas distintas en una sociedad con dos individuos. Supongamos que con la primera política (A) podemos —vía reasignación— alcanzar cualquier punto de una FPU_A. En forma análoga la segunda política (B) está asociada a una FPU_B. Si las FPU's lucen como en la figura 1.7 se tiene que la asignación A es P-superior a B y viceversa, sin embargo si lucen como en la figura 1.8 ninguna de las políticas es P-superior a la otra.

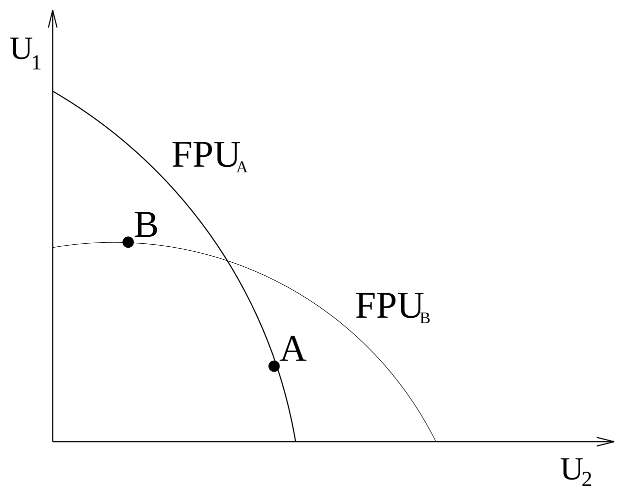

Figura 1.7: Políticas mutuamente P-superiores

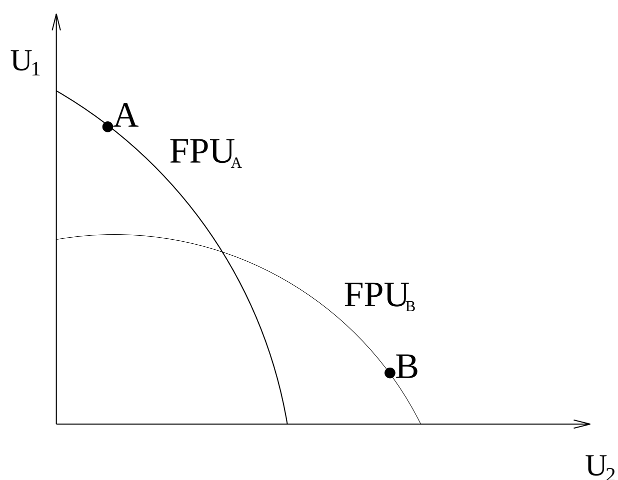

Figura 1.8: Políticas no comparables

Capítulo 2

Decisiones colectivas

Motivación

Cada individuo puede establecer un orden de preferencias ante la disyuntiva de elegir entre varias alternativas. Por ejemplo, él puede preferir la construcción de un hospital a la de una escuela. El problema surge cuando se tiene un grupo de personas con preferencias distintas: ¿Puede entonces establecerse un *ordenamiento social* sobre las distintas alternativas basandose en las preferencias de cada individuo?

Consideremos el siguiente ejemplo basado en datos reales y completado con datos hipotéticos:

Situación Electoral Chile 1970			
% población	ordenamiento de preferencias		
36 %	Allende	$\succ$ Tomic	$\succ$ Alessandri
35 %	Alessandri	$\succ$ Tomic	$\succ$ Allende
17 %	Tomic	$\succ$ Alessandri	$\succ$ Allende
12 %	Tomic	$\succ$ Allende	$\succ$ Alessandri

En el cuadro "$\succ$" significa "preferido a". Basándose en los datos de esta tabla se tendrá que:

1. De aplicar un sistema electoral de mayoría relativa: **Gana Allende**
2. De aplicar un sistema electoral de segunda vuelta: **Gana Alessandri**
3. De aplicar un sistema electoral con la Regla de Borda [1]: **Gana Tomic**

Se tendrá que existen muchas formas para pasar de un gran número de ordenamientos individuales a un ordenamiento social. El problema está en que el ordenamiento social que se logre dependerá del criterio que se emplee.

2.1 Votación por mayoría simple

Este sistema consiste en comparar todas las alternarivas de a pares, y con los resultados determinar un ordenamiento social. Es interesante notar que este sistema adolece de un grave defecto que se puede ilustrar con el siguiente ejemplo:

[1] Regla de Borda: Cada votante le pone puntaje a las alternativas: 3 puntos al mejor, 2 puntos al segundo y 1 punto al último. Luego se suman los puntajes de cada candidato y gana el que obtenga una mayor puntuación.

Paradoja de Condorcet

Supongamos que existen tres alternativas (S_1, S_2, S_3) y tres votantes (A, B, C) con el siguiente ordenamiento individual:

$$\begin{array}{l} \text{A: } S_1 \succ S_2 \succ S_3 \\ \text{B: } S_3 \succ S_1 \succ S_2 \\ \text{C: } S_2 \succ S_3 \succ S_1 \end{array}$$

donde "$\succ$"denota "es preferido a".

- al votar entre S_1 y S_3 gana S_3 : $S_3 \succ S_1$
- al votar entre S_2 y S_3 gana S_2 : $S_2 \succ S_3$
- al votar entre S_1 y S_2 gana S_1 : $S_1 \succ S_2$

El problema está en que el orden social inducido por mayoría simple no es transitivo. Por ende, a pesar de poder determinar cual es la mejor opción entre dos alternativas, no se puede establecer un orden de preferencias social. Este resultado se conoce como la **Paradoja de Condorcet**.

A continuación veremos condiciones bajo las cuales la votación por mayoría simple arroja resultados no ambiguos. Estas se formulan en el siguiente teorema.

2.1.1 Teorema del Votante de la Mediana

Hipotesis

1. Se tienen 2M+1 individuos ($i = 1, \ldots, 2M+1$).
2. Las alternativas se distribuyen a lo largo de una recta (recta de acciones).
3. Para cada individuo i, las utilidades asociadas a cada alternativa van aumentando a medida que se avanza por la recta de acciones hasta llegar a un óptimo —denotado G_i— luego del cual las utilidades empiezan a decrecer.
4. Al elegir entre dos alternativas, cada individuo vota por aquella que le da más utilidad.

Las condiciones 2 y 3 se pueden resumir diciendo que los individuos poseen utilidades **unidimensionales** y **unimodales**.

Sin pérdida de generalidad podemos suponer que

$$\underbrace{G_1 < G_2 < \ldots < G_M}_{\text{M individuos}} < \underbrace{G_{mediana}}_{\text{votante de la mediana}} < \underbrace{G_{M+2} < \ldots < G_{2M+1}}_{\text{M individuos}}.$$

Entonces la acción $G_{mediana}$ le gana a cualquier otra acción G.

Dem: Supongamos que la alternativa que enfrenta G_{med} es $\hat{G} < G_{med}$.

Entonces todos los individuos con un $G_i \geq G_{med}$ tomaran la decisión en función de su utilidad, la cual tendrá la forma de la figura 2.2.

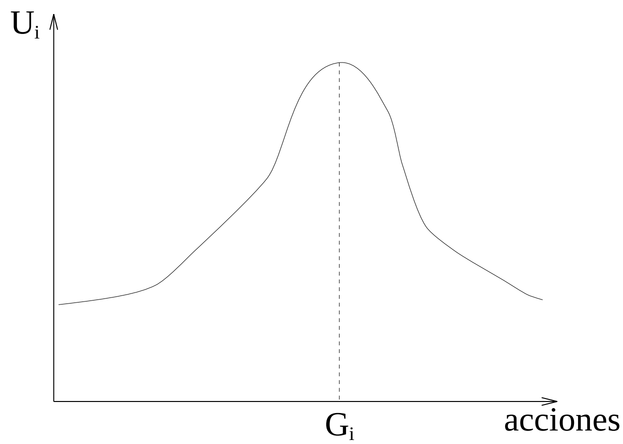

Figura 2.1: Utilidad para individuo *i*

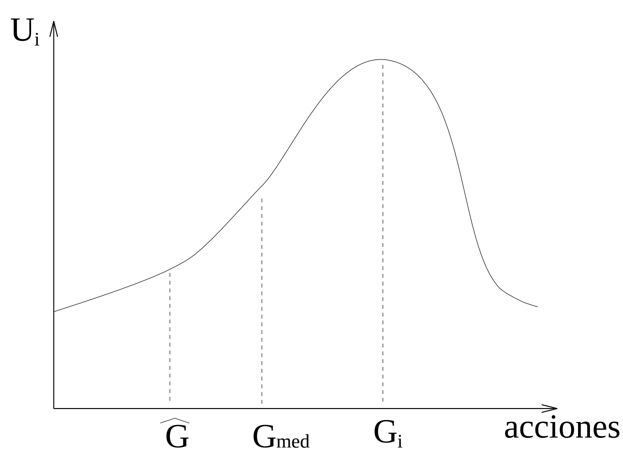

Figura 2.2: Individuo con un $G_i > Gmed$

Por lo tanto todos ellos preferirán G_{med}, con lo que esta alternativa tendrá a lo menos M+1 votos y ganará.

El procedimiento es análogo para el caso en que $\hat{G} > G_{med}$.

Comentarios

Si se elige $G = G_i$, esta asignación es trivialmente Pareto-óptima, pues el individuo i queda peor con cualquier otra acción G. Sin embargo, pueden existir asignaciones que son potencialmente Pareto-superiores a un G_i e incluso a G_{med}.

Un ejemplo de esto último es suponer que el excedente del consumidor i asociado a una acción G es:

$$E_i = 100 - (G - G_i)^2.$$

Maximizando el excedente social total, obtenemos que el G óptimo es:

$$G_{\text{opt}} = \frac{1}{2M+1}\sum_i G_i \equiv \overline{G}.$$

Como en general $\overline{G} \neq G_{med}$, tenemos que el equilibrio político (que se infiere del Teorema del Votante de la Mediana) *no* es el óptimo social.

2.2 Teorema de imposibilidad de Arrow

Sea

- $S = (S_1, S_2, \ldots, S_n) \equiv$ conjunto de candidatos, proyectos, políticas públicas o cualquier otro set de alternativas.
- Cada individuo tiene una relación de orden total sobre S, donde $\succeq_i$ denota aquella del individuo i y el número total de individuos es M.

Considerando las preferencias individuales $\{\succeq_i\}_{i=1..M}$ ¿cómo pasar a un ordenamiento social de S asegurando “buenas”propiedades?

Propiedades deseables de un ordenamiento social $\succeq$

1. *Relación de orden total:*

   Dados S_k y S_l se cumplirá que: $S_k \succeq S_l$ ó $S_l \succeq S_k$ donde $\succeq$ corresponde a “se prefiere socialmente a”.[2]

2. *Transitividad:*

   Si $S_k \succeq S_l$ y $S_l \succeq S_m$ entonces $S_k \succeq S_m$.

3. *Principio de Pareto:*

   Si todos los individuos prefieren S_k a S_l, entonces el ordenamiento social prefiere S_k a S_l.

[2]Si se cumplen ambas relaciones simultaneamente se utiliza la notación $S_k\, I\, S_l$

4. *Independencia de alternativas irrelevantes:*

   Si el ordenamiento social prefiere S_k a S_l y aparece una nueva alternativa, S_{n+1}, entonces el nuevo ordenamiento social (con $n+1$ posibilidades) sigue prefiriendo S_k a S_l.

5. *No hay dictador:*

   El ordenamiento social no se rige por las preferencias de un sólo individuo.

TEOREMA (ARROW, 1951):

En una sociedad compuesta por más de dos individuos no *existe un mecanismo electoral para pasar de las preferencias individuales a un ordenamiento social que cumpla con las 5 propiedades anteriores.*

Dem: Ver Laffont (1988). ∎

Aplicaciones

1. Votación por mayoría simple

   No cumple la propiedad 2 (paradoja de Condorcet)

2. Regla de unanimidad

   No cumple propiedad 1 pues ¿qué pasa si no hay unanimidad?

3. Sistema con segunda vuelta

   No cumple la propiedad 4

   Considere el ejemplo al comienzo de este capítulo (Chile 1970)

   Si $S = \{$ Alessandri, Tomic $\}$ entonces Tomic $\succ$ Alessandri pero si $S = \{$ Alessandri, Tomic, Allende $\}$ entonces Alessandri $\succ$ Tomic.

Conclusión

Todos los sistemas de decisión social son necesariamente imperfectos. Al menos parte de nuestra frustración con el proceso político en una democracia (con los senadores y los diputados, con los concejales, con el gobierno) son consecuencia de que *no existe una manera satisfactoria de pasar de las preferencias individuales a las decisiones colectivas.*

Capítulo 3

Externalidades

Definición:

Se habla de **externalidades** cuando un agente económico (consumidor o productor) afecta a otro agente económico, de una manera que **no** es reflejada por el sistema de precios. Por ejemplo, una papelera que vierte sus desechos al río puede afectar a una zona agrícola. Otra definición de externalidad es la de un bien para el cual no existe mercado. Volviendo al ejemplo, se puede decir que falta un mercado para comprar/vender *la calidad* de las aguas del río.

Las externalidades pueden ser:

- Positivas: investigación y desarrollo; producción de información; programas de vacunación.
- Negativas: contaminación; exportaciones de baja calidad (afectan marca Chile); congestión vehicular.

Otra forma de clasificar las externalidades es vía la identificación del agente causante y el agente afectado:

- Productor $\rightarrow$ Productor: investigación y desarrollo ayuda a otros productores.
- Productor $\rightarrow$ Consumidor: contaminación daña la salud de población.
- Consumidor $\rightarrow$ Consumidor: congestión vehicular retrasa otros automoviles.
- Consumidor $\rightarrow$ Productor: congestión vehicular retrasa sistema de locomoción colectiva.

3.1 Externalidades e Ineficiencia

La principal conclusión de este capítulo será:

El libre mercado lleva a producir más externalidades negativas y menos externalidades positivas de lo socialmente deseable. Es decir el libre mercado lleva a situaciones Pareto-ineficientes.

3.1.1 Externalidades negativas en la producción

Comenzamos con un análisis de equilibrio parcial.[1]

[1] Esta subsección está basada en Binger y Hoffman (1988).

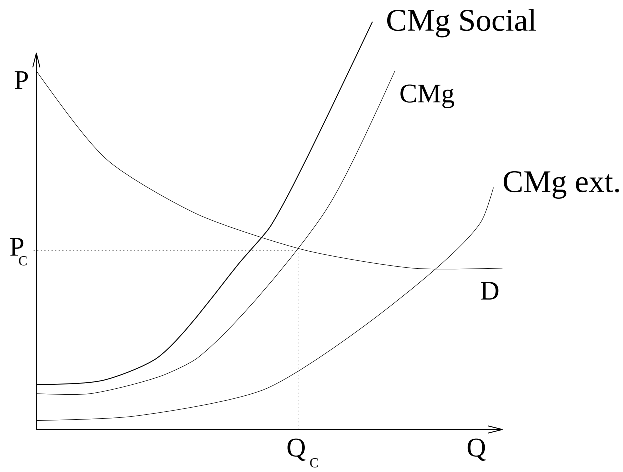

Figura 3.1: Costo marginal social

Para fijar ideas consideremos la situación planteada cuando una siderurgia se instala a orillas de un río virtiendo sus desechos en las aguas. Río abajo se encuentra una aldea de pescadores quienes, como consecuencia de la contaminación, ven afectada la calidad y cantidad de su pesca.

A medida que aumenta la producción de acero mayores son la contaminación al río y las pérdidas de los pescadores. Por cada unidad de acero producida aumentan los perjuicios de los pescadores en una cantidad reflejada en el **costo marginal externo**. La suma de este costo con el costo que internaliza la firma se denomina **Costo Marginal Social**, y muestra el verdadero costo asociado a la producción de una unidad adicional de acero.

Supongamos que el complejo siderúrgico está subdividido en una serie de plantas independientes que abastecen a una gran variedad de demandantes, conformando un mercado competitivo. Entonces se tendrán los siguientes resultados:

- El equilibrio competitivo estará dado por el punto (Q_c, P_c).
- El óptimo social (suponiendo que existe compensación a los perdedores) será aquel (Q, P) que maximice:

  Exc. consum. + Exc. prod. de acero - Costos externos del acero

  Esta cantidad es igual al area entre la demanda y el CMg Social; por lo tanto encuentra su máximo en el punto (Q_s, P_s).

Conclusiones

- $Q_s < Q_c \Rightarrow$ libre mercado genera más contaminación de lo socialmente óptimo $\Rightarrow$ Ineficiencia Económica.
- $P_s > P_c$: P_c es muy bajo producto de una subvalorización de los costos asociados a la producción de acero (no internalizan costos a pescadores).

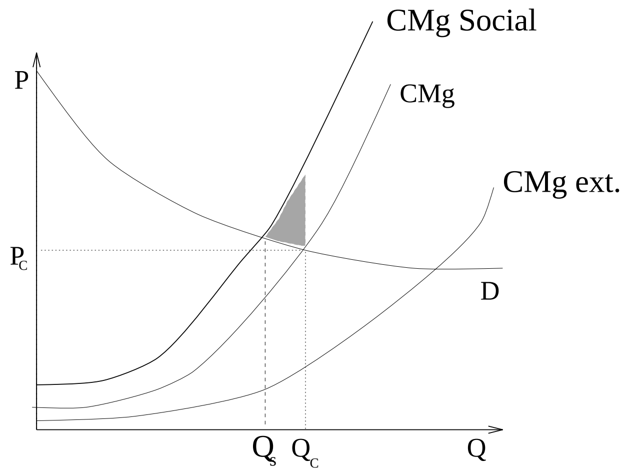

Figura 3.2: Costo social de externalidad

- $Q_s > 0$: Es decir, el óptimo social no consiste en erradicar totalmente la externalidad negativa.

Definimos el **Costo Social de la Externalidad** como la diferencia entre el Excedente Total Máximo y el Excedente Total bajo competencia perfecta.

Estudiemos ahora que pasa con el siguiente equilibrio general:

- Existen dos bienes: Acero (x) y Pescado (y)
- Se dispone de un único insumo: trabajo
- Funciones de Producción:

$$
\begin{aligned}
x &= x(L_x) \\
y &= y(L_y, x)
\end{aligned}
$$

  donde $\frac{\partial y}{\partial x} < 0$; es decir, la producción de acero conlleva una externalidad negativa sobre la producción de pescados.

- Las variables por determinar en equilibrio son cinco:

$$L_x, L_y, p_x, p_y, w.$$

  Para encontrar los valores disponemos de las siguientes condiciones que se deben cumplir:

  – Por el lado del consumo se tiene la restricción presupuestaria y la condición de primer orden derivada de la maximización de utilidades (condición de eficiencia en el consumo).
  – por el lado productivo se tiene la restricción de trabajo disponible:

$$L_x + L_y = L_{tot}$$

Por lo tanto falta la cuarta condición para determinar el equilibrio.[2]

A) Si el equilibrio corresponde a un óptimo social, tendremos que la producción de x e y son tales que maximizan las utilidades de la **firma integrada**:

$$\max_{L_x,L_y} p_x(xL_x) + p_y y(L_y,x) - w(L_x + L_y).$$

Por lo tanto las condiciones de primer orden vienen dadas por:

$$L_x \;:\; p_x PMg_{L_x} + p_y \frac{\partial y}{\partial x} PMg_{L_x} = w \tag{3.1}$$

$$L_y \;:\; p_y PMg_{L_y} = w, \tag{3.2}$$

La ecuación (3.2) se interpreta como siempre; la firma contrata pescadores hasta el punto en que el valor del producto marginal ($pPMg_L$) es igual al costo de esta última unidad contratada (w).

Por otra parte, la ecuación (3.1) tiene la siguiente interpretación: Se emplean trabajadores de acero hasta que el valor de su producto marginal menos el costo adicional que se impone a la pesca sea igual a w.

De (3.1) y (3.2):

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{3.3}$$

Como en el equilibrio existe eficiencia en el consumo, es decir $TSC_{x,y} = \frac{p_x}{p_y}$[3] , se puede reescribir la ecuación (3.3) como

$$TSC_{x,y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.4}$$

Es fácil mostrar que la tasa de sustitución en la producción $(TSP_{x,y})$ a lo largo de la frontera de posibilidades de producción (FPP) viene dada (sin importar si hay integración de las firmas) por[4] :

$$TSP_{x,y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.5}$$

Luego se tiene que

$$\boxed{TSC = TSP}$$

[2]En un equilibrio general la quinta condición corresponde a fijar uno de los precios.

[3]$TSC_{x,y} \equiv$ tasa de sustitución del consumo de una unidad de x por unidades de y

[4]Como la producción de x es una función creciente del trabajo contratado (L_x), la función inversa de la función $x = x(L_x)$ esta'bien definida, la denotamos mediante $L_x(x)$. Como la $PMg_{L_x} = dx/dL_x$, se tendrá que $\frac{\mathrm{d}L_x}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{PMg_{L_x}}$. Por otro lado tenemos que:

$$y(L_y,x) = y(L_{tot} - L_x(x),x),$$

con lo que obtenemos:

$$TSP_{x,y} \equiv -\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial y}{\partial L_y}\frac{\mathrm{d}L_x}{\mathrm{d}x} - \frac{\partial y}{\partial x} = PMg_{L_y}\frac{1}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x}.$$

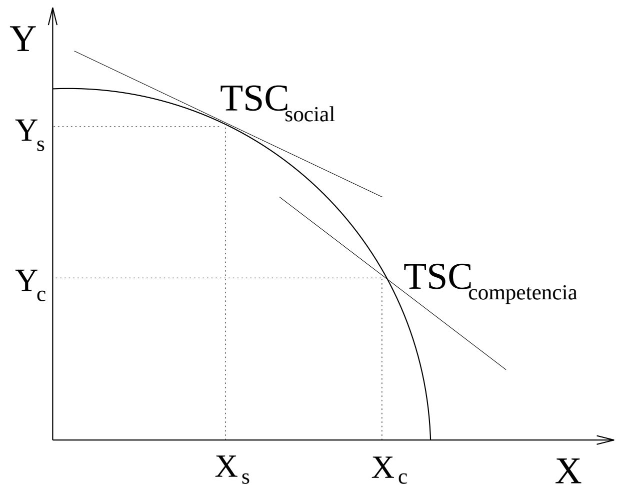

Figura 3.3: Frontera de posibilidades de producción

B) Sin embargo en un equilibrio competitivo se tendrá que ambas firmas maximizan sus utilidades en forma independiente, lo que implicará el conocido resultado:

$$TSC = \frac{p_x}{p_y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}}.$$

Por lo tanto con competencia se tendrá que

$$\boxed{TSC = \frac{p_x}{p_y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} < TSP_{x,y}}$$

Por lo tanto una situación de competencia **no** es eficiente ya que no cumple una de las condiciones básicas de eficiencia, cual es $TSP = TSC$

Del gráfico en la figura 3.3 es fácil concluir que:

$$\boxed{\begin{array}{c} x_s < x_c \\ y_s > y_c \\ \left(\frac{p_x}{p_y}\right)_s > \left(\frac{p_x}{p_y}\right)_c \end{array}}$$

En otras palabras, bajo competencia se vuelve a producir más externalidad negativa (asociada a la producción de x) que lo socialmente óptimo.

3.1.2 Externalidades positivas en la producción

El estudio de externalidades positivas en la producción es análogo al hecho en la sección anterior. Por este motivo sólo veremos el siguiente caso:

Un agricultor siembra manzanos a lo largo de un valle. Al mismo tiempo un apicultor instala sus panales en la ladera de un cerro vecino. Se tendrá que las avejas se beneficiaran del polen de los manzanos, produciendo miel en abundancia.

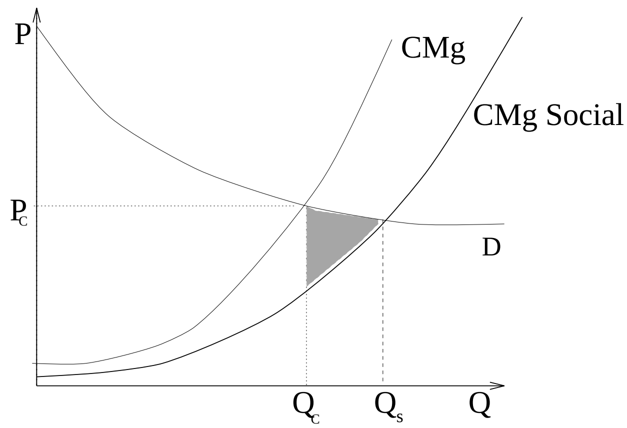

Figura 3.4: Costo social de externalidad

Por lo tanto el costo de mantener un último árbol tiene un beneficio que no es considerado (internalizado) por el agricultor. Este beneficio se deberá descontar del costo marginal observado por el agricultor para así determinar el verdadero costo (social) asociado al cuidado de este árbol.

Gráficamente se tiene la situación de la figura 3.4

Valiéndonos del mismo raciocinio de la sección anterior concluimos que:

- $Q_c < Q_s$
- $P_c > P_s$

Por lo tanto en competencia se produce menos externalidad positiva de lo socialmente óptimo.

3.1.3 Externalidades en el consumo

Cada sábado los habitantes de una ciudad deciden las actividades que efectuarán durante el fin de semana. Estas pueden ser clasificadas según se necesite de un viaje en auto para realizarlas (actividades x) o puedan hacerse directamente (actividades y).

Al aumentar el número de actividades de tipo x aumentan los viajes en auto. Al agravarse la congestión vehicular se tendrá que aumenta el tiempo necesario para la realización de una actividad de tipo x.

Modelemos la situación anterior como sigue:

- La ciudad tiene N habitantes (i = 1, ...,N) y cada uno controla los siguientes parámetros:
  - x_i : **número** de actividades que requieren viajar en automóvil para ser realizadas.
  - y_i : **tiempo** dedicado en actividades que no requieren automóvil.
- El tiempo necesario para efectuar una actividad de tipo x será denotado por

$$t = t(x),$$

  donde $x = \sum_{i=1}^{N} x_i$. Suponemos también que t'$\ll$ t , es decir, el efecto producido sobre t cuando un individuo decide efectuar otra actividad tipo x es muy pequeña.

- Tiempo total disponible: **1**
- Todos lo individuos poseen la misma función de utilidad

$$U(x_i, y_i).$$

Optimo individual: Cada persona maximiza su utilidad sujeto a la restricción de tiempo $t(x) \cdot x_i + y_i = 1$. Es decir cada individuo resuelve

$$\max_{x_i} U(x_i, 1 - t(x) \cdot x_i)$$

ignorando que su decisión afecta el bienestar de los demás.

La condición de primer orden implica:

$$U_x - U_y \cdot (t + \underbrace{t'(x) \cdot x_i}_{despreciable}) = 0$$

$\Rightarrow$

$$\frac{U_x}{U_y} = t.$$

Optimo social: Al ser todos los individuos esencialmente iguales (tienen la misma función de utilidad) es razonable considerar la función de bienestar social

$$W = \sum_{i=1}^{N} U(x_i, y_i)$$

$\therefore$ el óptimo social se obtiene resolviendo

$$\max_{x_1, \ldots, x_N} \sum_{i=1}^{N} U(x_i, 1 - t(\sum_j x_j) x_i)$$

Las condiciones de primer orden (C.P.O.) llevan a:

$$U_x(x_k, y_k) - U_y(x_k, y_k) \cdot t - \sum_i U_y(x_i, y_i) t'(x) x_i = 0; \ \ k = 1, \ldots, N$$

Notando que, por simetría, $U_y(x_k, y_k) = U_y(x_l, y_l)$, la condición anterior lleva a:

$$\frac{U_x(x_k, y_k)}{U_y(x_k, y_k)} = t + x \cdot t'(x).$$

Notemos que $x = N \cdot x_i$, y como $N \gg 0$ se tiene que el último término del lado derecho ya no es despreciable.

En este caso, al igual que en el óptimo individual, se tiene que todos los individuos alcanzan la misma utilidad. Pero por ser solución al problema de maximización se tiene que esta "utilidad representativa"será mayor que la alcanzada en el sistema de libre acceso, por lo tanto el equilibrio de mercado es ineficiente. Considerando que el comportamiento del individuo i es el mismo que el de todos los demás, se puede dibujar la frontera de posibilidades de producción de dicho individuo como en la figura 3.5.

Del gráfico se desprende que

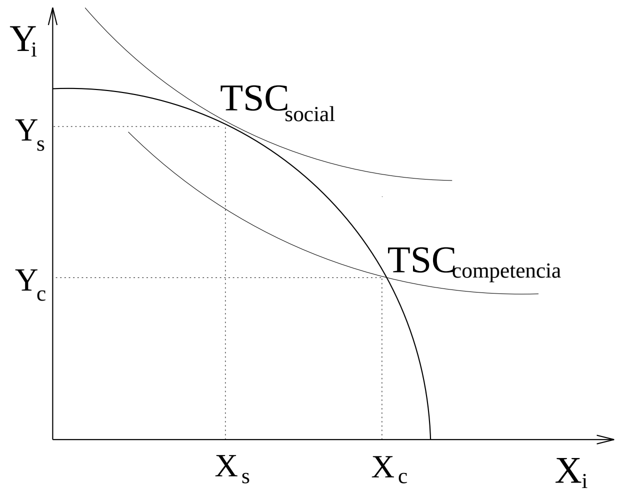

Figura 3.5: Frontera de posibilidades de producción

- $x_i^s < x_i^c$
- $y_i^s > y_i^c$

Por lo tanto, en competencia se producirá más externalidad negativa (congestión) de lo socialmente óptimo. El motivo está en que los individuos deciden salir en automóvil sin internalizar el perjuicio que este hecho provoca a los demás conductores. Aunque el perjuicio que un individuo provoca a otro es despreciable, la suma de los perjuicios que un individuo provoca al resto no lo es.

3.2 Soluciones al problema de externalidades

En esta sección estudiaremos cuatro respuestas al problema de externalidades[5]:

- Impuestos de Pigou
- Cuotas
- Permisos transables
- Derechos de propiedad

3.2.1 Impuestos de Pigou

Volvamos al caso de una externalidad negativa en la poducción de un bien. Recordemos esta situación a través de la figura 3.6

Si se cobra un impuesto de $t, el equilibrio resultante es el óptimo social. A diferencia del efecto de un impuesto en un mercado sin externalidades, donde disminuye el excedente social, un impuesto de

[5]Esta sección está basada en Binger y Hoffman (1988) y Pindyck y Rubenfeld (1992).

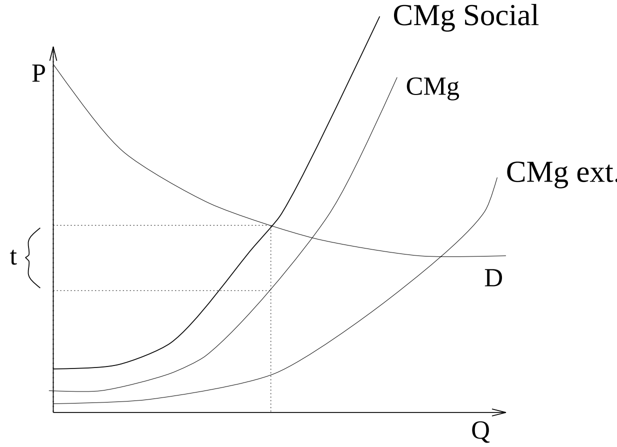

Figura 3.6: Producción de externalidad negativa

Pigou está orientado a maximizar el excedente total (eficiencia) en un mercado que presenta externalidades negativas.

La idea de Pigou:

Para que los agentes internalicen el costo que imponen a los demás, deben pagar un impuesto igual al costo marginal externo (CMgS - CMg) en que incurren.

Si la externalidad es positiva, la solución de Pigou es un subsidio. Por ejemplo, el subsidio a las revistas de información al consumidor.

Volvamos al caso de equilibrio general, con el productor de acero (x) y los pescadores (y), ahora vistos como productores **independientes**.

Supongamos que la siderurgia paga un impuesto por cada unidad igual a:

$$t_x = -p_y \frac{\partial y}{\partial x}(x_s),$$

donde x_s coresponde al óptimo social.

Por lo tanto si las firmas se sitúan en el óptimo social, la firma que produce x se verá obligada a pagar un impuesto por cada unidad producida. Es más, este impuesto será igual al costo marginal externo (internalizando así la externalidad).

Comprobemos entonces si las firmas se sitúan en el óptimo social:

La siderurgia resuelve

$$\max_{L_x} (p_x - t_x) x(L_x) - w \cdot L_x$$

C.P.O. $\Rightarrow$

$$(p_x + p_y \frac{\partial y}{\partial x}(x_s)) PMg_{L_x} = w. \tag{3.6}$$

Los pescadores resuelven

$$\max_{Ly} p_y y(L_y) - w \cdot L_y$$

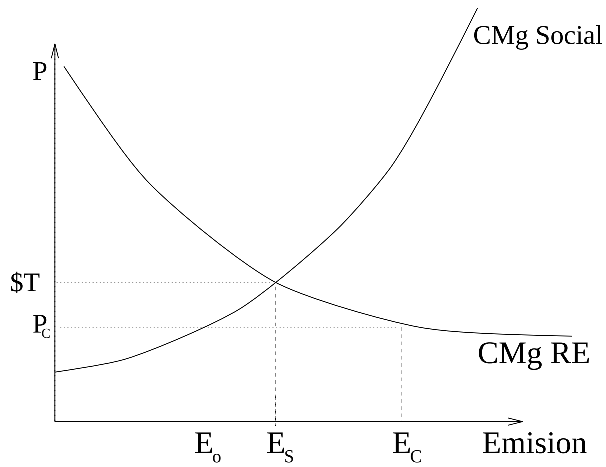

Figura 3.7: Costos involucrados en la emisión de contaminantes

C.P.O. $\Rightarrow$

$$p_y PMg_{L_y} = w. \tag{3.7}$$

Las condiciones (1.1) y (1.2) caracterizan el óptimo social en la sección anterior. Luego, el impuesto lleva al óptimo social.

Comentarios

- Implementar impuestos de Pigou es difícil. Se debe conocer el costo de la externalidad para los afectados. Los afectados tendrán incentivos para sobreestimar estos costos, mientras los que producen la externalidad tendrán incentivos para subestimarlos.

- Hasta el momento, hemos supuesto que existe una única tecnología para producir el bien que genera la externalidad negativa. Frecuentemente las firmas pueden elegir entre varias tecnologías, algunas de las cuales contaminan más que otras. Por ejemplo, una fábrica contaminante puede reducir la emisión de contaminantes siempre que invierta en ello. El diagrama de la figura 3.7 ilustra lo anterior. Notemos que en el gráfico se tiene:

  – *CMgS*: Costo marginal social **creciente**.

    ∗ El daño producido por un poco de contaminación es despreciable pues esta es absorbida por el medio ambiente.

    ∗ Si las emisiones son altas, el daño empieza a intensificarse en forma más que lineal ya que se compromete en mayor medida la salud de las personas.

  – *CMgRE*: Costo marginal de reducir la emisión es **decreciente**

    ∗ Si las emisiones son altas, basta con aplicar medidas sencillas para reducirlas, como producir más de noche o asegurar una buena mantención de las máquinas.

    ∗ A medida que se agotan las soluciones ‘fácilesés necesario introducir recetas cada vez más costosas, como la compra de filtros o un cambio radical de tecnología.

– Suponemos que el equilibrio de mercado lleva a $E = E_c$.

Bajo estas hipótesis se tiene que el óptimo social es E_s.

Notar que en E_o hay menos emisión de lo socialmente deseable pues el beneficio marginal de la firma al dejar que la emisión aumente en una unidad **es mayor** que el daño marginal producido a la sociedad. Es decir (y aunque suene como anatema a los amigos ecologistas) puede haber menos contaminación de la que es deseable desde un punto de vista social.

Impuesto de Pigou:

$\$T$ = Costo Marginal que la firma impone al resto en el óptimo social.

Esta medida llevará la economía al óptimo social pues para $E > E_s$, el costo que tiene para la firma contaminar una unidad menos es menor que lo que se pagaría en impuestos. Luego, le conviene reducir su emisión hasta llegar a E_s.

3.2.2 Normas

Consiste en imponer un límite legal a cuánto puede contaminar cada planta. En el ejemplo anterior, la norma que exige $E \leq E_s$ lleva al óptimo social.

Comentarios

Las normas también tienen problemas de

- Fiscalización.
- Determinación de costos y beneficios.

La aplicación de impuestos de Pigou y normas se complica enormemente cuando hay diferencias importantes entre las plantas. En tal caso, la emisión socialmente óptima de cada planta puede ser diferente; aquellas para las cuales es más barato reducir su emisión debieran reducirla más. Los problemas de información se vuelven enormes.

3.2.3 Derechos transables

En este caso los productores adquieren derechos para contaminar. El mecanismo por el cual se otorgan estos derechos puede ser cualquiera, por ejemplo la venta, el remate, o la simple concesión por antiguedad. El total de derechos emitidos determinará la cantidad máxima de contaminación permitida, igual a la cantidad óptima social. Una vez que los derechos fueron distribuidos, los productores pueden negociarlos entre ellos. Al generar una oferta y demanda por el derecho a contaminar se creará un mercado para la externalidad, el cual será eficiente en la medida que exista competencia. Grupos ecologistas pueden comprar estos derechos y no utilizarlos, reduciendo así el total emitido. Esto ha sucedido recientemente en E.E.U.U..

El esquema es el siguiente:

- Se decide el nivel agregado de contaminación.
- Se venden/regalan derechos transables para contaminar cantidades dadas a los productores.
- Los productores tendrán incentivos para transar derechos hasta que estos estén distribuidos de manera eficiente.

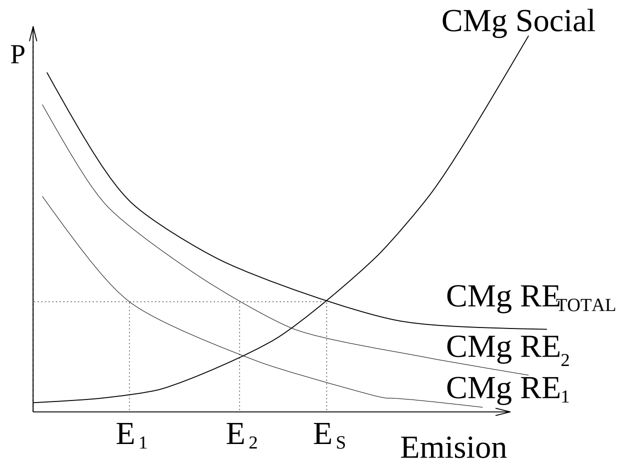

Figura 3.8: Costos de reducción de contaminación

EJEMPLO

Dos firmas contaminante con distinta tecnología presentan costos marginales diferentes al reducir su emisión en una unidad (figura 3.8).

La suma horizontal de ambas curvas entrega el costo marginal total asociado a la reducción de una unidad de emisión. Por lo tanto la intersección de esta última curva con la curva *CMgS* determina la cantidad de contaminación socialmente óptima (E_s), donde la firma 1 emite E_1 y la firma 2 emite E_2.

Se distribuye entre las firmas los derechos para contaminar, los cuales posibilitan un total de contaminación E_s. Independientemente de como resultó esta distribución inicial, las firmas negociaran entre ellas hasta el punto en que ambas le asocien el mismo valor a uno de estos derechos transables[6]. Como resultado se tendrá que la firma 1 contamina E_1 y la firma 2 contamina E_2, donde el precio de un derecho transable es igual a $\$P_s$.

Es interesante notar que para alcanzar el óptimo social con cuotas se tendría que aplicar reglas particulares para cada firma, dependiendo de la tecnología que presentase cada una. ∎

Comentario En el marco teórico simplificado que hemos presentado (en el cual no hay asimetrías de información ni incertidumbre) los impuestos de Pigou, las normas y los derechos transables son equivalentes; en la práctica, los derechos transables funcionan mejor porque requieren de menos información.

3.2.4 Derechos de propiedad: Teorema de Coase

Idea Central: Si hay derechos de propiedad bien definidos, y la gente negocia, entonces se llegará a un óptimo social.

Volvamos al caso de las plantas contaminantes. Si se establece que el aire es propiedad de las personas estas “naturalmente”cobrarán por su uso a las firmas. Estas negociaciones llevarán al óptimo social.

[6] El valor que le asigna una firma al derecho de contaminar una unidad es igual al costo marginal que significa bajar la emisión en una unidad

La idea anterior se formaliza en el teorema de Coase.

Teorema de Coase .

Si

- hay externalidades
- los derechos de propiedad están bien definidos
- partes afectadas pueden negociar sin costos y representan sus propios intereses

entonces el resultado de estas negociaciones será Pareto-eficiente, independiente de como se hayan asignado los derechos de propiedad.

Ilustación del teorema de Coase Recordemos el problema del la siderurgia y los pescadores en un equilibrio general [7]:

- x: acero
- y: pescado
- Externalidad: contaminación de río.

Veamos qué pasa si se determina un derecho de propiedad sobre el río:

- Caso A: Los pescadores son los dueños del río.

  Determinaremos el precio de mercado del derecho a contaminar por efecto de la producción de una unidad de x. Denotemos este precio por t.

  - Los pescadores resuelven:

    $$\max_{L_y,x} \Pi_y = P_y y(L_y,x) + t \cdot x - w \cdot L_y$$

    C.P.O. $\Rightarrow$

    $$L_y \quad : \quad p_y PMg_{L_y} - w = 0, \tag{3.8}$$

    $$x \quad : \quad p_y \frac{\partial y}{\partial x} + t = 0. \tag{3.9}$$

    Luego:

    $$t = -p_y \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.10}$$

[7] Ver sección 3.1.1

– La planta de acero resuelve:

$$\max_{L_x} \Pi_x = P_x x(L_x) - t \cdot x(L_x) - w \cdot L_x$$

C.P.O. $\Rightarrow$

$$L_x \quad : \quad p_x PMg_{L_x} - t \cdot PMg_{L_x} - w = 0 \tag{3.11}$$

Luego:

$$t = p_x - \frac{w}{PMg_{L_x}}. \tag{3.12}$$

La ecuación (3.10) define una oferta por el derecho a contaminar y (3.12) se refiere a la demanda correspondiente.

Igualando ambas ecuaciones se tiene:

$$-p_y \frac{\partial y}{\partial x} = p_x - \frac{w}{PMg_{Lx}}$$

$$\Rightarrow p_x = \frac{w}{PMg_{L_x}} - p_y \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.13}$$

La ecuación (3.13) corresponde a la condición de optimalidad de este mercado[8].

Notar también que (3.10) es el impuesto óptimo de Pigou.

De (3.8) y (3.13) se tiene

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.14}$$

Lo que Coase ha hecho es crear un mercado del bien (o del mal) contaminación, en que, en este caso, los productores pagan por producir unidades de contaminación. Este "mal"tiene oferta, demanda y precio de equilibrio. tenemos un equilibrio competitivo (con 3 mercados) y la asignación de recursos es Pareto óptima.

- Caso B: La siderurgia es dueña del río.
  - $k \equiv$ 'coima'que pagan los pescadores a la siderurgia por cada unidad de x que deja de producir.
  - $\hat{x} \equiv$ unidades de x que produce la siderurgia sin coima.
  - Los pescadores resuelven

$$\max_{L_y, x} \Pi_y = P_y y(L_y, x) - k(\hat{x} - x) - w \cdot L_y$$

C.P.O. $\Rightarrow$

$$p_y \cdot PMg_{L_y} - w = 0, \tag{3.15}$$

[8]Ver sección 3.1.1

$$p_y \frac{\partial y}{\partial x} + k = 0. \tag{3.16}$$

– La siderurgia resuelve:

$$\max_{L_x} \Pi_x = P_x x(L_x) + k(\hat{x} - x) - w \cdot L_x.$$

C.P.O. $\Rightarrow$

$$p_x PMg_{L_x} - k \cdot PMg_{L_x} - w = 0. \tag{3.17}$$

De (3.15), (3.16) y (3.17) se obtiene

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{PMg_{L_y}}{PMg_{L_x}} - \frac{\partial y}{\partial x}. \tag{3.18}$$

Como (3.14) y (3.18) son las mismas, y ambos corresponden a la condición de optimalidad derivada para la firma integrada, concluimos que la producción de x e y **no** dependen de quien es el dueño del río. La diferencia entre uno y otro caso es de tipo distributivo. Obviamente tanto los pescadores como la siderurgia preferirán ser dueños del río a tener que pagar por su uso.

Limitaciones de negociaciones a la Coase

- Costos de Transacción: cuando hay muchos agentes envueltos, estos costos pueden hacer inviable negociaciones a la Coase.

- Comportamiento Oportunista: el dueño del derecho a contaminar puede decidir no tomar los precios como dados y tratar de extraer el máximo de rentas de la otra parte. Esto puede reducir el excedente total.

Comentarios

Si se cumplen los supuestos de Coase, no es necesario que intervenga el gobierno para resolver los problemas creados por externalidades. Basta con derechos de propiedad bien definidos para que se creen los mercados faltantes, resolviendo así el problema creado por la externalidad.

Las externalidades son un problema sólo cuando altos costos de transacción no permiten el desarrollo del mercado correspondiente.

Teorema de Coase y derechos transables

- Problema de derechos transables: ¿Cómo determinar el total de contaminación permitido?

- Solución de Coase: Los ciudadanos pueden comprar derechos, de esta manera se reduce la contaminación hasta su nivel óptimo.

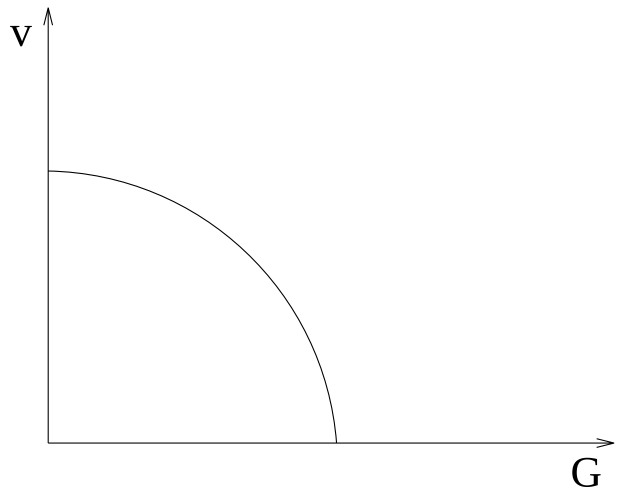

Figura 3.9: valor de una cabra en función de G

3.3 Bienes de propiedad común

Existen bienes en la economía que no son propiedad de nadie y que estan al alcance de todos. Sin ir más lejos basta pensar en el frutal de una plaza o los peces en el mar. El problema que presentan este tipo de bienes es que se sobreutilizan, perdiendo la posibilidad de extraerles el máximo beneficio. Así es como las frutas de la plaza se extraen antes de estar maduras y se pescan demasiados peces, poniendo en peligro la preservación de ciertas especies.

3.3.1 Modelo formal

- Supondremos n campesinos ($i = 1, \ldots, n$) que deben decidir cuántas cabras comprar.
- Durante el verano, las cabras pastan en un campo común.
- $g_i \equiv$ numero de cabras del campesino i.

  $G \equiv \sum_{i=1}^{n} g_i$
- $C \equiv$Costo de la cabra.
- Entre mayor es el número de cabras pastando, menor es el peso de cada cabra pues estas deben repartirse el alimento. Por lo tanto el valor de cada cabra —denotado por v— dependerá del total de cabras en el pastizal (= G).
- Durante la primavera los campesinos deciden simultáneamene cuántas cabras comprar.

(a) Equilibrio de libre acceso El campesino i resuelve

$$\max_{g_i} g_i v(G) - c \cdot g_i$$

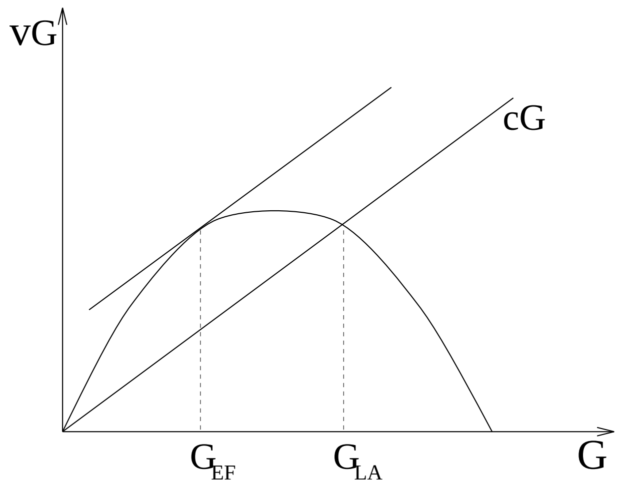

Figura 3.10: Equilibrios para $n \gg 0$

Determinamos el equilibrio de Cournot-Nash.

$\Rightarrow$

$$v(G) + g_i v'(G) - c = 0 \;\; i = 1, \ldots, n$$

$\Rightarrow$

(3.19) $$v(G_{LA}) + \frac{G_{LA}}{n} v'(G_{LA}) = c,$$

donde $G_{LA} \equiv G_{\text{LibreAcceso}}$

(b) Optimo social Maximizamos la utilidad conjunta

$$\max_{g_1,\ldots,g_n} \sum_i [g_i v(G) - c g_i] \equiv \max_G [G v(G) - cG]$$

C.P.O. $\Rightarrow$

(3.20) $$v(G_{EF}) + G_{EF} v'(G_{EF}) = c,$$

donde $G_{EF} \equiv G_{\text{Eficiente}}$

Suponiendo que $n \gg 0$ se tiene que

3.19 $\Rightarrow v(G_{LA}) = c$

3.20 $\Rightarrow \frac{d}{dG}[Gv(G)]\rfloor_{G=G_{EF}} = c$

Luego —valiéndonos del gráfico de la figura 3.10— vemos que $G_{LA} > G_{EF}$. Es fácil mostrar que en general, para cualquier $n > 2$, se sigue cumpliendo la misma condición.

Motivo para este resultado: **los campesinos no internalizan el hecho de que al aumentar su número de cabras, reducen las utilidades de los demás**.

3.3.2 Aplicaciones

Haciendo la asignación adecuada de variables, el ejemplo anterior tiene aplicaciones diversas:

1. Congestión vehicular
   - n : número de conductores
   - g_i : número de viajes
   - $v(G)$: función decreciente del tiempo de viaje
   - C : Costo fijo de cada viaje
2. Pesca : Modelo de Gordon-Schaeffer
   - n : Número de embarcaciones o de pescadores
   - g_i : Esfuerzo de pesca
   - $v(G)$: Valor de la pesca de cada pescado (Beneficio por unidad de esfuerzo)
   - C : Costo de cada unidad de esfuerzo

Capítulo 4

Bienes públicos

4.1 Definición

Un bien es público cuando cumple las siguientes condiciones:

- No rival: No hay rivalidad en el consumo; es decir, el consumo de un individuo **no** depende del consumo de otros. En otras palabras, el CMg de proveer el bien, una vez producido, a un consumidor más es cero.

  Ejemplos: Defensa Nacional, Faro.

- No excluyente: Es imposible (o extremadamente costoso) evitar que alguien usufructe del bien una vez producido. En particular, no es posible excluir a quienes **no** pagan por el bien.

  Ejemplos: Canal de Televisión, Frecuencia de Radio.

Comentario Un bien público corresponde a un caso extremo de externalidad. Se trata de un bien no excluyente que provee de una externalidad positiva a un gran número de consumidores.

4.2 Bien público discreto

Existe la posibilidad de construir **un** puente sobre el río que une dos ciudades. El costo de este proyecto asciende a \$c y se quiere determinar la conveniencia de hacerlo. La construcción del puente estará determinada por la variable G[1]:

$$G = \begin{cases} 0 \text{ si no se construye}, \\ 1 \text{ si se construye}. \end{cases}$$

El puente beneficia a N individuos $(i = 1, \ldots, N)$ que tienen las siguientes caracteristicas:

- $w_i \equiv$ Ingreso\dotación inicial del i^{esimo} individuo
- $r_i \equiv$ La disposición máxima a pagar por el puente que tiene el individuo i

[1] Esta sección está basada en Varian (1992).

- $g_i \equiv$ Contribución efectiva para el proyecto hecha por el individuo i.
- $y_i \equiv$ lo que gasta el individuo i en bienes privados. Se tiene que

$$g_i + y_i = w_i.$$

- $U_i(G, y_i) \equiv$ Función de utilidad del individuo i; depende de su consumo privado y de la existencia del puente. Notar que la primera coordenada es idéntica

Se tendrá que es deseable construir el puente si y sólo si se pueden obtener contribuciones g tales que:

$$\boxed{\sum_i g_i \geq c}$$

y

$$\boxed{\begin{array}{c} U_1(1, w_1 - g_1) \geq U_1(0, w_1) \\ . \\ . \\ . \\ U_N(1, w_N - g_N) \geq U_N(0, w_N) \\ ------- \\ \text{con al menos una desigualdad estricta} \end{array}}$$

En palabras, conviene construir si se pueden obtener contribuciones que cubran el gasto del proyecto, dejando a todos los ciudadanos mejor que sin proyecto.

Proposición

Es socialmente deseable construir el puente si y sólo si $\sum_i r_i > c$.

Dem:

$\Rightarrow$)

Por la definición de r_i se tiene que

$$U_i(1, w_i - r_i) = U_i(0, w_i)$$

$\therefore$ usando la condición de socialmente óptimo se tiene que se puede construir el puente con contribuciones g_i $(i = 1, \ldots, n)$ tales que

$$U_i(1, w_i - g_i) \geq U_i(1, w_i - r_i) \;\; i = 1, \ldots, n$$

con al menos una desigualdad estricta para algun i.

$\Rightarrow$

$$g_i \leq r_i$$

con al menos una desigualdad estricta.

$\therefore \;\; \sum_i r_i > \sum_i g_i \geq c$

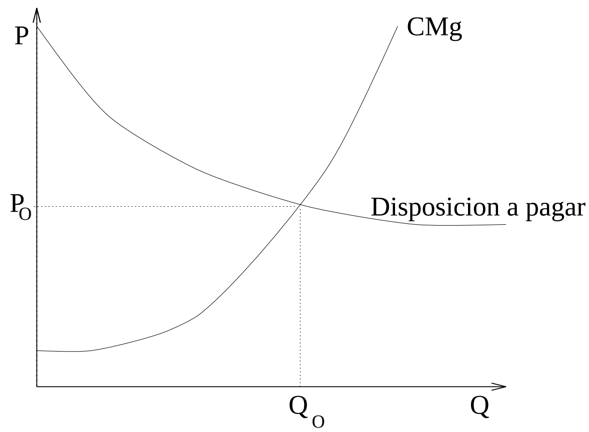

Figura 4.1: Gráfico de oferta y demanda de un bien

$\Leftarrow)$
Como $\sum r_i > c$, existirá $\varepsilon > 0$ tal que

$$g_i = r_i - \frac{\varepsilon}{n} \text{ y } \sum g_i > c$$

luego

$$\boxed{U_i(1, w_i - g_i) > U_i(1, w_i - r_i) = U_i(0, w_i).}$$

Las dos condiciones enmarcadas conforman las condiciones necesarias para que el proyecto sea socialmente deseable. ∎

4.3 Bien continuo

Equilibrio Parcial Consideremos primero el análisis de un equilibrio parcial. Recordemos que en este caso la función de demanda individual representa la disposición marginal del individuo a pagar por el bien. Al considerar la demanda colectiva, se deduce que el único equilibrio eficiente se produce en la intersección de esta curva con la curva de oferta del bien. Es decir, cuando el costo marginal de producir una unidad más es igual a la diposición a pagar por adquirir esta unidad (figura 4.1).

Disposición Marginal en q_i es igual a p_i.

- Para un bien privado:
  - Todos los consumidores enfrentan el mismo precio.
  - Cada consumidor consume q_i diferente.
  - La demanda total asociada a un precio p será igual a la suma $Q(p) \equiv \sum_i q_i(p)$. Por lo tanto, la curva de demanda agregada se genera al sumar **horizontalmente** las curvas de demanda individual (figura 4.2).
- En el caso de un bien público:

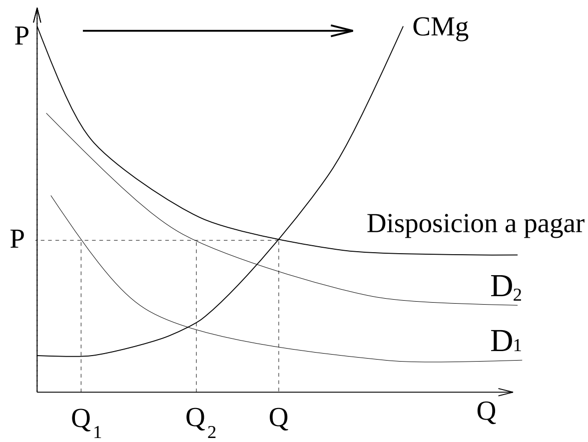

Figura 4.2: Demanda por un bien privado

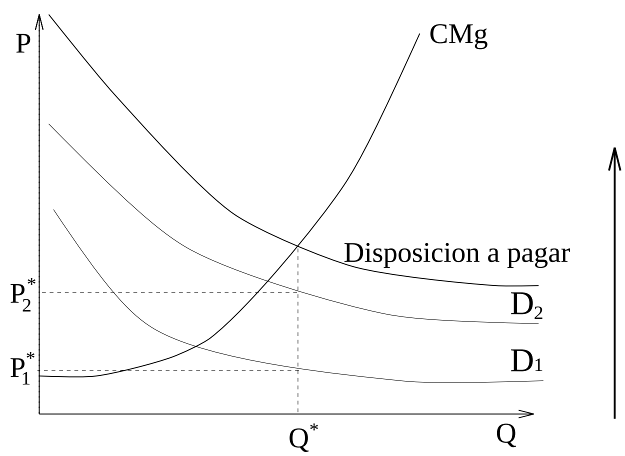

Figura 4.3: Demanda por un bien público

- La cantidad producida es común a todos.
- En este caso la disposición a pagar por una unidad más del bien será igual a la suma de disposiciones a pagar individuales. Luego, la curva de demanda agregada se genera al sumar **verticalmente** las curvas de demanda individual. Es decir, en el óptimo social, la suma de las disposiciones marginales a pagar es igual al costo marginal de producción.

  En efecto:

$$\text{Excedente total} = \left[\sum_i \int_0^Q p_i^D(\overline{Q})\,\mathrm{d}(\overline{Q})\right] - c(Q)$$

  Recordemos que esta expresión depende sólo de la cantidad producida[2] y no del precio de venta. Maximizando respecto de Q se llega a la condición deseada.

[2]Sección 1.1

Pregunta: ¿Cómo se financia el bien público?

Cada individuo paga (por unidad) de acuerdo a su propensión marginal.

En el diagrama:

$$\text{consumidor 1: Paga } P_1^*$$
$$\text{consumidor 2: Paga } P_2^*$$

La suma de estos pagos es justo lo necesario para hacer que los productores ofrezcan la cantidad socialmente óptima: Q^*.

Estos precios (cada individuo paga un precio distinto) son llamados **precios o impuestos de Lindahl**.

Equilibrio General[3] Consideremos una economía de N individuos ($i = 1, \ldots, N$) y dos bienes (X, Y) tal que

- $X \equiv$ Bien privado.
- $Y \equiv$ Bien público.
- $\overline{x}_i \equiv$ Dotación inicial de bien privado para el i^{esimo} individuo.
- Cada individuo posee una función de utilidad que depende del consumo que haga tanto de bien privado como de bien público:
$$U^i(x_i, y).$$
  Notar que el bien público es común para todo i.
- El bien público se genera en base a contribuciones de bien privado. Llamando x_i^d al aporte del individuo i tendremos que
$$x_i = \overline{x}_i - x_i^d,$$
$$y = f(\sum_i x_i^d).$$

Un equilibrio competitivo se caracteriza por tener a todos los agentes maximizando sus utilidades en forma independiente. Por lo tanto cada uno resolverá

$$\max_{x_i, y} U^i(x_i, y)$$

s.a.

$$y = f(\sum_i [\overline{x}_i - x_i])$$

Sustituyendo la restricción en la función objetivo, se tendrá que esta última sólo depende de x_i. La condición de primer orden de esta maximización es

$$U_x - U_y \cdot f' = 0$$

[3]Esta subsección es optativa; está basada en Laffont (1988).

C.P.O. $\Rightarrow$

$$\frac{U^i_x}{U^i_y} = f'.$$

La última ecuación no es nada más que la conocida relación entre tasas de sustitución, en que cada individuo mantiene una tasa de sustitución de consumo de y por x igual a la tasa de sustitución de producción de y por x.

Un equilibrio Pareto-eficiente se obtiene maximizando una función de bienestar social del siguiente tipo [4]:

$$\max_{x_1,..,x_N;y} \sum_i [\alpha_i U^i(x_i,y)]$$

$$\text{s.a.} \quad y = f(\textstyle\sum_i [\bar{x}_i - x_i])$$

Denotando por λ el coeficiente de Lagrange se obtienen las condiciones de primer orden

$$\begin{aligned} x_i: &\quad \alpha_i U^i_x = \lambda \cdot f', \\ y: &\quad \sum_i [\alpha_i U^i_y] = \lambda \end{aligned}$$

De la primera ecuación se deduce que $\alpha_i U^i_x$ es constante para todo i. Por lo tanto, al dividir la segunda ecuación por la primera, se tiene que

$$\sum_i \frac{U^i_x}{U^i_y} = f'.$$

Esta ecuación nos da una condición de eficiencia para el mercado de un bien público: **la tasa de sustitución de producción de y por x es igual a la suma de las tasas de sustitución de consumo individual de y por x.**

4.4 El problema del bolsero

Es claro entonces que para un bien público el libre mercado no es eficiente. Pero existe un problema práctico al intentar producir un equilibrio Pareto óptimo. Recordemos que para lograr un equilibrio de este tipo se necesita que cada individuo pague un precio distinto (impuesto de Lindhal) que refleja su disposición a pagar por el bien público. Este hecho genera incentivos en las personas para subdeclarar la disposición a pagar que realmente tienen. Como el bien es no excluyente, si el resto lo financia el individuo que no paga también lo puede consumir. Esta situación se conoce como el problema del bolsero (o free-rider).[5]

EJEMPLO

Volvamos al caso del equilibio general con un bien público y caractericemos las funciones de utilidad de los individuos:

$$U^i(x_i,y) \equiv x_i + \beta_i \log(y)$$

[4] Ver sección 1.3

[5] Esta sección está basada en Binger y Hoffman (1988).

con la siguiente función de producción de bien público:

$$y = \sum_i (\overline{x_i} - x_i).$$

La condición de óptimalidad resulta en

$$\sum_i \frac{\beta_i}{y} = 1$$

$\Rightarrow$

$$y = \sum_i \beta_i$$

Para llevar este equilibrio a la práctica es necesario que los individuos declaren su función de utilidad (parámetro β_i).

Sea b_i el valor que se declara en vez de β_i; los individuos "confesarán" el b_i que maximice su utilidad. Es decir cada individuo resolverá el siguiente problema

$$\max_{b_i} \quad \overbrace{(\overline{x}_i - b_i)}^{\text{consumo bien privado}} \quad + \beta_i \cdot \log \overbrace{\left(\sum_{j=1}^{N} b_j \right)}^{\text{consumo bien público}}$$

C.P.O. $\Rightarrow$

$$-1 + \frac{\beta_i}{\sum_j b_j} = 0$$

de donde

$$\boxed{b_i = \beta_i - \sum_{j \neq i} b_j}$$

Es claro entonces que los individuos tendrán incentivos para declarar un β menor al que realmente poseen. Este argumento ha sido utilizado para apoyar distintas medidas impositivas. Una de estas es la asociación obligatoria de trabajadores a un sindicato. Como un organismo sindical aboga por más privilegios para sus miembros, y al conseguirlos se logra beneficiar a todos los trabajadores (sindicalizados o no), existen incentivos claros para dejar que "otros"incurran en los costos de asociación. Así se obtiene un equilibrio en el cual no existe un sindicato o existe uno con poca fuerza negociadora, generando un escenario en el cual todos los trabajadores están peor.

Bibliografía

1. Binger, B. R. y E. Hoffman, *Microeconomics with Calculus*, Glenview: Scott, Forseman and Co., 1988

2. Engel, E., *Competencia Perfecta*, Santiago: Departamento de Ingeniería Industrial, U. de Chile, 1990

3. Engel, E., *Competencia Imperfecta*, Santiago: Departamento de Ingeniería Industrial, U. de Chile, 1990

4. Laffont, J. J., *Fundamentals of Public Economics*, Cambridge, Mass.: MIT Press, 1988

5. Nicholson, W., *Microeconomic Theory*, 5a. Ed., Fort Worth: Dryden Press, 1992

6. Pindyck, R. S. y D. L. Rubenfeld, *Microeconomics*, 2a. Ed., Nueva York: Macmillan, 1992

7. Stiglitz, J. E., *Economics of the Public Sector*, Nueva York: W. W. Norton, 1988

8. Varian, H. R., *Microeconomic Analysis*, 3a. Ed., Nueva York: W. W. Norton, 1992