INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

*IN2201 – Economía*
*Semestre Otoño 2009*
**Prof.: Leonardo Basso**
**Profs. Auxiliares: Felipe Ramirez**
**Nicolás Velásquez**

# Clase Auxiliar 5

**Lunes 11 de Mayo 2009**

**Temas a tratar:**

**Objetivo Empresa: Maximizar utilidad**

El objetivo de toda empresa en general debiera ser maximizar su utilidad. Sin embargo, una firma competirá cuando $\Pi = 0$, pues al considerar esta utilidad como cero, estamos considerando además como beneficios el costo oportunidad de que el gerente trabaje en otra empresa, los sueldos, entre otros.

**Costo Fijo**

Aquel que se paga una vez de manera periódica y no depende del nivel de producción (Ej: arriendo local)

**Costo Variable**

Aquel que sí depende del nivel de producción (Ej.: insumos)

Costos económicos = costos contables + costo de oportunidad

**Precio = costo marginal (explicar rendimiento en el margen)**

El costo marginal se refiere a cuanto me cuesta producir en el margen, es decir, si ya estoy produciendo q, cuánto me cuesta producir q+1. Como vimos al principio de la materia, en economía las decisiones siempre se toman en el margen, y por lo tanto, podemos decir que la empresa solo producirá "una unidad más de producto", si el costo de producir esa unidad es menor al precio (o la paga que obtengo por ofertar ese bien)

**¿Cuándo conviene cerrar firma?**

Cuando ni siquiera alcanzo a cubrir los costos fijos. Entonces debo producir más que mi costo medio variable.
Los criterios específicos son:
Utilidad entre –CF (no estricto) y 0 (alcanzo a cubrir costos fijos sin tener ganancias)
$P \geq CmeV(q)$
Utilidad mayor o igual a 0
$P > Cme(q)$
Esto se comprueba haciendo PI = pq – C(q) e imponiendo los tramos anteriores.

Función de Producción: $q = F(K,L)$
Productividad Marginal: Derivada de F
Función de Costos: $C(q; w,r) = rK(q; w,r) + wL(q; w,r)$

Distinción CP y LP: Variabilidad de las decisiones -> C(LP) < C(CP) para todo q; número de firmas en el mercado: CP fijo, LP variable.
Equilibrio de Largo Plazo: P y Q fijos (tal como en intersección Dda y S en competencia perfecta) y no hay incentivos para la entrada de nuevas firmas -> $\Pi=0$.
En Largo Plazo, precio es fijado por tecnología de las firmas (el precio es donde el Costo Medio es mínimo)

**Pregunta 1**
Si los costos marginales son mayores que los costos medios entonces los costos medios son decrecientes. Comente

**R:** Si los costos marginales son mayores que los costos medios, entonces los costos medios son crecientes. Esto ya que producir una unidad más me cuesta cada vez más caro por lo que en promedio los costos aumentan.

**Pregunta 2**
Suponga un mercado parcialmente competitivo, en el que no todas las firmas compiten de la misma forma. Para ilustrar esto, mostramos las funciones de oferta de dos tipos de firma.
Existen n firmas con una función de costos:
$C(q) = (25/3)q^3 - 15q^2 + 9q$
Existen m firmas con una función de costos:
$C(q) = (49/3)q^3 + 14q^2 + 4q$
Determine la oferta de la Industria. En particular, se pide:

**a)** Exprese la condición para que las firmas puedan producir, entregando valores de q y Costos Medios mínimos para cumplir lo señalado.

**R**: De acuerdo a lo mostrado en clases, debemos saber que la condición para que estas firmas es produzcan es:
$CMg \geq CMeV$
Esto quiere decir que las firmas producen solo si al producir una unidad más mi costo promedio no baja, pues probablemente al producir la siguiente, mi costo promedio seguirá bajando, y me convendrá seguir produciendo. La idea es llegar al punto en el que, al producir una unidad más, el costo medio comience a subir (y esto se da en el Mínimo de los Costos Medios).

$CMg1 = 25q^2 – 30q + 9 = (5q – 3)^2$
$CMg2 = 49q^2 + 28q + 4 = (7q + 2)^2$

Nos interesa entonces, que los costos medios sean crecientes y además que $q \geq 0$.

$CMg_1 \geq CMeV_1$
$25q^2 – 30q + 9 \geq (25/3)q^2 - 15q + 9$
$(50/3)q2 \geq 15q$
$q \geq 9/10$
Reemplazando en el Costo Marginal:
$CMg_1 \geq 2,25$

$CMg_2 \geq CMeV_2$
$49q^2 + 28q + 4 \geq (49/3)q^2 + 14q + 4$
$(98/3)q^2 + 14q \geq 0$
$q \geq 0$
Reemplazando en el Costo Marginal:
$CMg_2 \geq 4$

**b)** Si tenemos que el producto que éstas firmas venden se transa en el mercado a un precio p, ¿cuáles son las cantidades de equilibrio?

**R:** Las firmas van a hacer:
$CMg = p$

Firma 1:

$$25q^2 - 30q + 9 = p$$

$$25q^2 - 30q + (9 - p) = 0$$

$$q_1 = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 100(9 - p)}}{50}$$

$$q_1 = \frac{30 \pm 10\sqrt{p}}{50}$$

$$q_1 = \frac{3 \pm \sqrt{p}}{5}$$

Como CMg[1] ≥ 2,25

$$q_1 = \frac{3 \pm \sqrt{p}}{5} \text{ s.a. } p \geq 2{,}25$$

Firma 2:

$$49q^2 + 28q + 4 = p$$

$$49q^2 + 28q + (4 - p) = 0$$

$$q_2 = \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 196(4 - p)}}{98}$$

$$q_2 = \frac{-4 \pm 2\sqrt{p}}{14}$$

$$q_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{p}}{7}$$

Como $CMg_2 \geq 4$

$$q_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{p}}{7} \text{ s.a. } p \geq 4$$

**c)** Exprese la oferta agregada

**R:**

$$Q = \begin{cases} 0; p < 2{,}25 \\ nq_1(p); 2{,}25 \leq p < 4 \\ nq_1(p) + mq_2(p); p \geq 4 \end{cases}$$

**d)** Si la demanda está dada por:

$$Q_D = 5000 - 3000\sqrt{p}$$

Determinar el equilibrio con m = 7.
Hint: Dado que p es desconocido, analice los valores extremos para responder la pregunta.

**R:** De la forma de la función de demanda, se puede ver que ésta alcanza el valor 0 cuando p=4. Por lo tanto, para obtener valores deseables, usamos el segundo intervalo de la función de oferta Q.

$$5000 - 3000\sqrt{p} = n \cdot \frac{3 \pm \sqrt{p}}{5}$$

$$p^{1/2} = \left( \frac{5000 - \frac{3n}{5}}{3000 + \frac{n}{5}} \right)$$

Por la parte b), sabemos que p debe ser mayor a 2,25 para que la utilidad de la Empresa sea positiva.
p1/2 ≥ 1,5 => p ≥ 2,25

$$p^{1/2} = \left( \frac{5000 - \frac{3n}{5}}{3000 + \frac{n}{5}} \right) \geq 1{,}5$$

$$5000 - \frac{3n}{5} \geq 4500 + \frac{3n}{10}$$

$$500 \geq \frac{9n}{10}$$

$$n \leq 555{,}5$$

Determinamos que solo se alcanza el equilibrio si:
n ≤ 555
En los otros intervalos no hay equilibrio.

**Pregunta 3**
Un importante empresario desea abrir un aserradero. El sabe que como insumos de su negocio, va a utilizar roble, pino y mañío. La función de producción se representa como sigue:
$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^a x_2^b x_3^c$, con a+b+c=1. (indica retornos constantes a escala)
¿Cómo calcula el Empresario la Función de Costos? Se pide calcular $C(q,w_1,w_2,w_3)$.

**R:** El procedimiento estándar para resolver la función de costos, a partir de la función de producción se grafica en el siguiente problema:

Paso 1: Plantear la función

Mín $w_1x_1+w_2x_2+w_3x_3$
s.a. $F(x_1, x_2, x_3)=q$

Lo anterior tiene base teórica en lo siguiente: Al derivar una función de costos para una Empresa, queremos representar a través de ella una combinación óptima de insumos que entregue costos lo más bajos posibles (siguiendo el supuesto de que los "individuos son racionales" en la economía). Es por eso que se elije una combinación de insumos que permita el menor costo de producir bajo esas condiciones.

Paso 2: Caracterizar la función de producción
Para poder determinar la función de costos de buena manera, se debe chequear cuáles son las condiciones de la función de producción, ya que la primera depende de la segunda. Las preguntas que debemos hacernos son: ¿Cuáles son los límites de la función de producción? ¿Es una función por partes? ¿Cuál es su dominio? Esto sin

duda determinará los límites de la función de costos, y además arrojará si la función tendrá “cortes” o no.

En este caso, tenemos una función absolutamente continua (si pudiéramos graficarla en el plano 3-D, veríamos claramente esto), sin restricciones de dominio.

Paso 3: Lagrangeano.
El cálculo del Lagrangeano es un proceso que permite determinar el valor de las distintas variables de la función, sujetos a algún tipo de restricción. Esto permite “derivar parcialmente”, para encontrar las condiciones óptimas sujetas a la variación de cada uno de los insumos con respecto a la función original.

El Lagrangeano es:
$L = C(q,w) + \lambda(q - F(x_1, x_2, x_3))$
Para este caso:
$L = w1x1 + w2x2 + w3x3 + \lambda(q - (x_1^a x_2^b x_3^c))$
Ahora derivamos con respecto a cada una de las variables:
$dL/dx_i = 0 \Rightarrow$
$w_1 - \lambda(a x_1^{a-1} x_2^b x_3^c) = 0$
$w_2 - \lambda(x_1^a b x_2^{b-1} x_3^c) = 0$
$w_3 - \lambda(x_1^a x_2^b c x_3^{c-1}) = 0$

Luego, se despeja cada una de las ecuaciones como sigue (para mayor comodidad):

$$w_1 - \lambda \frac{a}{x_1}(x_1^a x_2^b x_3^c) = 0$$
$$\Rightarrow w_1 = \frac{\lambda aq}{x_1}; w_2 = \frac{\lambda bq}{x_2}; w_3 = \frac{\lambda cq}{x_3}$$
$$\Rightarrow \frac{x_1 w_1}{a} = \frac{x_2 w_2}{b} = \frac{x_3 w_3}{c}$$
$$\Rightarrow x_2 = \frac{b w_1 x_1}{a w_2}; x_3 = \frac{c w_1 x_1}{a w_3}$$

Ahora, reemplazando $x_1$, $x_2$ y $x_3$ en la función de costos:

$$x_1 x_2 x_3 = q$$
$$\Leftrightarrow x_1^a \frac{b^b}{a^b} \frac{w_1^b}{w_2^b} x_1^b \frac{c^c}{a^c} \frac{w_1^c}{w_3^c} x_1^c = q$$
$$\Leftrightarrow x_1 \frac{b^b c^c}{a^{b+c}} \frac{w_1^{b+c}}{w_2^{b+c}} = q$$
$$\Leftrightarrow x_1 \left(\frac{b}{w_2}\right)^b \left(\frac{c}{w_3}\right)^c \left(\frac{w_1}{a}\right)^{1-a} = q$$

Entonces, cada una de las variables queda como sigue:

$$x_1 = q\left(\frac{w_2}{b}\right)^b\left(\frac{w_3}{c}\right)^c\left(\frac{a}{w_1}\right)^{1-a}$$

$$x2 = q\left(\frac{w_1}{a}\right)^a\left(\frac{w_3}{c}\right)^c\left(\frac{b}{w_2}\right)^{1-b}$$

$$x_3 = q\left(\frac{w_1}{a}\right)^a\left(\frac{w_2}{b}\right)^b\left(\frac{c}{w_3}\right)^{1-c}$$

$$\Rightarrow C(q,w) = q\left(\frac{w_2}{b}\right)^b\left(\frac{w_3}{c}\right)^c\left(\frac{a}{w_1}\right)^{1-a} w_1 + q\left(\frac{w_1}{a}\right)^a\left(\frac{w_3}{c}\right)^c\left(\frac{b}{w_2}\right)^{1-b} w_2 + q\left(\frac{w_1}{a}\right)^a\left(\frac{w_2}{b}\right)^b\left(\frac{c}{w_3}\right)^{1-c} w_3$$

**Pregunta 4**

En Rucalandia, la industria de los calcetines es perfectamente competitiva. Cada firma opera en el mercado con una función de producción:

$f(K,L) = K^{1/2} L^{1/2}$

Donde K representa la materia prima y L la mano de obra. El precio de la mano de obra es w = 1. El precio de K no se puede considerar constante ya que los proveedores aplican descuentos por volumen. Así, el costo total de comprar K unidades de materia prima viene dado por:

$$z(K) = 2K^{2/3} \quad (K > 1)$$

La demanda por calcetines en este país es perfectamente elástica y está dada por:

$P^D = 3$

**a)** Determine la función de costos de cada firma.
**b)** ¿Cuál es la función de oferta de cada firma?
**c)** ¿Qué sucede con el equilibrio de largo plazo de la industria?. Explique qué le sucederá a este mercado.

**Solución:**

**a)** Se resuelve $\max \Pi = P \times f(K,L) - (rK + wL)$

Aquí se debe tener cuidado, ya que no se puede llegar y aplicar PMgL/ PMgK = w/r debido a que ahora es z(K).

Del enunciado se sabe que $z(K) = 2K^{2/3}$ corresponde al costo de comprar K unidades.

La condición de maximización queda: $\max \Pi = P \times f(K,L) - (2K^{2/3} + wL)$,

Además, w = 1, $f(K,L) = K^{1/2} L^{1/2}$, reemplazando:

$\max \Pi = P \times (K^{1/2} L^{1/2}) - (2K^{2/3} + L)$.

Ahora si se puede seguir con el procedimiento de maximizar c/r a K y a L. Lo importante era darse cuenta que no se podía llegar y aplicar PMgL/ PMgK = w/r, y entender de adónde sale esto

Derivando c/r a L: $1 = (1/2) \times P \times L^{-1/2} K^{1/2}$ (1)

Derivando c/r a K: $(4/3)K^{-1/3} = (1/2) \times P \times K^{-1/2} L^{1/2}$ (2)

Dividiendo estas dos ecuaciones (si se fijan es el mismo mecanismo de
PMgL/ PMgK = w/r) queda:
(2):(1) =>
$(4/3)\ K^{-1/3} = L/K$ => $(4/3)\ K^{2/3} = L$ (Relación entre los factores de producción)

pero $q = f(K,L) = K^{1/2} L^{1/2} = K^{1/2} [(4/3)\ K^{2/3}]^{1/2} = (4/3)^{½}\ K^{5/6}$

despejando K de la ecuación:

$K = (¾)^{3/5}\ q^{6/5}$ (Lo importante de llegar a ésto es poder escribir C(q,r,w) y no dependiendo de K ni L.

=> $C(q) = Lw + rK = (4/3)\ K^{2/3} \times 1 + 2K^{2/3} = (10/3)\ K^{2/3}$

reemplazando K(q): $C(q) = (10/3)\mathrm{x}(3/4)^{2/5} q^{4/5} = A\ q^{4/5}$ , con A = cte.

**b)** La oferta se determina con P = CMg

⇨ $CMg = B\ q^{-1/5}$ , con B = cte = A x (4/5)

La función de oferta de la firma es: $q_s = (P/B)^{-5}$
Supongo que esto no es de la solucion.
Nota: La corrección de esta parte la hice independiente de lo habían llegado en (a).
Varias personas dejan la curva de oferta dependiendo de K y L...debe ser q(P) y constantes del problema.

**c)** Los Cme de la firma son:

$Cme = A\ q^{-1/5}$ => decrecientes => retornos crecientes de escala.

Esto significa que no habrá equilibrio de largo plazo (en competencia perfecta). Con el tiempo las firmas en la industria producirán cantidades mayores del bien. El número de firmas en la industria será cada vez menor. Eventualmente quedará sólo una firma en la industria.