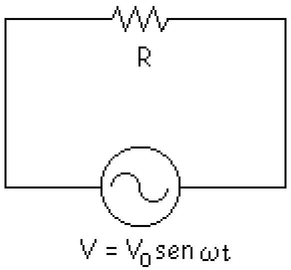
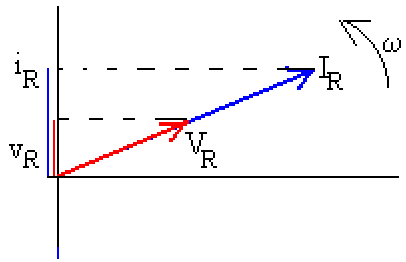
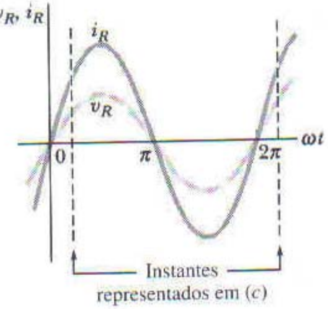
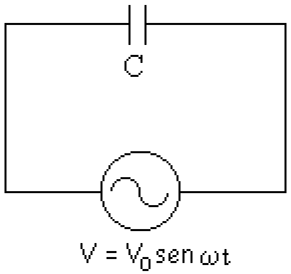
Fasores

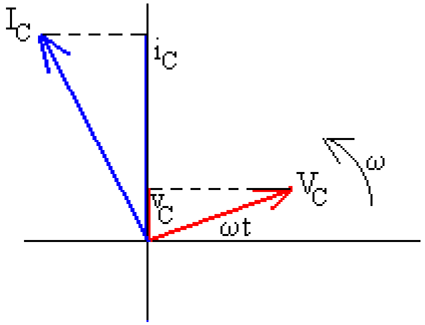
Vectores rotantes. La longitud de un fasor es proporcional a la amplitud de la magnitud involucrada, I_R o V_R, por ejemplo. La proyección del vector en el eje vertical es proporcional a su valor instantáneo de esa magnitud alterna, v_R, i_R, por ejemplo.

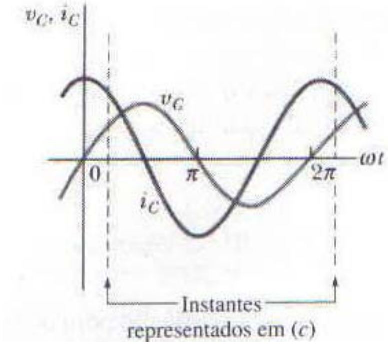




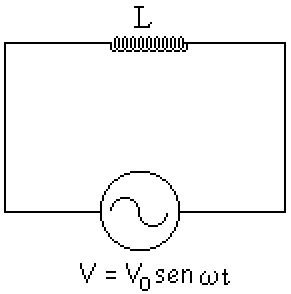


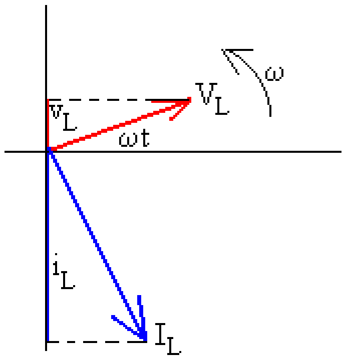


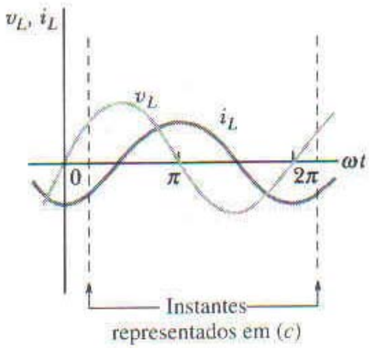




Para un condensador, la **intensidad i_C está adelantada 90º** respecto a la diferencia de potencial v_C.







La **intensidad** *iL* de la bobina **está retrasada 90º** respecto de la diferencia de potencial entre sus extremos *vL*.

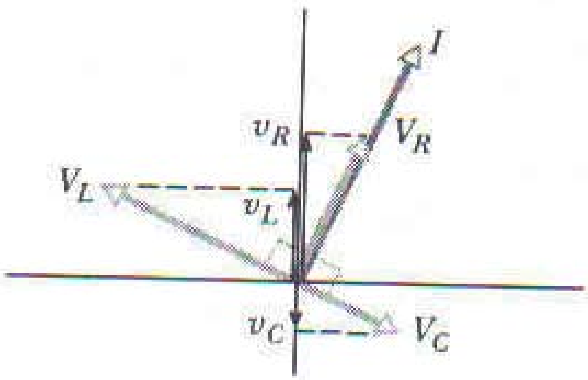
Fasores

http://exa.unne.edu.ar/depar/areas/fisica/electymagne/TEORIA/elecmagnet/induccion/alterna/alterna.htm

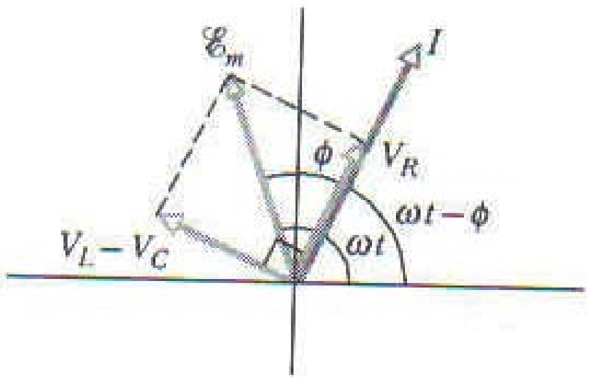
Circuitos LCR en Serie

Misma corriente en todo el circuito. Distintas diferencias de potencial en los diferentes elementos del circuito.

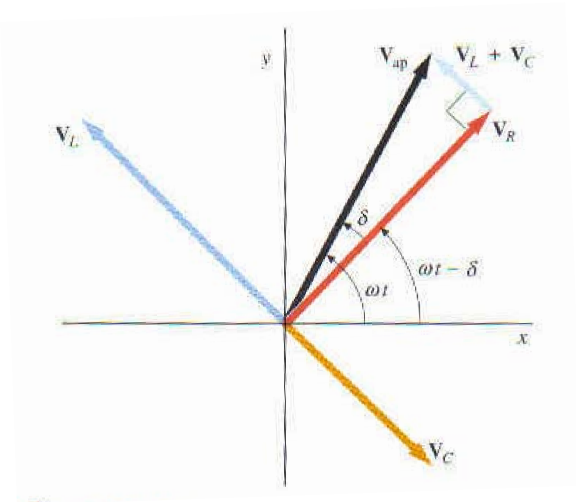
En un circuito LCR:



(b)



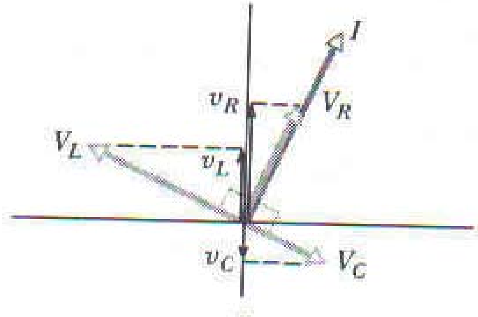
(c)



$$\varepsilon = v_R + v_C + v_L$$

Circuito LRC en Serie

Los tres fasores representando los voltajes a través de los tres elementos del circuito R,C y L.

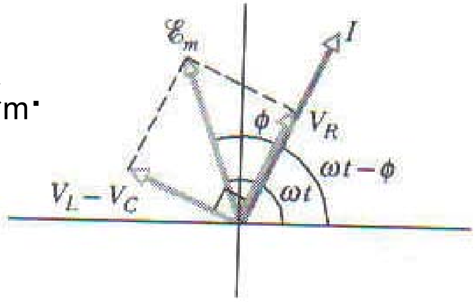


(b)

La corriente esta en fase con v_R

Avanzada 90º sobre v_C

Retrazada 90º sobre V_L



(c)

La suma algebraica de los fasores V_R, V_C, V_L es igual a ε_m.

Φ = diferencia de fase entre la corriente y la fem.

V_L-V_C es perpendicular a V_R. Notamos también:

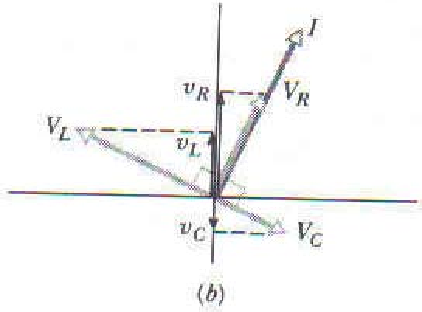
$$\varepsilon_m^{\ 2} = V_R^{\ 2} + (V_L - V_C)^2$$

Circuito LRC en Serie

De acuerdo con las amplitudes, podemos reescribir:

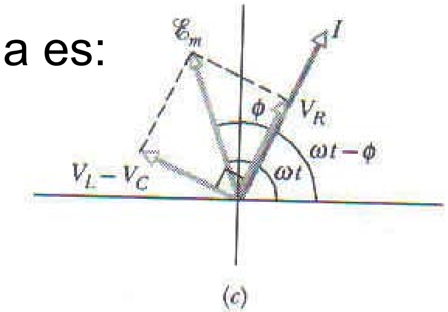
$$\varepsilon_m^{\ 2} = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2$$

Que nos permite concluir que:



$$I = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

La **impedancia del circuito Z** para la frecuencia considerada es:



$$Z = \sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Reinscribiendo: $I = \dfrac{\varepsilon_m}{Z}$ Sustituyendo X_L y X_C:

$$I = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{(R)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

Amplitud de la corriente

Circuito LRC

A partir de esa ecuación, vemos que el valor máximo de I ocurre cuando:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad \text{o} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \text{resonancia}$$

Así como vimos, el valor de la corriente I en la resonancia es ε_m/R.

La constante de fase Φ:

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

En el ejemplo fue elegido arbitrariamente XL>XC; supongamos que el circuito es mas inductivo que capacitivo. La ecuación

$$I = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{(R)^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

muestra que con relación a amplitud de la corriente, eso no importa, pues (XC – XL) esta elevada al cuadrado. Pero para calcular la fase de la corriente en relacion a la fem aplicada, eso es importante.

Circuitos LCR en Paralelo

Circuitos en paralelo: Misma diferencia de potencial en los diferentes elementos del circuito. Distintas corrientes en los diferentes elementos del circuito.

La corriente en la resistencia esta en fase con su diferencia de potencial y tiene modulo:

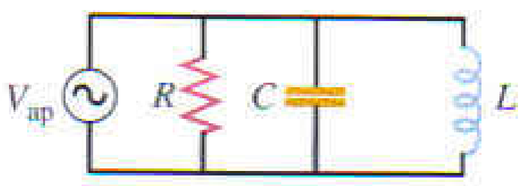
$$I_R = \frac{V_m}{R}$$

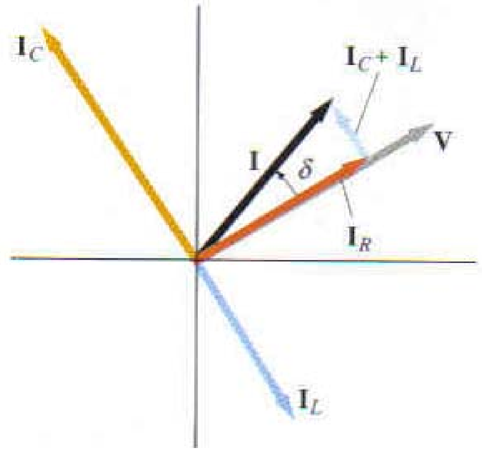
Como la diferencia de potencial que aparece en el inductor adelanta a la corriente que circula por el inductor en 90º, esta ultima se retrasa respecto a la tensión en 90º y el fasor I_L tiene modulo:

$$I_R = \frac{V_m}{X_L}$$

Análogamente, la corriente en el condensador se adelanta a la tensión en 90º, y el fasor I_C tiene modulo:

$$I_C = \frac{V_m}{X_C}$$





La corriente total I es la suma de las corrientes individuales

Circuitos LCR en Paralelo

Modulo de la corriente total:

$$I = \sqrt{I_R{}^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{V}{R}\right)^2 + \left(\frac{V}{X_L} - \frac{V}{XC}\right)^2} = \frac{V}{Z}$$

La impedancia total es:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

Filtros pasa alto y pasa bajo

Consideraciones con respecto a la amplitud del voltaje en el condensador:

1- **Para frecuencias suficientemente elevadas**, la amplitud del voltaje en el condensador se hace muy pequeña.

2- **Para frecuencias suficientemente bajas**, la amplitud es aproximadamente constante y cercana a la del generador de señal.

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

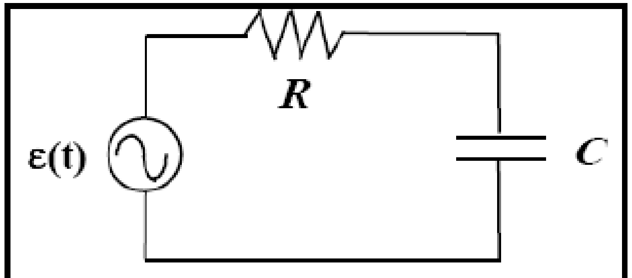


Fig.1

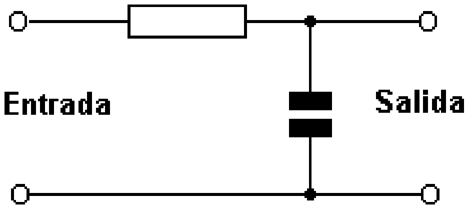
Frecuencia de corte de filtro RC (f_c) (pasa bajo y pasa alto): delimita ambas regiones de frecuencia.

$$\omega = \frac{1}{RC}(rad/s) \rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}(Hz)$$

Función Transferencia

Función trasferencia: La relación SALIDA/ENTRADA se denomina función transferencia del sistema, y es una magnitud que depende de la frecuencia.

Filtro pasa bajo



$$V_{out} = V_C = IX_C$$ amplitud

$$I = \frac{V_{in}}{Z} \qquad Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$$

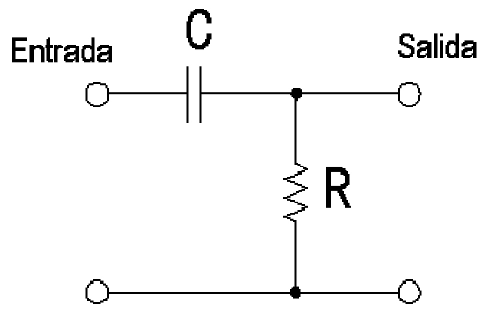
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C{}^2}} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{\frac{R^2(\omega C)^2 + 1}{(\omega C)^2}}} =$$

$$\frac{\frac{1}{\omega C}}{\frac{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}{\omega C}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}$$

Función transferencia del filtro pasa bajo

Filtros pasa alto y pasa bajo

Circuito RC como filtro “pasa-alto”



$$V_{out} = V_R = IR$$ amplitud

$$I = \frac{V_{in}}{Z} \qquad Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$$

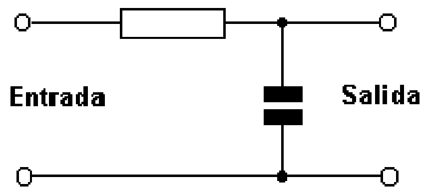
Función trasferencia:

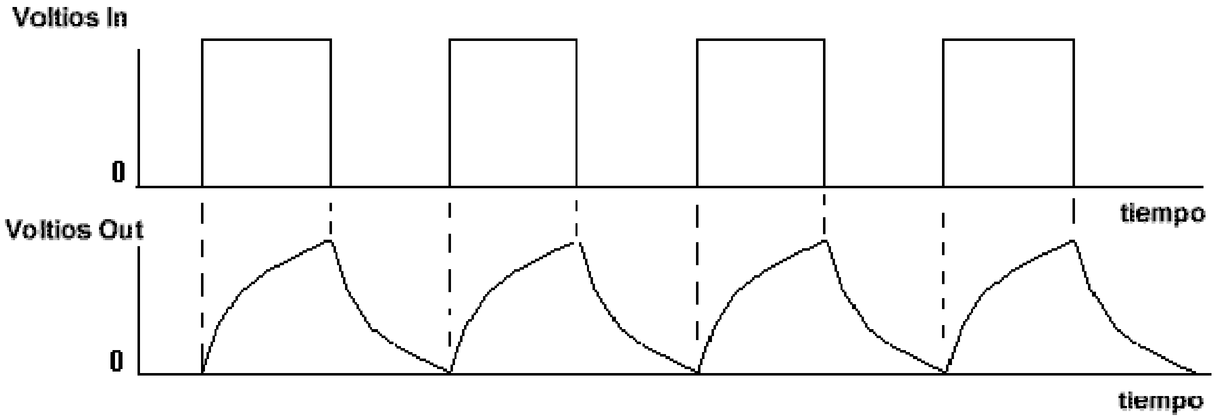
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C{}^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} = \frac{R}{\sqrt{\frac{(\omega RC)^2 + 1}{(\omega C)^2}}} = \frac{R}{\frac{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}}{\omega C}}$$

$$= \frac{R\omega C}{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}} \cdot \frac{1/\omega RC}{1/\omega RC} = \frac{1}{\frac{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}}{\omega RC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(\omega RC)^2 + 1}{(\omega RC)^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\omega RC)^2} + 1}}$$

Filtros pasa alto y pasa bajo

Circuito Integrador: RC como filtro “pasa-bajo”





Filtros pasa alto y pasa bajo

Circuito Diferenciador: RC como filtro “pasa-alto”