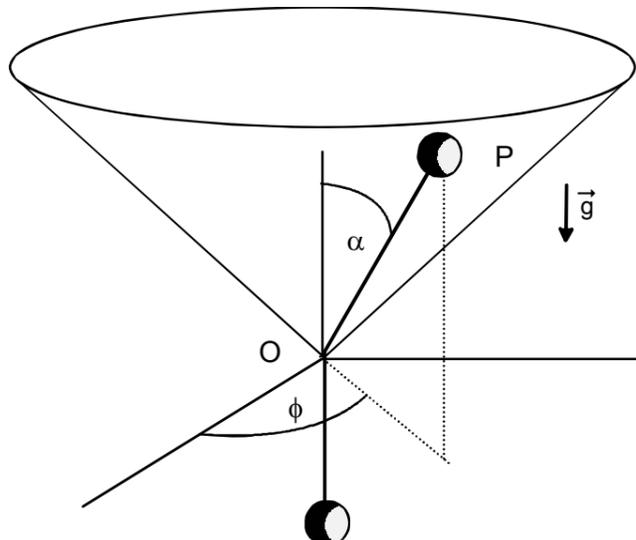


**FI 2A1 MECANICA. Control 2**

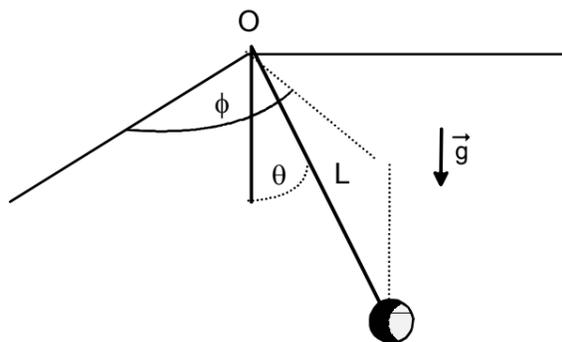
Haga sus deducciones con prolijidad y explíquelas. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos. La claridad de su presentación puede darle puntos. Cada pregunta debe ser respondida en una hoja separada.

1) Considere dos partículas de masa igual  $m$ . Una está apoyada sobre el interior de una superficie cónica lisa de semi ángulo  $\alpha$  cuya altura es vertical. Esa partícula está unida a la otra mediante un hilo que pasa por un agujero en el vértice del cono y que se mueve sólo verticalmente. Si llamamos  $r = OP$  e inicialmente  $r(0) = r_0$ ,  $\dot{r}(0) = 0$ ,  $\dot{\phi}(0) = \Omega$ .



- (2p) Escriba las ecuaciones de movimiento para las dos partículas.
- (1p) Integre la componente  $\hat{\phi}$  de la ecuación de movimiento.
- (1p) Elimine  $\phi$  en la ecuación radial y determine el potencial efectivo para la coordenada  $r$ .
- (1p) Demuestre que la trayectoria circular con  $r$  constante, es estable.
- (1p) Determine el valor inicial de  $r_0$  en términos de  $\Omega$  para tener esa trayectoria circular.

2) Considere un péndulo esférico donde las coordenadas esféricas son  $r = L, \theta, \phi$ . No hay roce. Suponiendo que las condiciones iniciales son  $\theta(0) = \theta_0, \dot{\theta}(0) = 0, \dot{\phi}(0) = \Omega$ , y tales que  $\frac{g}{L\Omega^2} < 1$  se pide ( 1 punto c/u)



- Escriba e integre la componente  $\hat{\phi}$  de la ecuación de movimiento.
- Escriba la expresión para la energía en términos de la variable  $\theta$  solamente.
- Identifique el potencial efectivo para la coordenada  $\theta$ .
- Determine los ángulos  $\theta$  extremos.
- Determine  $\theta_0$  para que  $\theta$  no varíe.
- ¿Es ese movimiento estable?

3) Considere una partícula de masa  $m$  la cual se mueve alrededor de un punto O desde el cual se ejerce una fuerza de atracción de magnitud  $f(\rho) = k\rho^3$  siendo  $\rho$  la distancia de la partícula al punto. En lo que sigue se pide estudiar la dinámica de la partícula cuando es colocada en movimiento a una distancia  $\rho_0$  del punto O con una velocidad perpendicular a la línea de O a la partícula y de magnitud  $v_0$ .

- Determine las ecuaciones de movimiento y escriba la energía mecánica total.
- Encuentre la relación entre  $\rho_0$  y  $v_0$  para que la órbita sea circular.
- Obtenga la frecuencia de oscilaciones pequeñas en torno a esta órbita circular.
- Determine si en la aproximación de oscilaciones pequeñas la órbita es cerrada.

En esféricas  $v_r = \dot{r}, v_\theta = r\dot{\theta}, v_\phi = r \sin \theta \dot{\phi}$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta,$$

$$a_\phi = 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta + r\ddot{\phi} \sin \theta$$