

Auxiliar - Jueves 28 Mayo

FI2001 - Mecánica

Prof. Luis Rodriguez

Semestre Otoño 2009

Auxs: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

P1

Una circunferencia de radio ρ_o , en un plano vertical, gira en torno a un eje fijo con velocidad angular ω . El centro de la circunferencia describe, en su giro, una circunferencia de radio R . El plano de la circunferencia se mantiene siempre perpendicular al vector \vec{R} de la figura. Una partícula de masa m puede deslizar sin roce por la circunferencia de radio ρ_o . El problema es describir la ecuación de movimiento para esta partícula y sus propiedades. Para hacerlo puede escoger el sistema de referencia S' que desee.

- Defina claramente el sistema S' escogido y calcule las fuerzas centrífuga, de Coriolis y transversal que actúan sobre la partícula.
- Obtenga la ecuación de movimiento completa y de ella obtenga una ecuación -sin coeficientes desconocidos- para el ángulo ϕ de la forma:

$$\ddot{\phi} = f(\phi) \quad (1)$$

- Discuta bajo qué condiciones la posición $\phi = 0$ es estable/inestable y, en los casos en que $\phi = 0$ sea estable, obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ese ángulo.

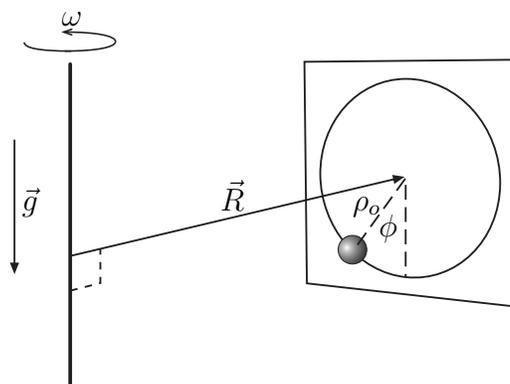


Fig. P1

P2

Un anillo de masa m se encuentra inserto en un aro circular vertical de radio R . El aro se encuentra soldado a una barra horizontal OP de largo R que lo hace girar con velocidad angular constante $\vec{\Omega}_o$ respecto a un eje vertical que pasa por O . Un resorte ideal de constante elástica k y largo natural nulo liga, a través del aro, al anillo con el punto P . Se pide:

- Determinar la magnitud de la velocidad angular Ω_o si el anillo permanece en reposo relativo al aro cuando se encuentra ubicado en el punto A (el punto más alto del aro).
- Determinar la rapidez relativa al aro mínima que el anillo debe tener en el punto A para que, en su movimiento, alcance a llegar al punto B (punto opuesto a P).
- Para la condición de **(b)**, determinar la(s) fuerza(s) que el aro ejerce sobre el anillo en los puntos A y B .

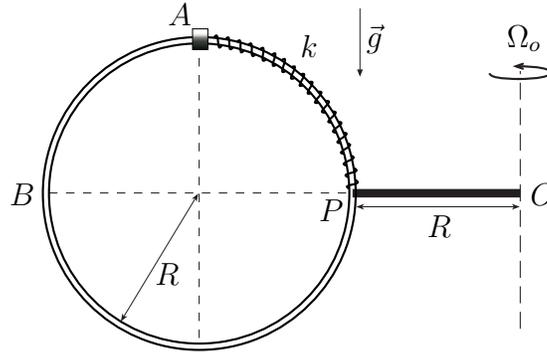


Fig. P2

Respuestas:

(Jamás asumir que están exentas de errores.)

R1: (b) $\ddot{\phi} = \sin \phi (\omega^2 \cos \phi - \frac{g}{\rho_o})$; (c) $\phi = 0$ es pto. de equilibrio estable si $\omega^2 < \frac{g}{\rho_o}$.

En ese caso: $\omega_{p.o.}^2 = \frac{g}{\rho_o} - \omega^2$;

R2: (a) $\Omega_o^2 = \frac{k\pi}{4m}$; (b) $\dot{\theta}_A^2 = \frac{3k\pi^2}{4m} - \frac{2g}{R} - 5\Omega_o^2$; (c) $\bullet \vec{N}_A = (3mg + 5mR\Omega_o^2 - \frac{3kR\pi^2}{4})\hat{r} + 2mR\Omega_o^2[\frac{3k\pi^2}{4m} - \frac{2g}{R} - 5\Omega_o^2]^{1/2}\hat{k}'$ $\bullet \vec{N}_B = 3mR\Omega_o^2\hat{r}$;