Auxiliar - Jueves 30 Abril

FI2001 - Mecánica
Prof. Luis Rodriguez
Semestre Otoño 2009
Auxs: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

P1

Un resorte de constante elástica k y largo natural b tiene una partícula de masa m en un extremo, mientras que el otro extremo está fijo a una pared en un punto Q. Una barra ideal (masa despreciable) de largo $\sqrt{2}b$ está sujeta en un extremo a una rótula, a distancia $\sqrt{2}b$ bajo Q como lo indica la figura. En el otro extremo la barra está fija a la partícula de masa m.

(a) ¿Cuánto debe valer m para que $\phi = \pi/2$ se un punto de equilibrio estable del sistema?

(b) Obtenga la frecuencia angular de pequeñas oscilaciones en torno a ese punto de equilibrio.

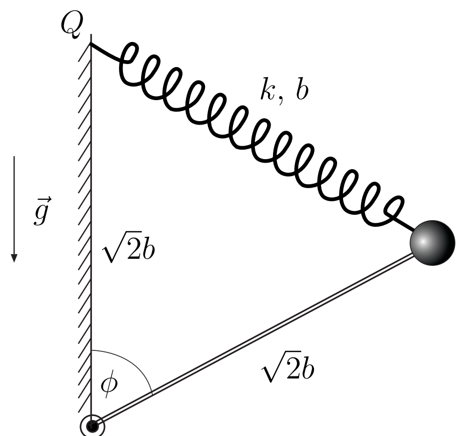

Fig. P1

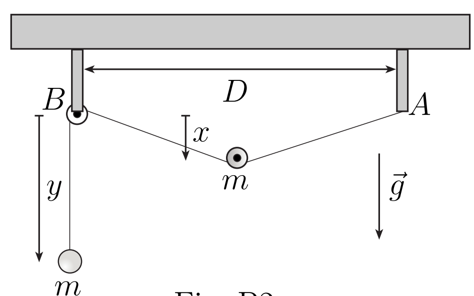

Fig. P2

P2

Un hilo de largo L que está sujeto a un punto A pasa por una masa libre m (puede deslizar por el hilo sin roce), pasa por una polea fija B y luego termina vertical, teniendo en su otro extremo otra partícula de masa m. La parte vertical del hilo tiene un largo y variable, como sugiere la figura. La masa libre se mantiene siempre equidistante de los puntos A y B pero puede subir o bajar, de modo que los tres puntos siempre forman un triángulo isósceles. La distancia entre A y B es D.

(a) Obtenga una relación entre la posición vertical y de la masa de la izquierda y la posición vertical x de la masa central para luego obtener la energía potencial asociada a este sistema. Obtenga valor(es) de x para posicion(es) de equilibrio. Describa su estabilidad.

(b) Escriba la energía cinética K del sistema en función de x y de $\dot{x}$.

(c) Obtenga la expresión aproximada para K en torno a la(s) posicion(es) de equilibrio y obtenga la(s) frecuencia(s) de pequeñas oscilaciones.

$\boxed{\textbf{P3}}$

Una partícula de masa m está sometida a la fuerza central que proviene de la energía potencial:

$$U(r) = a^2 \ln \frac{r}{r_o}$$

(a) Determine el radio r_c de la órbita circunferencial caracterizada por una velocidad angular ω_o conocida y no nula. Determine también el momento angular l_o asociado a ella.

(b) Determine la frecuencia $\omega_{p.o.}$ de las pequeñas oscilaciones del valor de $r(t)$ en torno a $r = r_c$ cuando la órbita es levemente no circunferencial pero tiene el mismo valor l_o del momento angular. ¿Cuanto vale $\omega_o/\omega_{p.o.}$?¿Se trata de una órbita cerrada?

Respuestas:
(Jamás asumir que están exentas de errores.)

***R*1: (a)** $m = \frac{kb}{g\sqrt{2}}$; **(b)** $\omega_{p.o.}^2 = \frac{k}{4m}$;

***R*2: (a)** $x_{eq} = \frac{D}{2\sqrt{3}}$; **(b)** $K = \frac{1}{2}m\left(\frac{D^2+20x^2}{D^2+4x^2}\right)\dot{x}^2$; **(c)** $\omega_{p.o.}^2 = \frac{3\sqrt{3}g}{4D}$;

***R*3: (a)** $r_c = \frac{a}{\omega_o\sqrt{m}}$, $l_o = \frac{a^2}{\omega_o}$; **(b)** $\omega_{p.o.}^2 = 2\omega_o^2$, $\frac{\omega_o}{\omega_{p.o.}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad\therefore$ **no es una órbita cerrada;**