Clase Auxiliar FI2001 Mecánica

Profesor: Luis Rodriguez

Auxiliares: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

24/Abril/2009

P1. Considere una partícula de masa m que se mueve en orbita circular de radio ρ_0 alrededor de un punto desde el cual se ejerce una fuerza de atraccion de magnitud:

$$f(\rho) = \frac{k}{\rho^3}$$

a) Si en un cierto instante se le da un impulso radial a la partícula de modo que adquiere instantaneamente una velocidad radial $\dot{\rho} = v_1$, determine a qué valor tiende la rapidez de la partícula cuando el tiempo tiende a infinito.

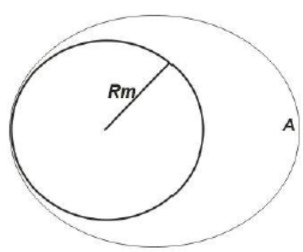
b) Si a partir de la situación descrita inicialmente (la partícula se mueve en órbita circular) se acelera instantaneamente la partícula en su dirección de movimiento, de modo de duplicar la rapidez que tenía en orbita circular, dibuje un diagrama esquemático del potencial efectivo resultante despues del impulso y calcule a qué valor tiende la rapidez de la partícula en la medida que se aleja del origen (en otras palabras, cuando ρ tiende a infinito).

P2. Una nave espacial de masa m se acerca Marte (masa M) en trayectoria parabólica, bajo la acción de la gravedad marciana. Cuando -a distancia r_A- alcanza el punto A de mínima distancia al planeta, usa sus cohetes para frenar tangencialmente a la trayectoria disminuyendo su velocidad. La frenada es instantanea de modo que queda en el mismo punto A pero en una trayectoria elíptica, tal que aterriza (¿amartiza?) en Marte (de radio R_M) tangencialmente en la forma que se indica en la figura.

a) Obtenga la rapidez v_A en A antes de frenar.

b) La pérdida de energía debido al freno.

c) Determine la rapidez con la que llega a la superficie de Marte.



P3. Una partícula de masa m se encuentra sobre una superficie horizontal con la cual tiene un coeficiente de roce cinético desconocido. La partícula está ligada mediante un resorte ideal de largo natural L_0 y constante elástica k a un punto fijo P ubicado a una altura $H = L_0$ sobre la superficie. Se cumple la condición $kL_0 = mg$. Inicialmente el resorte se encuentra en posición verticál y la partícula se mueve sobre la superficie hacia la derecha. Se pide:

a) Demostrar que la partícula nunca se separa de la superficie, independiente de cual sea la condicion inical del movimiento.

b) Si al impulsar la partícula con velocidad v_0 desde la posición donde $\theta = 0$ se verifica que ésta avanza hasta un punto donde $\theta = \pi/4$, determine el cambio de energía mecánica total de la partícula entre las dos posiciones.

c) Determine una expresión que permita calcular el valor del coeficiente de roce cinético μ.

Respuestas:

(Jamás asumir que están exentas de errores.)

P1: a) $v \xrightarrow{t\to\infty} v_1$; b) $v \xrightarrow{\rho\to\infty} \dfrac{1}{\rho_0}\sqrt{\dfrac{3k}{m}}$

P2: a) $v_A = \sqrt{\dfrac{2GM}{r_A}}$; b) $\Delta E = -\dfrac{GMm}{R_M + r_A}$; c) $v_B = \sqrt{\dfrac{2GM}{R_M + r_A}\dfrac{r_A}{R_M}}$

P3: b) $\triangle E = \dfrac{k}{2}L_0^2(\sqrt{2}-1)^2 - \dfrac{m}{2}v_0^2$; c) $\mu = \dfrac{mv_0^2 - kL_0^2(\sqrt{2}-1)^2}{2kL_0^2 \sinh^{-1}(1)}$