Auxiliar - Jueves 2 de Abril

FI2001 - Mecánica
Prof. Luis Rodriguez
Semestre Otoño 2009
Auxs: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

P1

Considere una superficie cónica como la indicada en la figura, que se encuentra en un ambiente ***con gravedad***. En un cierto instante se impulsa una partícula de masa m sobre la superficie interior del cono, con una velocidad inicial v_o en dirección perpendicular a su eje. En ese momento la partícula está a una distancia r_o del vértice del cono. El roce entre la partícula y la superficie es despreciable. El ángulo entre el eje del cono y la generatriz es α.

(a) Escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula en un sistema de coordenadas que le parezca adecuado.

(b) ¿Está la coordenada esférica r acotada entre dos valores r_{max} y r_{min}? La respuesta es Sí. Calcúlelos y determine qué valor toma la normal cuando la partícula alcanza esos puntos.

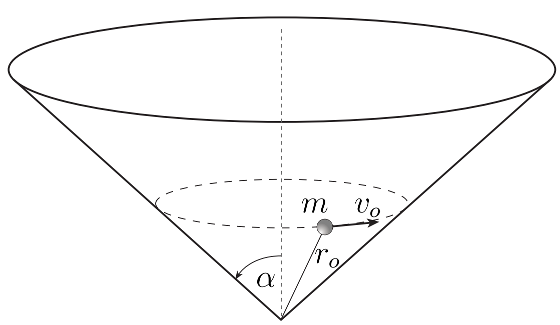

Fig. P1

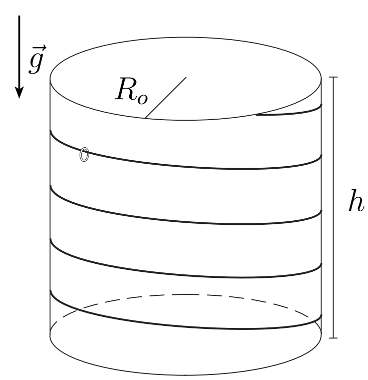

Fig P2

P2

Un anillo de masa m desciende, debido a su propio peso, por un alambre de forma helicoidal de radio R_o y paso tal que $z = h - \phi R_1$. No hay roce anillo-alambre, pero sí hay roce viscoso: el anillo es frenado por un roce viscoso lineal $\vec{F}_{rvl} = -c\vec{v}$.
La condición inicial es $\phi(0) = 0$, $z(0) = h$ y $\dot{\phi}(0) = 0$ y la aceleración de gravedad es g.

(a) Obtenga el vector unitario tangente $\hat{t}$ de la trayectoria y la expresión más general posible para la fuerza normal $\vec{N}$.

(b) Descomponga la ecuación (vectorial) de movimiento en ecuaciones escalares.

(c) De las ecuaciones anteriores obtenga la forma explícita de $\omega(t) = \dot{\phi}(t)$ en función de los datos: m, R_o, R_1, c y g.

P3

Considere un sistema compuesto por un resorte y una masa que se encuentran al borde de una piscina muy profunda, como se indica en la figura. El resorte es de largo natural l_0 y constante elástica k. A éste se fija una pared móvil de masa despreciable. El sistema se prepara de tal modo que la partícula puntual de masa m se coloca junto a esta pared en su posición de compresión máxima, es decir en $x = -l_0$, según el sistema de coordenadas que se muestra en la figura, y se suelta desde el reposo. Se pide:

(a) ¿Cuál es la condición que asegura que la masa m se moverá desde $x = -l_0$?

(b) Encuentre el valor máximo de μ_d que permita a la masa llegar al borde de la piscina ($x = 0$) con velocidad no nula. Entregue el valor de esta velocidad no nula.

(c) Considere que la masa entra a la piscina inmediatamente cuando $x > 0$. Una vez que entra, la masa experimenta una fuerza de roce viscoso lineal, de constante γ. Suponga además que no hay fuerza de empuje (la masa es puntual). Determine entonces el alcance máximo que alcanzará la masa y su velocidad límite.

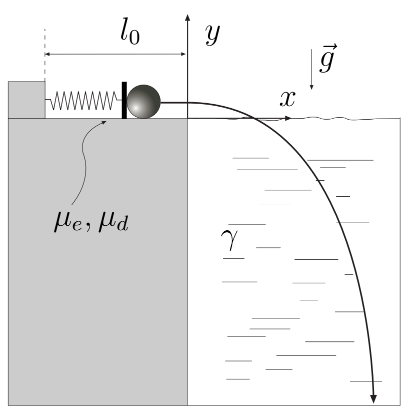

Fig. P3

Respuestas:
(Jamás asumir que están exentas de errores.)

***R1*: (a) ; (b) ;**

***R2*: (a)** $\hat{t} = \frac{R_o}{\sqrt{R_o^2+R_1^2}}\hat{\phi} - \frac{R_1}{\sqrt{R_o^2+R_1^2}}\hat{k}$, $\vec{N} = N_\rho\hat{\rho} + \frac{R_1}{R_o}N_k\hat{\phi} + N_k\hat{k}$; **(c)** $\dot{\phi}(t) = \frac{m}{c}\frac{gR_1}{R_o^2+R_1^2}\left[1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right]$;

***R3*: (a)** $\mu < \frac{kl_o}{mg}$; **(b)** $\dot{x}_f^2 = \frac{k}{m}l_o^2 - 2\mu_d g l_o$, **con** $\mu_d < \frac{kl_o}{2mg}$; **(c)** $x_{max} = \frac{m\dot{x}_f}{\gamma}$, $\dot{y}_{lim} = -\frac{mg}{\gamma}$;