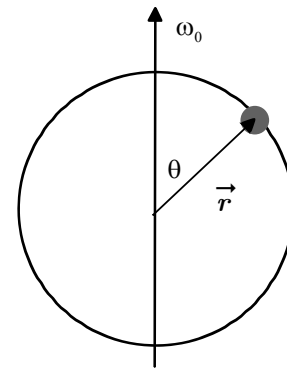


FI 2A1 MECANICA. EXAMEN

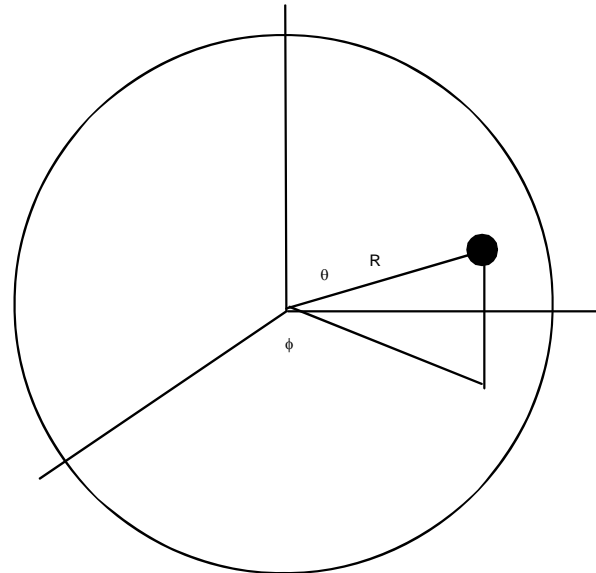
Haga sus deducciones con prolijidad y explíquelas. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos. La claridad de su presentación puede darle puntos. Cada pregunta debe ser respondida en una hoja separada.

1. Un anillo puntual de masa m puede deslizar sin roce sobre un aro de radio R . Este aro gira con una velocidad angular constante $\vec{\omega} = \omega_0 \hat{k}$ en torno a un eje vertical que pasa por su centro. **Hay gravedad.**



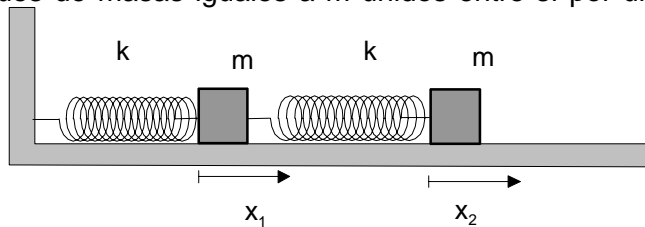
- Encuentre las ecuaciones para θ y la reacción normal del aro sobre la masa.
- Determinar los puntos de equilibrio de la masa con respecto al aro.
- Determine condiciones para la estabilidad de ellos.
- Para aquellos puntos de equilibrio estables, determine la frecuencia de oscilaciones pequeñas.

2. Considere una partícula de masa m que desliza sin roce por el interior de una superficie esférica, en presencia de gravedad. La partícula es lanzada con velocidad inicial horizontal $\vec{v}(0) = v_0 \hat{\phi}$ cuando $\theta = 30^\circ$. Suponiendo que no se pierde el contacto entre la partícula y la superficie
- Escriba la ecuación de movimiento y sepárela en sus componentes escalares.
 - Encuentre $\dot{\phi}$ en función de θ .
 - Encuentre $\dot{\theta}$ en función de θ .



3. Considere un satélite masa m en órbita elíptica respecto a un planeta de masa M y radio R . Si las distancias mínima y máxima entre los centros de los dos cuerpos son $3R$ y $4R$ respectivamente, se pide determinar
- La excentricidad de la órbita.
 - La magnitud del momentum angular l_0 .
 - La energía del sistema.
 - El factor en que hay que cambiar la rapidez en el punto más cercano para que la órbita se transforme en circular.

4. Considere un sistema con dos bloques de masas iguales a m unidos entre sí por un resorte de constante elástica k y un bloque unido a un punto fijo por otro resorte igual. Para oscilaciones pequeñas respecto a la posición de equilibrio, determine las frecuencias propias y las coordenadas normales. No hay roce.



FORMULARIO

$$m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i^{ext} + \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij}, \quad \vec{F}^{ext} = \sum \vec{F}_i^{ext}, \quad \vec{\Gamma}_O^{ext} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{ext}, \quad E = K + V, \quad E_f - E_i = W_{i \rightarrow f}^{NC}$$

$$\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i, \quad \vec{r}_G = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i, \quad \vec{L}_O = \sum m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i, \quad \vec{L}_G = \sum m_i \vec{r}_i' \times \vec{v}_i', \quad M \vec{a}_G = \vec{F}^{ext}, \quad \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{\Gamma}_O^{ext}$$

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{\Gamma}_G^{ext}, \quad \vec{L}_O = M \vec{r}_G \times \vec{v}_G + \vec{L}_G, \quad K = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2, \quad K = \frac{1}{2} M v_G^2 + K',$$

$$l_0 = \mu |\vec{r} \times \vec{v}|, \quad E = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{k}{r}, \quad k = G m_1 m_2, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad r = \frac{l_0^2}{\mu k} \frac{1}{1 - e \cos(\theta - \alpha)}$$

$$e^2 = 1 + \frac{2El_0^2}{\mu k^2} \quad \vec{a}_{P/S_O} = \vec{a}_{A/S_O} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times A\vec{P} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{P/S} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times A\vec{P}) + \vec{a}_{P/S} \quad \text{Esféricas radio}$$

$$\text{constante } a_r = -R\dot{\theta}^2 - R\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta, \quad a_\theta = R\ddot{\theta} - R\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta, \quad a_\phi = 2R\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta + R\ddot{\phi} \sin \theta$$