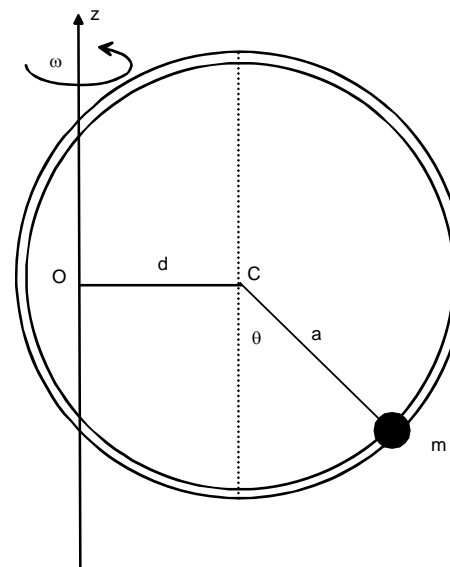


FI 2A1 MECANICA. Control 2

Haga sus deducciones con prolijidad y explíquelas. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos. La claridad de su presentación puede darle puntos. Cada pregunta debe ser respondida en una hoja separada.

ELIJA SÓLO TRES PROBLEMAS

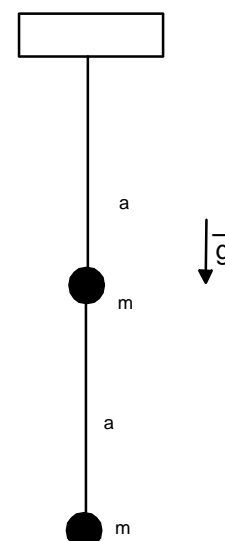
1. Un anillo puntual de masa m puede deslizarse sin roce sobre un aro de radio a . Este aro gira con una velocidad angular constante $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$ en torno a un eje z que se encuentra a distancia d del eje I que pasa por el centro del aro. **No hay gravedad.**



- Encuentre las ecuaciones para θ y la reacción normal del aro sobre la masa.
- Determinar los puntos de equilibrio de la masa con respecto al aro.
- Para aquellos puntos de equilibrio estables, determine la frecuencia de oscilaciones pequeñas.

Indicación: si usted usa un sistema fijo al aro con su origen en el centro del aro, entonces el movimiento relativo es circunferencial con centro en C y además el origen C está acelerado hacia O .

2. Con respecto a los ejes $AXYZ$ usuales fijos a la Tierra en un punto de latitud λ se dispara desde el origen una partícula de masa m verticalmente hacia arriba con rapidez inicial v_0 . Determine en la aproximación usual $\omega^2 = 0$:
- Las coordenadas del punto de caída en el suelo.
 - La máxima desviación hacia el Oeste.

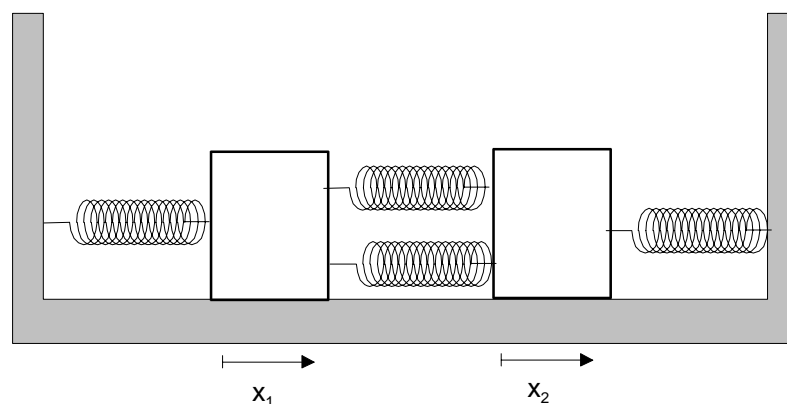


Desprecie el roce con el aire y suponga que la Tierra es una esfera perfecta.

3. Dos partículas de masa igual m están unidas por hilos inextensibles de largo a entre sí y una a un punto fijo, de manera que bajo el efecto de la gravedad tienen la posición de equilibrio estable mostrada en la figura. Determine las frecuencias propias de oscilación y las coordenadas normales para oscilaciones pequeñas en un plano vertical fijo. Utilice como coordenadas pequeñas los ángulos que forman las cuerdas con la vertical.



4. Hay dos bloques de la misma masa M y cuatro resortes iguales de constante elástica k cuya posición de equilibrio estable con los resortes en su longitud natural es la que se muestra en la figura. Para oscilaciones pequeñas descritas mediante x_1 y x_2 Determine las frecuencias propias de oscilación y las coordenadas normales. No hay roce.



FORMULARIO

$$m_i \vec{a}_i = \vec{F}_i^{ext} + \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij}, \quad \vec{F}^{ext} = \sum \vec{F}_i^{ext}, \quad \vec{\Gamma}_O^{ext} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{ext}, \quad E = K + V, \quad E_f - E_i = W_{i \rightarrow f}^{NC}$$

$$\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i, \quad \vec{r}_G = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i, \quad \vec{L}_O = \sum m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i, \quad \vec{L}_G = \sum m_i \vec{r}_i' \times \vec{v}_i', \quad M \vec{a}_G = \vec{F}^{ext}, \quad \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{\Gamma}_O^{ext}$$

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{\Gamma}_G^{ext}, \quad \vec{L}_O = M \vec{r}_G \times \vec{v}_G + \vec{L}_G, \quad K = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2, \quad K = \frac{1}{2} M v_G^2 + K',$$

$$\vec{a}_{P/S_O} = \vec{a}_{A/S_O} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times A\vec{P} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{P/S} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times A\vec{P}) + \vec{a}_{P/S}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{v}(0)t - \frac{1}{2}gt^2\hat{k} - t^2\vec{\omega} \times \vec{v}(0) + \frac{1}{3}gt^3\vec{\omega} \times \hat{k} \quad m\vec{a} = \vec{f} - mg\hat{k} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$