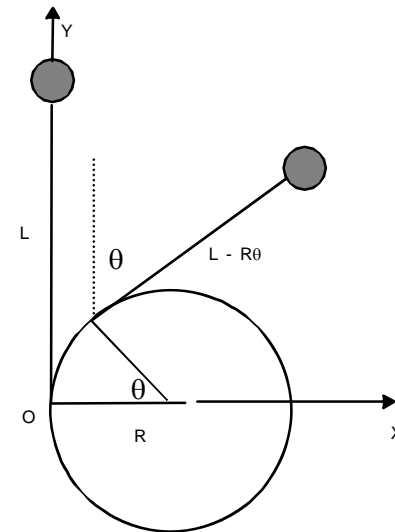


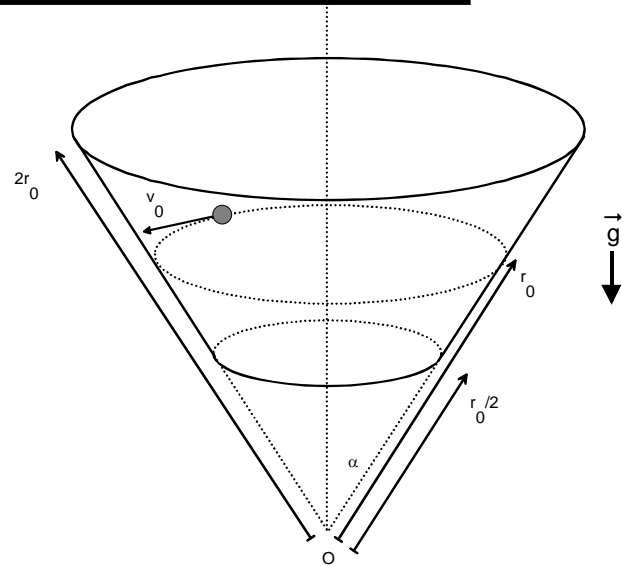
FI 2A1 MECANICA. Control 1

Haga sus deducciones con prolijidad y explíquelas. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos. La claridad de su presentación puede darle puntos. Cada pregunta debe ser respondida en una hoja separada.

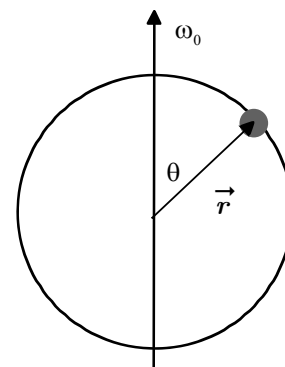
1. Sobre una mesa horizontal sin roce, hay un cilindro fijo de radio R . Una partícula está unida mediante un hilo, liviano e inextensible de largo L a un punto O del cilindro como se indica en la figura. A la partícula se le da una velocidad inicial de magnitud v_0 perpendicular al hilo de manera que el hilo comienza a enrollarse sobre el cilindro. Se sabe que la rapidez de la partícula permanece constante.
 - a. Determine las coordenadas cartesianas de la partícula en función de θ .
 - b. Determine las componentes de la velocidad de la partícula en términos de θ y $\dot{\theta}$.
 - c. De la condición de rapidez constante determine $\dot{\theta}$ en función de θ .
 - d. Integre y obtenga $\theta = \theta(t)$ antes que la partícula choque con el cilindro.



2. Considere una partícula de masa m que desliza sin roce por el interior de una superficie cónica, en presencia de gravedad. En coordenadas esféricas la superficie queda definida por $\frac{r_0}{2} \leq r < 2r_0$, $\theta = \alpha$, $0 \leq \phi < 2\pi$. La partícula es lanzada con velocidad inicial horizontal $\vec{v}(0) = v_0 \hat{\phi}$ cuando $r = r_0$. Se desea saber las condiciones que debe cumplir v_0 para que la partícula nunca se salga de la superficie cónica.
 - a. Escriba la ecuación de movimiento y sepárela en sus componentes escalares. Encuentre $\dot{\phi}$ en función de r .
 - b. Encuentre \dot{r}^2 en función de r .
 - c. ¿Cuál es el máximo valor de v_0 tal que la partícula no se escape por arriba?
 - d. ¿Cuál es el mínimo valor de v_0 tal que la partícula no se escape por abajo?
 - e. De, entonces, el rango de valores que puede tomar v_0 para que la partícula nunca se escape de la superficie cónica.



3. Una partícula de masa m se mueve vinculada a un aro liso de radio R el cual rota en torno a uno de sus diámetros que está vertical con velocidad angular constante ω_0 de modo que las coordenadas esféricas son $r = R$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $\phi = \omega_0 t$. La partícula está inicialmente en $\theta = \frac{\pi}{2}$ con $\dot{\theta} = 0$. Determine
 - a. $\dot{\theta}$ en función de θ .
 - b. Las componentes normales de la reacción en función de θ .



FORMULARIO

En esféricas $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta$, $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta$,
 $a_\phi = 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \theta + 2r\dot{\theta}\dot{\phi} \cos \theta + r\ddot{\phi} \sin \theta$