

Podemos ver que la posición de la partícula es, en función de  $x$  y  $\theta$ :

$$\vec{r}(x, \theta) = (x - L \cos \theta) \hat{i} + L \sin \theta \hat{j}$$

• Por lo tanto la velocidad y aceleración:

$$\vec{v} = (\dot{x} + L \sin \theta \dot{\theta}) \hat{i} + L \cos \theta \dot{\theta} \hat{j}$$

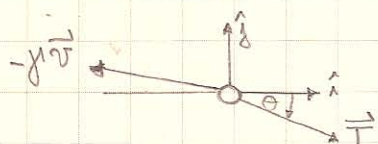
$$\vec{a} = (\ddot{x} + L \cos \theta \dot{\theta}^2 + L \sin \theta \ddot{\theta}) \hat{i} + L (-\sin \theta \dot{\theta}^2 + \cos \theta \ddot{\theta}) \hat{j}$$

A su vez el punto P está forzado a moverse con  $v_0 = \text{cte}$ , por lo tanto

$$\dot{x} = v_0 \Rightarrow \ddot{x} = 0$$

Ahora hacemos el DCL:

DCL m:



$$(i) T \cos \theta - \gamma (v_0 + L \sin \theta \dot{\theta}) = mL (\cos \theta \dot{\theta}^2 + \sin \theta \ddot{\theta})$$

$$(j) -T \sin \theta - \gamma L \cos \theta \dot{\theta} = mL (-\sin \theta \dot{\theta}^2 + \cos \theta \ddot{\theta})$$

Hay que notar, con la fuerza de roce viscoso:

- No se debe proyectar
- Por definición es  $-\gamma \vec{v}$  y no se le debe dar un signo adicional.

$$\Rightarrow (1) T \cos \theta - \gamma v_0 - \gamma L \sin \theta \dot{\theta} = mL (\cos \theta \dot{\theta}^2 + \sin \theta \ddot{\theta})$$

$$(2) -T \sin \theta - \gamma L \cos \theta \dot{\theta} = mL (-\sin \theta \dot{\theta}^2 + \cos \theta \ddot{\theta})$$

$$(1) \sin \theta + (2) \cos \theta$$

$$\Rightarrow -\gamma v_0 \sin \theta - \gamma L \sin^2 \theta \dot{\theta} - \gamma L \cos^2 \theta \dot{\theta} = mL (\sin^2 \theta \ddot{\theta} + \cos^2 \theta \ddot{\theta})$$

Así la ecuación que describe a  $\theta$  queda:

$$(*) \quad mL\ddot{\theta} + \gamma L\dot{\theta} + \gamma V_0 \sin \theta = 0$$

SE PUEDE APRECIAR QUE ESTA ECUACIÓN ES NO-LINEAL DEBIDO A QUE APARECE  $\sin \theta$ .

Si ASUMIMOS QUE  $\theta$  ES PEQUEÑO:

$$\Rightarrow \theta \approx 0 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta$$

HACIENDO ESTA APROXIMACIÓN LA ECUACIÓN QUEDA:

$$\ddot{\theta} + \frac{\gamma}{m} \dot{\theta} + \frac{\gamma V_0}{mL} \theta = 0$$

$$\text{Y ADEMÁS} \quad \frac{mV_0}{\gamma L} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{\gamma}{m} \dot{\theta} + \frac{2}{9} \frac{\gamma^2}{m^2} \theta = 0$$

$$\text{C.I.: } \theta(0) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(0) = 0$$

REALIZANDO EL POLINOMIO CARACTERÍSTICO (SOL. DEL TIPO  $e^{st}$ )

$$s^2 + \frac{\gamma}{m} s + \frac{2}{9} \frac{\gamma^2}{m^2} = 0$$

$$s = \frac{\gamma}{2m} \left[ -1 \pm \frac{1}{3} \right]$$

$$s_1 = \frac{-\gamma}{3m}$$

$$s_2 = \frac{-2\gamma}{3m}$$

Así:

$$\theta(t) = K_1 e^{-\gamma/3mt} + K_2 e^{-2\gamma/3mt}$$

$$\dot{\theta}(t) = \frac{-\gamma K_1}{3m} e^{-\gamma/3mt} - \frac{2\gamma K_2}{3m} e^{-2\gamma/3mt}$$



EVALUANDO EN LAS CONDICIONES INICIALES

$$\theta(0) = \theta_0 = K_1 + K_2$$

$$\dot{\theta}(0) = 0 = -\frac{gK_1}{3m} - \frac{2gK_2}{3m}$$

$$\Rightarrow K_1 = -2K_2$$

$$\Rightarrow K_2 = -\theta_0$$

$$\Rightarrow K_1 = 2\theta_0$$

Así:  $\theta(t)$  queda:

$$\theta(t) = \theta_0 (2e^{-g/3mt} - e^{-2g/3mt})$$

GABRIEL CUEVAS  
AUXILIAR FIZIA