Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
Mecánica - FI2001

Auxiliar 9

Prof. Rodrigo Arias
Aux: Nicolás Padilla
14/05/09

Problema 1

Se tiene una barra sin masa que puede rotar libremente en torno a su punto medio, fijo en O. En los extremos de la barra hay dos masas m, las cuales a su vez están unidas a resortes idénticos de constante elástica k y largo natural l_o. Considere que $D = 4l_o$ y $L = 2l_o$. El movimiento ocurre en ausencia de gravedad.

1. Determine los puntos de equilibrio del sistema y su estabilidad.
2. Si el sistema es soltado desde una configuración cercana al único equilibrio estable, calcule la frecuencia de pequeñas oscilaciones.
3. Considere, por último, que el sistema es sumergido en un medio viscoso de manera tal que la masa inferior experimenta una fuerza del tipo $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$, con $\gamma < \sqrt{mk}$, mientras que la superior se sigue moviendo libremente. Determine el movimiento (para pequeñas perturbaciones) que sigue el sistema en tal caso.

HINT: Escriba la energía en aproximación de pequeñas oscilaciones y obtenga la ecuación de movimiento:

$$\frac{d\,E}{dt} = \vec{F}_{nc} \cdot \vec{v}$$

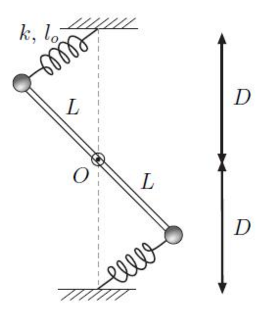

Figura 1: Problema 1

Problema 2

Por un alambre semicircunferencial de radio R desliza el extremo de una barra ideal de masa nula que puede girar libremente en torno a un eje fijo en el centro de curvatura O del alambre. Los extremos de la barra poseen masas m y $2m$, como se muestra, y a esta última están unidos los extremos de dos resortes iguales de largo natural $l_o = R$ y constante elástica $k = \frac{\sqrt{2}mg}{\pi R^2}(2R - d)$ con $2R > d$, que van a lo largo del alambre.

1. Encontrar los puntos de equilibrio y analizar estabilidad.

2. Demostrar que en este caso, la frecuencia de peq. osc. en torno al punto de equilibrio estable es:
$$\omega^2 = \sqrt{2}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\right]\frac{2R - d}{2R^2 + d^2}g$$

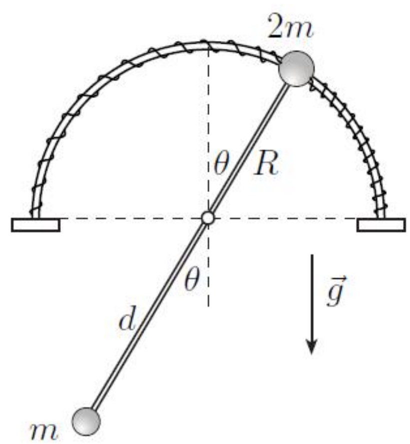

Figura 2: Problema 2

Problema 3

Un hilo de largo L que está sujeto a un punto A pasa por una masa libre m (puede deslizar por el hilo sin roce), pasa por una polea fija B y luego termina vertical, teniendo en su otro extremo otra partícula de masa m. La parte vertical del hilo tiene un largo y variable, como sugiere la figura. La masa libre se mantiene siempre equidistante de los puntos A y B pero puede subir o bajar, de modo que los tres puntos siempre forman un triángulo isósceles. La distancia entre A y B es D.

1. Obtenga una relación entre la posición vertical y de la masa de la izquierda y la posición vertical x de la masa central para luego obtener la energía potencial asociada a este sistema. Obtenga valor(es) de x para posicion(es) de equilibrio. Describa su estabilidad.

2. Escriba la energía cinética K del sistema en función de x y de $\dot{x}$

3. Obtenga la expresión aproximada para K en torno a la(s) posicion(es) de equilibrio y obtenga la(s) frecuencia(s) de pequeñas oscilaciones.

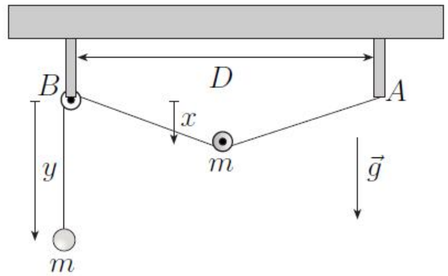

Figura 3: Problema 3