De esta última ecuación, se desprenden las soluciones:

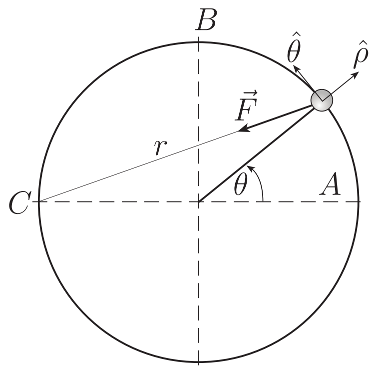
$$\boxed{r_1 = r_o} \quad y \quad \boxed{r_2 = \frac{r_o}{\frac{4\sqrt{2}B}{mr_o^3\omega_o^2} - 1}}$$

Se concluye lo siguiente:
La primera solución *tenía* que ser r_o. La segunda tiene sentido físico ($r_2 > 0$) sólo si se cumple:

$$B > \frac{mr_o^3\omega_o^2}{4\sqrt{2}}.$$

S.3.5

Usaremos las coordenadas polares para un sistema de referencia con origen en el centro de la circunferencia. El ángulo θ crece en el sentido en que se mueve la partícula, y vale cero cuando la partícula se encuentra en el punto A. Además, $\rho = a$.
La magnitud de la fuerza atractiva está dada en el enunciado, $F = k/r^2$, donde r es la distancia entre C y la partícula. Del dibujo debemos encontrar, entonces, la dirección de la fuerza atractiva y el valor de r en función de θ y de los datos.



Para el valor de r usamos el teorema del coseno, notando que el ángulo correspondiente es $\pi - \theta$:

$$r^2 = a^2 + a^2 - 2a^2\cos(\pi - \theta) = 2a^2(1 + \cos\theta)$$

La fuerza $\vec{F}$ en el sistema polar elegido queda:
$\vec{F} = -\frac{k}{r^2}\cos(\theta/2)\hat{\rho} + \frac{k}{r^2}\operatorname{sen}(\theta/2)\hat{\theta}$

El desarrollo que estamos haciendo tiene sentido si queremos calcular el trabajo entre el punto A y el B por la definición de trabajo ($W_A^B = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}\cdot d\vec{r}$). Debe notarse que la fuerza en cuestión es conservativa, pues es una fuerza central (con centro de atracción en C) y depende explícitamente sólo de la coordenada r, por lo tanto si se busca la función potencial correspondiente, el trabajo de $\vec{F}$ entre A y B se obtiene con la fórmula $W_{total} = \Delta K$, pues como $E = c^{te}$, $\Delta K = -\Delta U$. El trabajo pedido *ES* el trabajo total porque la fuerza normal no trabaja ($\vec{N} \perp d\vec{r}$).

Para calcular la integral de trabajo, noten que el radio es siempre constante. Por eso, $d\rho = 0$. Luego, al diferenciar $\vec{r} = \rho\hat{\rho}$, se obtiene $d\vec{r} = a\hat{\theta}d\theta$. Así:

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = \frac{ak}{r^2}\operatorname{sen}(\theta/2)d\theta = \frac{ak\operatorname{sen}(\theta/2)}{2a^2(1+\cos\theta)}d\theta$$

$$\Rightarrow \quad W_A^B = \frac{k}{2a}\int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen}(\theta/2)}{1+\cos\theta}d\theta$$

Sólo falta notar que:

$$\cos\theta = 2\cos^2(\theta/2) - 1 \quad \Rightarrow \quad 1 + \cos\theta = 2\cos^2(\theta/2)$$

y que

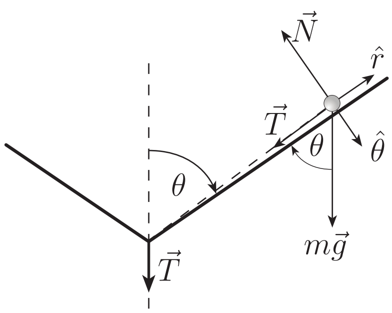
$$\frac{\operatorname{sen}(\theta/2)}{2\cos^2(\theta/2)} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{\cos(\theta/2)}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad W_A^B = \frac{k}{2a}\left[\frac{1}{\cos(\theta/2)}\right]_0^{\pi/2} = \frac{k}{2a}\left[\sqrt{2}-1\right]$$

$$\therefore \boxed{W_A^B = \frac{k}{2a}\left[\sqrt{2}-1\right]}$$

S.3.9

(a) La geometría del problema nos permite elegir coordenadas esféricas para la descripción del movimiento. Las fuerzas actuando sobre la partícula son como lo muestra la figura.



$$\begin{aligned} \vec{N} &= -N\hat{\theta} \\ \vec{T} &= -T\hat{r} \\ m\vec{g} &= -mg\cos\theta\hat{r} + mg\operatorname{sen}\theta\hat{\theta} \end{aligned}$$

Por otra parte, la aceleración en coordenadas esféricas es $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\operatorname{sen}^2\theta)\hat{r}$ $+(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\operatorname{sen}\theta\cos\theta)\hat{\theta} + \frac{1}{r\operatorname{sen}\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\phi}\operatorname{sen}^2\theta)\hat{\phi}$.

Con respecto a las coordenadas, del enunciado tenemos directamente que $\boxed{r = r_o - v_o t}$ $\Rightarrow \dot{r} = -v_o$, $\ddot{r} = 0$, y $\boxed{\theta = \pi/3}$ $\Rightarrow$ $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$.

De esa forma la ecuación de movimiento, separada en ecuaciones escalares, queda:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \hat{r}) & T = m(r_o - v_o t)\dot{\phi}^2\dfrac{3}{4} - \dfrac{mg}{2} \\ \hat{\theta}) & N = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg + m(r_o - v_o t)\dot{\phi}^2\dfrac{\sqrt{3}}{4} \\ \hat{\theta}) & \dfrac{d}{dt}(r^2\dot{\phi}\operatorname{sen}^2\theta) = 0 \end{array}}$$