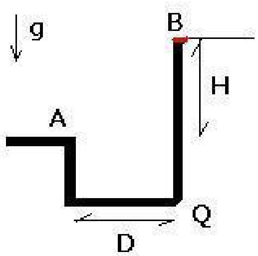
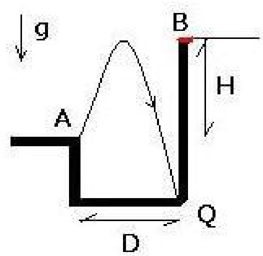
Fisica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor:
Nelson Zamorano H.
Profesores Auxiliares:
Javier Baeza
Pablo Barrios
Daniela Mancilla

Propuesta-C-1

Problema # 1





Se pretende lanzar un proyectil desde **A** hasta el borde opuesto **B**. Existe una diferencia de altura **H** y un ancho**D** entre ambos puntos.
a.- ¿Cuál debe ser la componente vertical mínima de la velocidad que se debe comunicar al proyectil para que llegue a **B**?

Puntaje: 1.5 ptos.

Solución: Es bien conocido..., RESPTA. $V^2_{o-y} = 2\,g\,(H - h)$.

b.- ¿Cuál debe ser la componente horizontal mínima de la velocidad inicial en **A** para que el proyectil alcance el punto **B**? Debe considerar su respuesta en la parte a.- del problema para contestar esta parte.

Puntaje: 1.5 ptos.

Solución: Es tb. conocido, RESPTA.

$$V_{o-x} = \frac{D}{T} = \sqrt{\frac{g\,D^2}{2\,(H - h)}}$$

donde $T = \sqrt{\frac{2\,(H - h)}{g}}$.

c.- Dibuje en forma aproximada la parábola resultante.

Puntaje: 0.5 ptos.

Solución: una parábola con el vértice en el punto **B**.

d.- Teniendo como dato la componente-x y la componente-y de la velocidad inicial obtenida en a.- y b.-, ¿Calcule el módulo de esta velocidad.

Puntaje: 0.5 ptos.

Solución:

$$V_o^2 = 2\,g\,(H - h)\left[1 + \left(\frac{D}{2\,(H - h)}\right)^2\right].$$

e.- Con el módulo de la velocidad calculado en d.-, determine el ángulo θ con el cual debe enviar la partícula para que alcance el rincón **Q** del acantilado.

Puntaje Total: 2 ptos.

NOTA: Aquí yo me olvidé de establecer una relación entre $(H - h)$ y D en la expresión para la velocidad V_o^2, que elimina un montón de álgebra. PERO, el procedimiento es el mismo.

Definiciones para escribir menos: $\tan\theta_o \equiv V_{A-y}/V_{A-x}$, $V_{A-y} \equiv u$, $V_{A-x} = V_x \equiv w$. En $t = 0$ la partícula está en A y en $t = T$ está en Q, $w > 0$, el eje coordenado apunta hacia la derecha $Q = [D, 0]$ y $A = [0, h]$.

Ecuaciones:

$$D = w\,T, \qquad 0 = h + u\,T - g\,T^2/2$$

Despejando T y utilizando el hecho que $u = \sqrt{V_o^2 - w^2}$ se obtiene la siguiente ecaución:

$$h + \frac{\sqrt{V_0^2 - w^2}}{w}\,D - \frac{g\,D^2}{2\,w^2} = 0.$$

SI LLEGAN HASTA AQUÍ: 0.5 PUNTOS

Despejando la raíz cuadrada y elevando al cuadrado, se tiene:

$$\frac{g^2\,D^4}{4}\,\frac{1}{w^4} - (h\,g\,D^2)\,\frac{1}{w^2} + h^2 = \frac{V_o^2\,D^2}{w^2} - D^2$$

Ordenando se obtiene

$$\frac{1}{w^4} - 4\,\frac{V_o^2 + h\,g}{g^2\,D^2}\,\frac{1}{w^2} + 4\,\frac{(h^2 + D^2)}{g^2\,D^4} = 0$$

SI LLEGAN HASTA AQUÍ: 0.5 PUNTOS adicionales

La solución es:

$$\frac{1}{w^2} = \frac{1}{2}\left(4\,\frac{V_o^2 + h\,g}{g^2\,D^2} \pm \sqrt{16\left(\frac{V_o^2 + h\,g}{g^2\,D^2}\right)^2 - 16\,\frac{h^2 + D^2}{g^2\,D^4}}\right)$$

o escrito en forma adimensional:

$$\frac{1}{w^2} = \left(2\,\frac{V_o^2 + h\,g}{g^2\,D^2}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{(h^2 + D^2)\,g^2}{(V_o^2 + h\,g)^2}}\right]\right)$$

NOTE que no hay razón para eliminar uno de los signos, hay dos soluciones si se cumple la condición:

$$1 - \frac{(h^2 + D^2)\,g^2}{(V_o^2 + h\,g)^2} > 0.$$

HASTA AQUÍ OTRO PUNTO MAS O FRACCION.

El resto es álgebra y se acorta mucho si uno supone $g\,D \propto V_o^2$ y $g\,h \propto V_o^2$.

$$\tan\,\theta_o = V_o^2/w^2 - 1.$$