

**Pauta de la pregunta 2 del Control 2 FI 1001 (Otoño 2009)**

**PROBLEMA 2:**

- a) Un astronauta sale de la nave para hacer algunas reparaciones en el exterior de la misma. Para eso usa un dispositivo basado en la propulsión de nitrógeno. En el tiempo  $t$  el astronauta y el dispositivo tienen una masa  $M$  y se mueven con una rapidez  $v$  respecto de la Tierra. La masa del combustible (nitrógeno) es  $\Delta m$  y éste se mueve solidariamente con el dispositivo. Al expulsar el combustible con una rapidez  $v_e$  respecto del dispositivo, el astronauta y el dispositivo, tras un tiempo  $\Delta t$ , incrementan su rapidez en  $\Delta v$ . Encuentra el cambio de rapidez del astronauta. (2 puntos)



Solución

No actúan fuerzas externas considerables, por lo tanto, el momentum lineal se conserva y se tendrá:

$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}} \Rightarrow (M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta m}{M} v_e$$

NB. Se puede ver como un choque inelástico que ocurre en reversa en el tiempo.

b)

- (i) Si dos partículas tienen el mismo momentum, ¿es su energía cinética la misma?.

Sí pues:  $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \Leftrightarrow m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

- (ii) Si dos partículas tienen la misma energía cinética, ¿es su momentum necesariamente el mismo?.

No pues la energía cinética es una cantidad escalar e igualdad en las magnitudes no asegura igualdad en la dirección.

De ejemplos que permitan ilustrar su respuesta en ambas preguntas. (2 puntos)

En un movimiento circular uniforme, independiente de la dirección de giro la energía cinética es la misma. Sin embargo, el momentum cambia según la dirección de giro.

- c) ¿Puede una colisión inelástica entre dos partículas disipar toda la energía cinética que tenían? Explique y de un ejemplo si su respuesta es afirmativa. (2 puntos)

Sí. Por ejemplo, si hay dos masas de igual momentum (y energía cinética) que chocan plásticamente pueden disipar toda la energía "gastándola" en deformación y vibraciones.

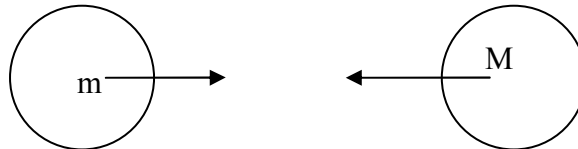


#### PROBLEMA 4:

Considere dos partículas, de masas  $m$  y  $M$ , que inicialmente están en reposo y separadas por una distancia muy grande (infinita). Calcule su velocidad relativa de acercamiento atribuible a la atracción gravitacional cuando su distancia de separación es  $d$ .

Para este sistema no hay fuerzas externas actuando y la fuerza interna que actúa es conservativa por lo tanto, se conservan la energía mecánica y el momentum lineal. Además, el movimiento, que responde a la atracción gravitatoria, es unidimensional y ocurre a lo largo de la línea que une a ambas masas.

NB. La comprensión conceptual mostrada se pondera con 2 puntos



Inicialmente el sistema está en reposo por lo tanto el momentum lineal como la energía cinética del sistema son nulos. Al estar muy alejados los cuerpos entre sí podemos considerar que la energía potencial gravitatoria es también nula:

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}; r \rightarrow \infty, U(r) \rightarrow 0$$

NB. Este aspecto se pondera en 1 punto.

Por lo tanto, por conservación de momentum lineal, necesariamente:

$$mv_m + Mv_M = 0 \quad (1)$$

NB. No se supone ningún signo para las velocidades pero es importante saber que ambas masas deben tener velocidades en direcciones contrarias la una respecto de la otra (La fuerza es de atracción).

Y por conservación de energía mecánica:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 - \frac{GMm}{d} = 0 \quad (2)$$

NB. La formulación matemática de los principios de conservación debiera ponderarse con 1 punto.

La velocidad relativa de las masas  $m$  y  $M$  está dada por su diferencia:

$$v = v_m - v_M \quad (3)$$

NB. Saber lo que es la velocidad relativa se sopesa con 1 punto.

Así, reemplazando (1) en (3) queda:

$$v = v_m - v_M = v_m \left( 1 + \frac{m}{M} \right) = \frac{m+M}{M} v_m$$

Y reemplazando (1) en (2) obtenemos la magnitud  $v_m$ :

$$\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}M \left( \frac{m}{M} \right)^2 v_m^2 - \frac{GMm}{d} = 0 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2GM^2}{d(m+M)}}$$

Por lo tanto, reemplazando en la expresión para la velocidad relativa:

$$v = \frac{m+M}{M} v_m = \sqrt{\frac{2G(m+M)}{d}}$$

NB. La situación es simétrica respecto de las posiciones de  $m$  y  $M$ .

NB. El manejo algebraico se pondera con 1 punto.