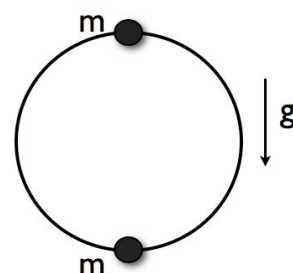


PROBLEMA 1:

Dos partículas de igual masa m se encuentran en reposo en los extremos superior e inferior de un aro vertical. La partícula superior comienza a deslizarse desde el reposo. Tras deslizarse sin roce por el aro, impacta a la segunda masa.



- Suponiendo que el choque es elástico, describa el movimiento subsiguiente. (2 puntos)
- En el caso en que el choque sea idealmente inelástico (i.e. las partículas se quedan pegadas), ¿cuál es la altura máxima que alcanza la partícula resultante?. Describa el movimiento subsiguiente. (2 puntos)
- De nuevo en el caso perfectamente inelástico. Determine la fuerza neta que las partículas hacen sobre el aro inmediatamente antes e inmediatamente después del choque. (2 puntos)

Solución

Parte a)

Llamaremos masa 1 a la inferior y 2 a la masa superior
Primero calculamos la velocidad de la masa 2 m cuando llega antes de golpear a la 1.
Por Cons. de Energía \Rightarrow

$$\begin{aligned}mg(2R) &= \frac{1}{2}mv^2 \\ v &= \sqrt{4gR}\end{aligned}\tag{1}$$

Luego llamando v_1 y v_2 a las velocidades de las partículas inferior y superior respectivamente, después del choque.

Por Cons. de Momentum (en el eje del choque) \Rightarrow

$$\begin{aligned}p_i &= p_f \\ mv &= mv_1 + mv_2 \\ v &= v_1 + v_2\end{aligned}\tag{2}$$

Como el choque es elástico \Rightarrow La Energía se conserva en el choque.
Por Cons. de Energía (justo antes y justo después del choque) \Rightarrow

$$\begin{aligned}E_i &= E_f \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ v^2 &= v_1^2 + v_2^2\end{aligned}\tag{3}$$

Luego elevando (2) al cuadrado y reemplazando en (3) obtenemos:

$$2v_1v_2 = 0\tag{4}$$

$\Rightarrow v_1$ o v_2 es cero, pero no ambos porque deben cumplir (2). Por lo tanto la otra velocidad debe valer v . Pero la masa inferior estaba en reposo, por lo tanto debe adquirir velocidad (sino serían las mismas velocidades antes del choque, resultado que no buscamos). \Rightarrow

$$\begin{aligned}v_1 &= v \\ v_2 &= 0\end{aligned}$$

Ahora veamos hasta donde llega la masa 1.

Por Cons. de Energía \Rightarrow

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_1^2 &= mgh \\ h &= \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4gR}{2g}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 2R}$$

Luego el movimiento se vuelve a repetir sucesivamente, ya que tenemos las mismas condiciones iniciales, por lo tanto las masas se van intercambiando roles.

Parte b)

Choque Ineslatico ideal \Rightarrow Las partículas quedan pegadas.

Como el choque es inelástico, no podemos conservar Energía durante el choque, pero sí antes de él. Luego la velocidad de llegada de la masa 2 es la misma que la obtenida en (1) de la parte anterior.

Sin embargo podemos conservar el momentum en el eje x ya que las fuerzas son verticales durante el choque.

Cons. de Momentum \Rightarrow

$$mv = (m + m)v_3 = 2mv_3$$

\Rightarrow

$$v_3 = \frac{v}{2} = \sqrt{gR} \quad (5)$$

Ahora realizamos conservacion de la Energía despues del choque para obtener la altura a la que llega el conjunto de masas.

Por Cons. de Energía \Rightarrow

$$\frac{1}{2}2mv_3^2 = 2mgh'$$

$$h' = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{gR}{2g}$$

$$\Rightarrow \boxed{h' = \frac{R}{2}}$$

Tiene sentido ya que es el mismo movimiento anterior para una masa cualquiera pero con la mitad de velocidad, y como la Energía depende del cuadrado de ésta, alcanza un cuarto de la altura anterior. (Notar que hasta donde llegue depende exclusivamente de la velocidad ya que las masas a ambos lados es la misma en los dos casos).

Parte c)

Antes del Choque:

La Fuerza ejercida sobre el aro es la suma de la fuerzas que ejercen cada masa por separado,

que a su vez, cada una es la fuerza Normal que sienten las masas (por acción y reacción).

$$\boxed{\text{DCL } m_2}$$

$$N_2 - mg = ma_{cp} = m \frac{v^2}{R} = 4mg$$

\Rightarrow

$$N_2 = 5mg \quad (6)$$

$$\boxed{\text{DCL } m_1}$$

$$N_1 - mg = 0$$

$$N_1 = mg \quad (7)$$

Luego N total que siente el aro es la suma de N_1 y N_2 . $\Rightarrow \boxed{N = 6mg}$

Despues del choque:

Exactamente lo mismo, pero ahora las dos masas juntas se mueven con v_3 (parte anterior).

$$\boxed{\text{DCL } 2m}$$

$$N - 2mg = 2ma_{cp} = m \frac{v_3^2}{R} = 2mg$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 4mg}$$