Profesor:
Nelson Zamorano H.
Profesores Auxiliares:
Javier Baeza
Pablo Barrios
Daniela Mancilla

En la Figura aparece Ed Witten, quien le dió un ímpetu espectacular a la teoría de supercuerdas en los años 90. Aún cuando no fue su inventor ha resultado ser su máximo impulsor y una fuente de nuevas ideas en esta área. A pesar de ser físico, sus contribuciones a las matemáticas necesarias para el desarrollo de la teoría de cuerdas, le valió la medalla *Fields* que se otorga a un matemático de menos de 40 años que haya realizado un aporte notable en esta área. Es el equivalente del premio Nobel, otorgado a los matemáticos (que no participan en el Nobel).

Leer las páginas 339–371 del libro NZ.

GUIA 10

Problema # 1

a.- Encuentre la expresión para el momento angular de un péndulo matemático: una masa puntual en el extremo de un hilo sin masa que lo sostiene.
b.- Encuentre las dimensiones de la expresión: $\dfrac{G\,M}{c^2}$. ¿Cuál es su valor numérico en el caso de la tierra, y del sol.
c.- $\hbar$ es una constante fundamental que tiene dimensiones de momento angular y un valor de $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ Joule-s. Con G, c y $\hbar$, construya tres cantidades que tengan dimensiones de largo, tiempo y masa y especifique su valor numérico. Estas tres son las unnidades fundamentales de largo, tiempo y masa.

Problema # 2

A partir de la ley de Gravitación Universal de Newton, encuentre hasta qué altura sobre la superficie terrestre Ud puede suponer, con un error del 2 % o menor, que la aproximación g =Constante es válida.

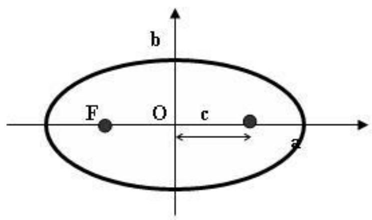
Problema # 3

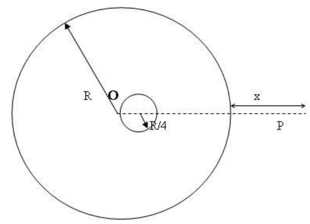
a.- Calcular el radio de la órbita circular de un satélite artificial que gira en el plano ecuatorial y que permanentemente está ubicado sobre el mismo punto de la superficie terrestre (satélite geoestacionario).

b.- ¿Cuál es la altura de un satélite artificial que tiene pasa cada 12 horas sobre el mismo punto en la tierra? ¿Cuál es su velocidad tangencial? Siempre suponga un órbita circular.

Problema # 4

Considere la órbita elíptica de un cuerpo de masa pequeña orbitando alrededor de una estrella con la masa del Sol.
a.- A partir de la conservación del momento angular, demuestre que se cumple: $V_a = \frac{1-e}{1+e} V_P$, donde e es la eccentricidad de la elipse. ¿Qué ocurre en el caso de una órbita circular?
b.- A partir de la conservación de la energía y del resultado anterior, demuestre que se cumple que: $a\, V_P\, V_A = G\, M$. a es el semieje mayor de la circunferencia.





Problema # 5

Con este problema se pretende ilustrar las variaciones que se producen en el campo gravitacional debido a las desviaciones de la simetría esférica producto de las inhomogeneidades de la densidad en la esfera o protuberancias..etc.
Encuentre la aceleración de gravedad que experimenta una partícula ubicada en un punto **P**, situado a una distancia **x** de la superficie de una esfera de masa **M**, que tiene una cavidad esférica de radio $R/4$ y cuyo centro está situado a una distancia $R/4$, del centro de la esfera. La densidad de masa de la esfera es ρ_o , y el punto **P**, el centro de la esfera **O** y el de la cavidad, están alineados.

Problema # 6

Considere un casquete esférico muy delgado, de densidad de masa uniforme (kg/m^2), de radio **R** y masa total **M** que posee dos pequeños orificios perforados en posiciones diametralmente opuestas. Una masa puntual **m**, muy pequeña comparada con la masa **M**, se encuentra a una distancia **3 R** de su centro y se ubica sobre la línea que atraviesa las perforaciones.
a.- Calcule el trabajo que realiza la fuerza de gravedad sobre la masa **m** para desplazarla desde el punto inicial hasta la superficie del casquete (explicite la magnitud y el signo de este trabajo).
b.- Calcule el tiempo que demora la masa **m** en cruzar el casquete de un extremo al otro. (Use el principio de superposición y considere masas puntuales).
c.- Comente: ¿Qué ocurriría si las masa **m** es comparable a **M**?

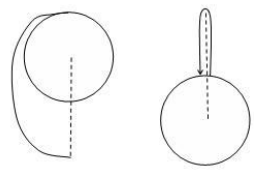
Problema # 7

Dos partículas de masa **M** y **m**, están inicialmente separadas por una distancia muy grande que para efectos prácticos la consideramos infinita. Si estas dos masas se dejan libres, la fuerza de atracción gravitacional comienza a acercarlas. Demuestre que en el instante cuando están a una distancia **D** entre ellas, la velocidad relativa de acercamiento es :

$$V = \frac{2\,G\,(M + m)}{D}.$$

Problema # 8

Dos satélites idénticos son lanzados desde el polo norte. La masa de la Tierra la denominamos **M** y su radio **R**. Uno de ellos es lanzado verticalmente y alcanza una altura máxima de $2\,R$, medida desde el centro de la tierra. El otro satélite se lanza tangencialmente y en el punto que alcanza su altura máxima se encuentra a una distancia $4\,R$ del centro de la tierra. Calcule la velocidad de lanzamiento de cada satélite.



Problema # 9

Un satélite de masa **m**, orbita alrededor de la tierra cuya masa es **M** describiendo una circunferencia, con una rapidez V_o. En cierto instante se eyecta, tangencialmente y hacia el frente del satélite parte de su masa $\lambda\, m$, con el valor de λ por determinar.
El objetivo de esta maniobra es dejar el resto del satélite, instantáneamente detenido de modo que, a continuación, caiga radialmente hacia la tierra. La maniobra debe ser lo más rápida posible para tratarla como un choque. Se nos pide además, que la parte de la masa inicial,λ **m**, sea lanzada con una velocidad tal que le permita escapar del campo gravitacional de la tierra. Determine además el valor de λ para que la parte restante caiga radialmente a tierra.