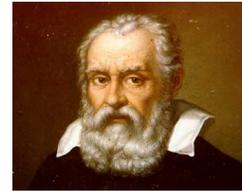




**Profesor:**  
**Nelson Zamorano H.**  
**Profesores Auxiliares:**  
**Javier Baeza**  
**Pablo Barrios**  
**Daniela Mancilla**



## GUIA 4

En la figura aparece Galileo Galilei.

### Problema # 1

Suponga que la posición de una partícula en función del tiempo (medido en segundos) viene dada por:

$$z(t) = \frac{t}{1+t^2} \text{ [m]}$$

a.- Grafique  $z(t)$  en el intervalo  $-4 \text{ s} < t < +4 \text{ s}$ .

b.- Encuentre la velocidad instantánea en función del tiempo evaluando:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{z(t + \Delta t) - z(t)}{\Delta t} .$$

c.- Grafique  $v(t)$ .

### Problema # 2

Suponga que la posición de una partícula en función del tiempo (medido en segundos) viene dada por:

$$z(t) = t - 4 \cos t \text{ [m]}$$

a.- Grafique  $z(t)$  en el intervalo  $0 < t < 6 \text{ s}$ .

b.- A partir del gráfico responda las siguientes preguntas:

- i) ¿En qué instante la velocidad es nula?
- ii) ¿En qué instante la partícula se encuentra en el origen?
- iii) ¿En qué intervalos la velocidad es negativa?
- iv) ¿En qué intervalos la aceleración es positiva?

c.- Encuentre la velocidad instantánea en función del tiempo evaluando:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{z(t + \Delta t) - z(t)}{\Delta t} .$$

d.- Grafique  $v(t)$  encontrada en la parte anterior. A partir del gráfico responda las siguientes preguntas:

- i) ¿En qué instante la velocidad es nula?
- ii) ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad es negativa?
- iii) ¿En qué intervalos de tiempo la aceleración es positiva?

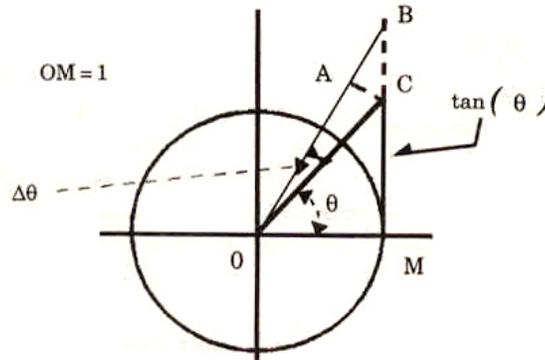
(Compare las respuestas con aquellas de la parte b) ).

### Problema # 3

Usando geometría y las aproximaciones usuales para ángulos pequeños, demuestre que:

$$\frac{d \tan \theta}{d \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}.$$

Use el triángulo  $\Delta ABC$  de la Figura y recuerde que  $\Delta \theta$  es muy pequeño.



### Problema # 4

Para cada una de las expresiones  $s(t)$ , de la posición de una partícula en función del tiempo, encuentre, analíticamente, la velocidad instantánea.

a)  $s(t) = a t^2 + b t + c,$

b)  $s(t) = a t^\alpha,$

c)  $s(t) = a \cos(\omega t + \beta).$

En las ecuaciones anteriores  $a, b, c, \omega, \alpha$  y  $\beta$  son constantes.

### Problema # 5

La posición de una partícula en función del tiempo (medido en segundos) es:

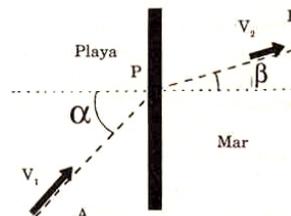
$$x(t) = a \cos(\omega t).$$

a.- Encuentre, analíticamente, la velocidad de la partícula y su aceleración. Grafique  $x(t), v(t)$  y  $a(t)$  en un mismo gráfico.

b.- Del gráfico anterior, encuentre la relación que existe entre la posición  $x(t)$  y la aceleración  $a(t)$ .

### Problema # 6

Un salvavidas ubicado en el punto A en la playa escucha el grito de auxilio de un bañista ubicado en B. La velocidad máxima del salvavidas en la arena es  $v_1$  y puede nadar con una velocidad  $v_2$ . Recordando que el salvavidas debe llegar lo antes posible al rescate, indique:



a.- ¿Qué trayectoria le tomará el menor tiempo posible, en cada uno de los siguientes tres casos?

- i) Si  $v_1$  es muchísimo mayor que  $v_2$ .
- ii) El caso inverso,  $v_2$  es muchísimo mayor que  $v_1$ .
- iii) Cuando ambas velocidades son iguales.

Nota

Tome su decisión a partir del estudio de tres o cuatro puntos ubicados en la línea divisoria entre la playa y el mar. En cada caso calcule el tiempo empleado en recorrer la trayectoria total.

b.- Cuando ambas velocidades son diferentes y no cumplen las relaciones extremas indicadas en la parte a), encuentre la posición del punto óptimo, P, en el cual el salvavidas debe ingresar al agua para recorrer el trayecto de A a B en el menor tiempo posible.

Demuestre que en estas condiciones se satisface la siguiente relación:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Esta expresión es análoga a la ley de Snell, que describe la refracción de un rayo de luz al pasar de un medio a otro diferente.

## Problema # 7

Una mosca camina sobre un disco de radio R, el cual rota con una velocidad angular  $\omega_0$ . La mosca viaja desde el borde del disco hacia el centro, avanzando con una rapidez  $V_0$  constante y siguiendo la línea recta que pasa por el centro del disco.

- a.- Encuentre el valor que debe tomar  $V_0/\omega_0$  de forma que al dar una vuelta, la mosca llegue al centro del disco.
- b.- Encuentre el vector velocidad de la mosca con respecto a la mesa sobre la cual gira el disco, cuando este ha girado un ángulo :  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ .
- c.- Calcule el vector velocidad para un ángulo cualquiera  $\omega_0 t$ .
- d.- Haga un bosquejo de la trayectoria que la mosca dejaría sobre la mesa.

## Problema # 8

Calcule la velocidad tangencial de un habitante del ecuador terrestre debido a la rotación de la tierra en torno a su eje. ¿Cuál es el valor de la aceleración centrípeta en esta misma posición? ¿Cómo se compara con la aceleración de gravedad en el lugar (  $9,8 \text{ m/s}^2$  ) ?

## Problema # 9

Una rueda gira en torno a su eje horizontal, a 30 RPM, de manera que su parte inferior queda a nivel del suelo, pero sin rozarlo. Sobre el borde de la rueda se han adosado dos piedrecitas, en posiciones diametralmente opuestas.

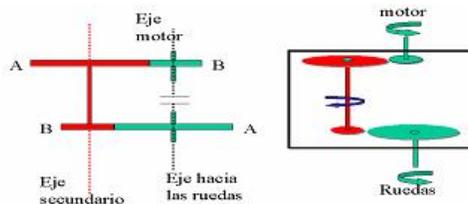
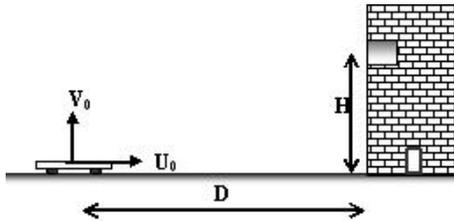
a.- Suponga que cuando el diámetro que une a las piedras pasa por la posición horizontal, éstas se desprenden del borde, en forma simultánea, y una de ellas llega al suelo antes que la otra. Se observa que durante el intervalo entre la llegada al suelo de una y otra piedra, la rueda da una vuelta completa. Determine el radio de la rueda.

b.- Suponga que las piedras se desprenden de la circunferencia desde una cierta posición simultáneamente. ¿Que ángulo debe formar la línea que une ambas piedras con la vertical en ese instante para que ambas piedras lleguen al piso al mismo tiempo?

## Problema # 10

Un carro posee un dispositivo que le permite lanzar proyectiles en dirección vertical a una velocidad  $V_0$ . Si el carro se mueve en dirección horizontal ,a una velocidad  $U_0$ , calcule:

- a.- La distancia  $D$  a la que debe disparar un proyectil para que éste impacte en la ventana del edificio, ubicada a una altura  $H$  del suelo.
- b.- Suponiendo conocida la distancia  $D$ , calcule el ángulo con que llega el proyectil a la ventana, respecto a la horizontal.
- c.- Explique el significado físico del resultado obtenido en b.- .



### Problema # 11

- a.- En la figura aparece el esquema de engranajes en la caja de cambios de un motor. Si el motor gira a  $N$  RPM, calcule el valor de las RPM a las cuales gira el eje a la salida de la caja de cambio. La razón entre los radios de los engranajes es:  $R_A / R_B = 5/2$ .
- b.- Suponga que a) corresponde a la primera marcha en un auto. Si se mantiene la razón entre los engranajes de entrada a la caja de cambio, pero se cambia aquella que va a las ruedas de forma que  $R_{B'} / R_{A'} = 3/4$ , encuentre la relación entre las RPM del motor y la del eje que va a las ruedas.