Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor:
Nelson Zamorano H.
Profesores Auxiliares:
Javier Baeza
Pablo Barrios
Daniela Mancilla

GUIA 2

Acerca del personaje de la Figura

El personaje de la Figura es Leonard Euler. El matemático más prolífico de toda la historia nació hace trescientos años en Basilea . A lo largo de su dilatada vida científica descubrió miles de resultados. Sus libros y artículos representan aproximadamente una tercera parte de la investigación en matemáticas, física teórica e ingeniería mecánica en el periodo comprendido de 1726 a 1800. Sin él las matemáticas serían otras. Leonhard Euler nació en Basilea el 15 de abril de 1707, su padre Paulus Euler, pastor calvinista, era un matemático aficionado que había sido discípulo, en su juventud, de Jacques I Bernoulli; mientras que su madre, Marguerite Frucker, tuvo poco influencia en sus estudios.
Euler tuvo 13 hijos.

Acerca del Control de Lectura
Leer las secciones II-2 hasta la II-4 del Capítulo II de cinemática en una dimensión de los apuntes de NZ, que está en U-cursos. Se hará un control de lectura el Viernes 27 de marzo acerca de esta materia. Preguntaré algo que salga explícitamente en la lectura. No deben hacer ejercicios extra o nada parecido, sólo el material contenido en las páginas.
Acerca del Ejercicio del martes
En el ejercicio del martes 24 preguntaré acerca de los complementos matemáticos que veamos hasta el Lunes 23.
La lectura indicada en el problema # 3 , está en U-cursos.

Problema # 1

Haciendo uso de la aproximación $(1+x)^r \approx 1 + r\,x$, válida para $|x| << 1$, calcule en forma aproximada (sin calculadora) los siguientes valores (use $\pi = 3{,}14$): a)$\sqrt{1,001}$, b)$\sqrt{0.98}$, c)$(102)^{1/3}$, y compruebe su resultado, d)$\sqrt{\pi}$, e)$905/77$, f) $\sqrt{50}/1457$.

Problema # 2 La parte b.- debe ser resuelta por los estudiantes durante la clase auxiliar el Martes 24.

a.- La velocidad orbital de un satélite está dada por $V_{\text{orbital}} = \sqrt{G\,M_E/r}$. Si escribimos esta expresión en función de la altura h del satélite sobre la tierra, tendremos:

$$V_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{G\,M_E}{R_E + h}} = \sqrt{\frac{G\,M_E}{R_E\,(1+x)}}, \text{ con } x = h/R_E.$$

Calcule la expresión de la velocidad orbital para un satélite que orbita la Tierra a primer orden en x. Encuentre el valor de la velocidad para $h = 200$ km. ¿Es esta expresión válida para un satélite síncrono?

b.- Cuando un electrón se mueve del cátodo al ánodo, la conservación de la energía no-relativista está dada por la ecuación:

$$\frac{1}{2}\, m_e\, V^2 \;=\; q\, \Phi$$

donde q es la carga del electrón, m_e la masa del electrón y Φ la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo.

i.- Poniendo números que Ud. debe buscar, muestre que para $\Delta\,\Phi \;=\; 256.000$ Volts, la velocidad del electrón es mayor que la velocidad de la luz! Esto está prohibido por la física clásica.
ii.- Para arreglar este entuerto, se recurre a la relatividad especial, donde la energía total del electrón está dada por

$$E \;=\; \frac{m_o\, c^2}{\sqrt{1\,-\,\beta^2}}, \;\; \text{donde } \beta \;=\; V/c$$

con c la velocidad de la luz y m_0 la masa de un electrón en reposo.
La energía cinética se define como $KE \;=\; E \,-\, m_o\, c^2$: se le resta la energía de la masa a la energía total E.
Resuelva el mismo problema de la parte i.-, suponiendo que la velocidad del electrón es pequeña comparada con la velocidad de la luz: $\beta \;<\; 1$. Para ello, desarrolle la expresión de la KE en potencias de β conservando sólo términos hasta β^4 y despreciando las potencias más altas de β. Suponiendo el mismo valor para la diferencia de potencial $\Delta\,\Phi$ encuentre este valor de la velocidad en el marco de la relatividad especial.

Problema # 3 la parte b.- será resuelta por los profesores en clase auxiliar el Martes 24.

a.-Encuentre la expresión para $\operatorname{sen}(2\,\alpha)$ utilizando el resultado $\operatorname{sen}(2\,\alpha) = 2\,\operatorname{sen}(\alpha)\,\cos(\alpha)$ y expresando $\operatorname{sen}(\alpha)$ y $\cos(\alpha)$, como una serie infinita.

b.- Encuentre la expansión de $\tan\alpha$ para $\alpha \;<<\; 1$ hasta orden α^5.

Problema # 4

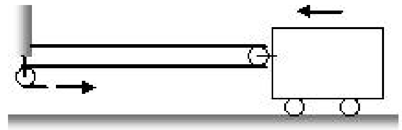
Estime cuántos trabajadores se necesitaron para construir una pirámide. Necesita recolectar datos como la densidad de las piedras, el tamaño de las pirámides, cuánto trabajo puede hacer un hombre en un día, la energía potencial de la pirámide...y hacer algunas suposiciones como la siguiente: dónde se encontraban las piedras utilizadas...
Referencia: Juegos Matemáticos, Ian Stewart, "Investigación y Ciencia", Noviembre 1998, pag. 86. (El paper está en U-Cursos)

Problema # 5

Benjamín Franklin notó que al dejar una gota de aceite en la superficie de un lago, ésta no se esparcía más allá de una cierta superficie. También notó que si el número de gotas de aceite se aumentaba al doble, el área cubierta también se duplicaba. Concluyó que dicho valor era el máximo posible que una cierta cantidad de aceite lograba extenderse. Al realizar el experimento notó que 0.1 de aceite cubrían un área de aproximadamente 40 . ¿ De qué espesor es la capa de aceite? Si la distancia entre átomos de una molécula en un líquido o gas corriente es de . En el tipo de aceite que Franklin usó se puede suponer que cada molécula tenía 10 átomos.
¿De cuántos átomos de espesor era la película de aceite formada?

Problema # 6 los alumnos deben trabajar este problema para el Martes 24.

Un bloque es arrastrado hacia una muralla mediante una cuerda y un par de poleas, como se ilustra en la figura. La longitud de la cuerda es 2L y la separación inicial entre el bloque y la muralla es L. Determine el tiempo de encuentro entre la punta de la cuerda y el bloque si:



a.- El extremo de la cuerda se mueve con velocidad constante,
b.- El extremo de la cuerda se mueve con aceleración constante partiendo del reposo.
Nota: el radio de las poleas es despreciable.

Problema # 7

Dos autos A y B se encuentra detenidos, separados por una distancia de 30 km. Repentinamente, **A** parte del reposo con una aceleración constante de 10 m/s^2. Un segundo más tarde, **B** parte al encuentro de A con una velocidad constante de 10 m/s.
a.- ¿Qué distancia ha recorrido cada uno de los autos hasta el instante en que se encuentran?
b.- ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?
c.- Utilizando un solo gráfico, dibuje la posición de ambos autos en función del tiempo.

Problema # 8

Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde la parte superior de un edificio que mide 25 m de altura. La rapidez inicial de la pelota es 12.0 m/s. Al mismo tiempo, una persona ubicada en la base del edificio, comienza a correr por la calle acercándose al edificio desde una distancia de 8 m.
a.- ¿Cuál debe ser la rapidez media de esta persona, para que logre atrapar la pelota en la base del del edificio? (Suponga que la persona atrapa la pelota 2 m antes de que ésta llegue al piso).
b.- Suponga que la persona que lanza la pelota desde la azotea del edificio, es más gentil y utilizando la misma componente vertical de la velocidad inicial de la parte a), lanza la pelota de manera que el tipo de la calle NO deba correr a alcanzarla y la reciba en sus manos, a un metro del piso. ¿Cuál es el valor del ángulo con el cual lanzó la pelota? ¿Cuál es la magnitud de la velocidad con que lanza la pelota? (No necesita dar el valor exacto del ángulo, pero atrévase y estímelo. Comente qué lo llevó a elegir ése valor.)

Problema # 9

Un ascensor rápido circula entre el piso 30 y el 1, que están separados por 150 metros. Para comodidad de los pasajeros se impone un límite a la aceleración y desaceleración máxima del ascensor: 3,7 m/s^2. Por otra parte la rapidez máxima que puede alcanzar este ascensor, sin transgredir las normas de seguridad, es 6,0 m/s.
a.- ¿Determine el tiempo mínimo que necesita para viajar entre el piso 1 y el 30?
b.-Determine el valor de la velocidad media para llevar a cabo dicho recorrido.

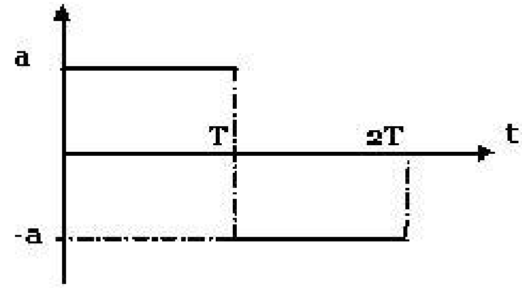
Problema # 10 Debe ser resuelto por los alumnos en la Clase Auxiliardel Ma 31.

Una bola de acero se deja caer desde el techo de un edificio (la velocidad inicial de la bola es nula). Un observador parado enfrente de una ventana de 120 cm de altura nota que a la bola cruza la ventana en 0,125 s. La bola continúa cayendo, choca en forma completamente elástica con el piso y reaparece en la parte baja de la ventana 2,0 s después. ¿Cuál es la altura del edificio?

Problema # 11 Debe ser resuelto por loa alumnos en la Clase Auxiliar del Ma 31.

Un pasajero corre con una velocidad de 4 m/s para lograr alcanzar el tren. Cuando recién está a una distancia **d** de la última portezuela, el tren comienza a moverse con aceleración constante, a = 0,4 m/s^2, alejándose del pasajero.
a.- Si **d** = 12m y el pasajero sigue corriendo. ¿Alcanzará a subirse al tren?
b.- Haga un gráfico $x(t)$ donde en t = 0 el último carro del tren se haya en $x = 0$.

Grafique $x(t)$ para el pasajero para diversos valores de la distancia **d**, incluyendo **d** = 12m- Hallar el valor crítico para el cual el pasajero apenas alcanza el tren. Suponga que la puerta está justo en la cola del tren.



Problema # 12

Una partícula parte del reposo y soporta una aceleración como la que se indica en el gráfico siguiente

a.- Dibuje el gráfico de velocidad y posición versus tiempo para este movimiento.
b.- ¿Cuál es su máxima velocidad?
c.- ¿Qué distancia recorre durante estos 2T segundos?

Problema # 13 Clase Auxiliar, Mar 31.

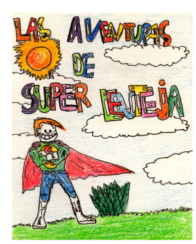
Se deja caer una pelota desde una altura h. La pelota choca con el piso y rebota con una rapidez proporcional a la que tenía en el instante que tocó el suelo. Es decir: $V_{rebote} = k\ V_{llegada}$ con $0 < k < 1$. La pelota sube y luego cae una vez más, volviendo a rebotar, de modo que la rapidez en el rebote cumple la misma relación señalada para el primer rebote. Así continua el movimiento, con sucesivos rebotes, hasta que la pelota deja de moverse. Considerando que todo estos rebotes ocurren manteniendo el movimiento en la dirección vertical, calcule:

a.- La altura que alcanza la pelota después del primer rebote.
b.- La altura que alcanza la pelota después del segundo rebote.
c.- La altura que alcanza la pelota después del n-ésimo rebote.
d.- La distancia total recorrida desde que se soltó la pelota hasta el n-ésimo rebote.
e.- La distancia total recorrida por la pelota hasta que se detiene (tome el límite n tendiendo a infinito en la expresión anterior).

Problema # 14

Un estudiante decidido a comprobar por sí mismo las leyes de la gravedad se arroja, cronómetro en mano, desde un rascacielos de 200 m de altura e inicia su caída libre (velocidad inicial nula).

Cinco segundos más tarde aparece en escena el superlenteja y se lanza desde el mismo tejado, con velocidad inicial nula, para salvar al estudiante. ¿Cuál ha de ser la aceleración del superlenteja para que logre salvar al estudiante?



Existen un par de restricciones, el ser humano no resiste una aceleración mayor que $10\ g$ sin sufrir consequencias mortales.

Superlenteja no puede alcanzar una velocidad mayor a la velocidad del sonido: $300\ m/s$ aproximadamente (no es supersónico y por eso se llama superlenteja!).

Considere que el superlenteja una vez que salva (si puede) a este personaje, puede continuar su vuelo a ras de piso.