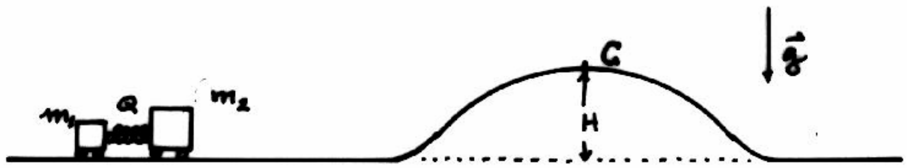
PROBLEMAS RESUELTOS DE SISTEMAS BINARIOS, TERCIARIOS Y CHOQUES
FI100-2, SEMESTRE OTOÑO 2007

PROBLEMA 1

Dos carritos de masas m_1=m y m_2=2m están en reposo en una superficie horizontal lisa, con un resorte comprimido entre ellas, sin estar unido a ninguna masa. Determinar la "mínima energía elástica Q" que debe tener acumulada el resorte para que, cuando el sistema quede libre, la masa m_2 logre pasar "la barrera gravitatoria" de altura H.



Solución

Sean v_1 y v_2 las rapideces de las masas, después que el resorte "entregue" toda su energía.

Como $f_{12}= -f_{21}$ $\quad\rightarrow\quad m_1\dfrac{\Delta\vec{V}_1}{\Delta t} = -m_2\dfrac{\Delta\vec{V}_2}{\Delta t} \rightarrow$ (eje x) $\quad -m_1v_1 = -m_2v_2$

$\therefore \quad 2v_2 = v_1$

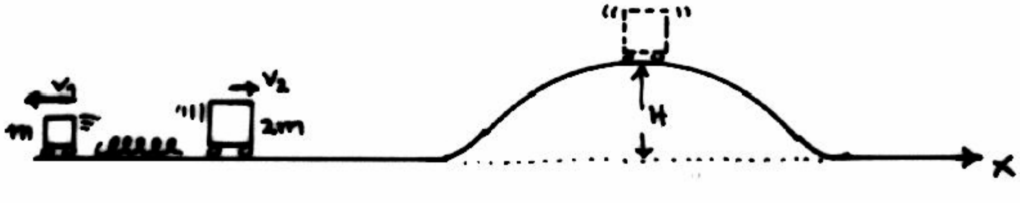
Por otro lado $Q = \dfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \dfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \dfrac{1}{2}m4v_2^2 + \dfrac{1}{2}2mv_2^2$

Como para Q mínimo la rapidez de m_2 en C debe ser (levemente mayor que) cero,

entonces $\dfrac{1}{2}(2m)v_2^2 = (2m)gH$

$$\therefore v_2^2 = 2gH$$

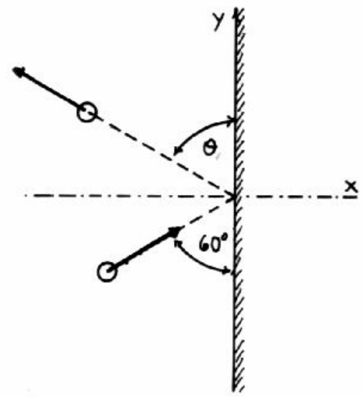
Finalmente $\quad \boxed{Q = 6mgH}$



PROBLEMA 2

La figura muestra una bola de acero de 3 kg que viaja por una mesa horizontal lisa, que golpea una pared fija, con una rapidez de 10 m/s en un ángulo de 60º con ella.
Se observa que la bola rebota con la misma rapidez.

a) Demuestre que el ángulo de salida θ también es de 60º.
b) Si la bola estuvo en contacto con la pared durante 0,2s, ¿cuál es la fuerza promedio ejercida por ésta sobre la bola?

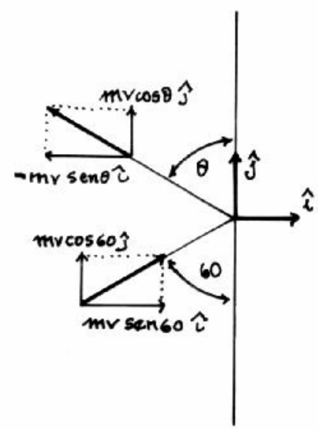


Solución

a) $\left(p_y\right)_{inicial} = \left(p_y\right)_{final}$

$$mv\cos 60^{\circ} = mv\cos\theta$$

$$\therefore \boxed{\theta = 60^{\circ}}$$



b) $\vec{I} = \Delta\vec{p}$

$$\left\langle \vec{F} \right\rangle \cdot \Delta t = \left(-mvsen60^{\circ}\,\hat{i} + mv\cos 60^{\circ}\,\hat{j}\right) -$$

$$-\left(mvsen60^{\circ}\,\hat{i} + mv\cos 60^{\circ}\,\hat{j}\right)$$

$$\left\langle \vec{F} \right\rangle \cdot \Delta t = -2mvsen60^{\circ}\,\hat{i}$$

$$\left\langle \vec{F} \right\rangle \cdot 0{,}2 = -2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot sen60^{\circ}\,\hat{i}$$

$$\boxed{\left\langle \vec{F} \right\rangle = -259{,}81\hat{i}\ \mathrm{N}}$$

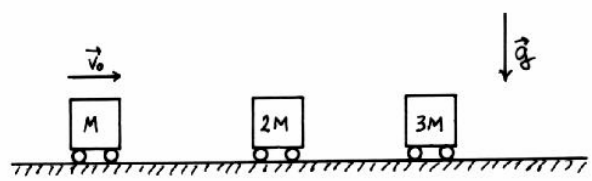
PROBLEMA 3

Las tres partículas que muestra la figura, de masas M, 2M y 3M, se encuentran sobre una superficie horizontal sin roce, estando las dos últimas inicialmente en reposo. Se sabe que M choca plásticamente a 2M y que luego se produce una colisión elástica con 3M.

Calcular:

a) La velocidad final de cada partícula.

b) La pérdida de energía durante todo el proceso.

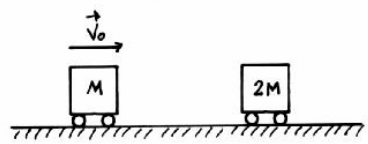


Solución

a) Primer choque (PLÁSTICO)

$Mv_o = 3Mv$

$$v = \frac{v_o}{3}$$



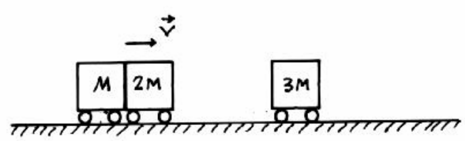
Segundo choque (ELÁSTICO)

Choca un cuerpo de masa 3M(M+2M) que lleva una velocidad $v_o/3$, con otro de masa 3M inicialmente en reposo. Intercambian velocidad y por lo tanto las velocidades finales de los cuerpos son:

Del cuerpo M, cero

Del cuerpo 2M, cero

Del cuerpo 3M, $v_o/3$,



b) Energía cinética inicial

$$E_{CO} = \frac{1}{2}Mv_o^2$$

Energía cinética final

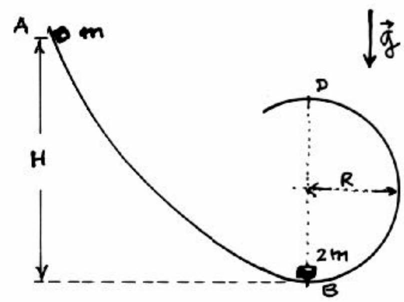
$$E_{CF} = \frac{1}{2}3M\left(\frac{v_o}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}Mv_o^2\right)$$

$\therefore$ La energía cinética del sistema se reduce a la tercera parte

PROBLEMA 4

Un pequeño cuerpo de masa m, se suelta desde el punto A, deslizando por una pista lisa. En B choca con otro cuerpo de masa 2m, que está en reposo, quedando ambos cuerpos unidos y recorriendo juntos la pista semicircular lisa de radio R.

Determine desde que altura H debe soltarse el cuerpo de masa m para que el conjunto alcance justo a llegar al punto superior D de la pista, sin despegarse de ella.



Solución

El cuerpo de masa m llega a B con rapidez $\sqrt{2gH}$ (conservación de la energía mecánica).

$$\therefore \quad m\sqrt{2gH} = 3mV$$

$$\boxed{V = \frac{\sqrt{2gH}}{3}} \qquad (1)$$

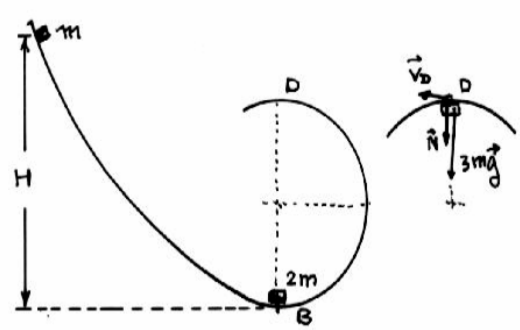
donde V es la velocidad del conjunto inmediatamente después del choque.

$$\boxed{\therefore \quad \frac{1}{2}3mV^2 = \frac{1}{2}3mv_D^2 + 3mg2R} \qquad (2)$$

Cálculo de fuerza centrípeta en D

$$N + 3mg = \frac{3mv_D^2}{R}, \quad \text{si N=0}$$

$$\boxed{\frac{3mgR}{2} = \frac{3mv_D}{2}} \qquad (3)$$



(3) en (2) y (1) en (2)

$$\frac{1}{2}3m\frac{2gH}{9} = \frac{3mgR}{2} + 6mgR$$

$$\boxed{H = 22{,}5R}$$

PROBLEMA 5

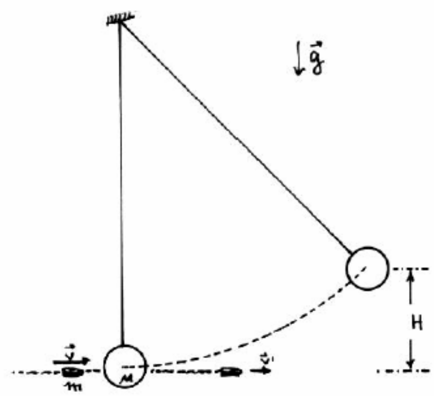
Una bala de masa 15 gramos, que lleva una rapidez de 500 m/s, es disparada contra un péndulo balístico de masa 1kg suspendido de una cuerda de 2m de largo. La bala penetra en el péndulo, y sale de él (después de un intervalo de tiempo muy pequeño) con una rapidez de 100m/s. ¿Qué altura subirá el bloque?

Solución

$$mv = MV + mv'$$

$$0{,}015 \cdot 500 = 1 \cdot V + 0{,}015 \cdot 100$$

$\boxed{V = 6m/s}$ Velocidad del bloque después del choque



Si aplicamos conservación de la energía mecánica para el bloque

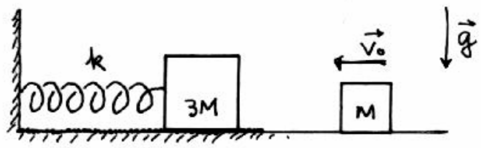
$$\frac{1}{2}MV^2 = MgH$$

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{36}{20}$$

$$\boxed{H = 1{,}8m}$$

PROBLEMA 6

La masa M se mueve con rapidez constante v_o hacia la masa 3M que ligada a un resorte de constante k, permanece en reposo estando el resorte en su longitud normal. La masa M queda pegada a la otra al chocar y se desplazan sobre una superficie de coeficiente de rozamiento μ. Determinar la máxima compresión del resorte.

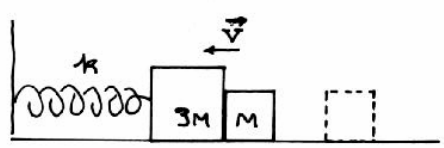


Solución

$$Mv_o = 4MV$$

$$\boxed{V = \frac{v_o}{4}}$$

Velocidad del conjunto inmediatamente después del choque



$$\frac{1}{2}4MV^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \mu 4Mgx$$

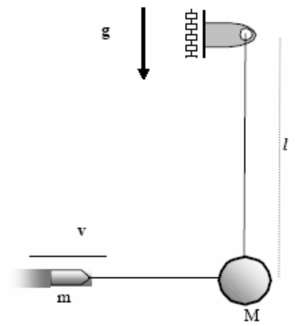
$$\frac{1}{8}Mv_o^2 = \frac{1}{2}kx^2 + 4\mu Mgx$$

$$4kx^2 + 32\mu Mgx - Mv_o^2 = 0$$

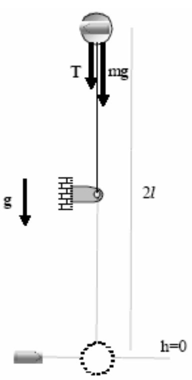
$$x = \frac{-8\mu Mg + \sqrt{64\mu^2 M^2 g^2 + kMv_o^2}}{2k}$$

PROBLEMA 7

¿Cuál es la mínima velocidad que debe tener la bala para que luego de incrustarse en el péndulo éste de la vuelta completa?



Solución



V: velocidad inicial de la bala

v: velocidad del conjunto abajo

v_f: velocidad del conjunto arriba

$$V = \left(\frac{m+M}{m} \right) \cdot v \qquad (1)$$

Después del choque: <u>abajo</u>

$$E_{C1} = \frac{1}{2}(m+M)v^2$$
$$E_{PI} = 0$$

<u>arriba</u>

$$E_{C2} = \frac{1}{2}(m+M)v_F^2$$
$$E_{P2} = (m+M)g2\ell$$

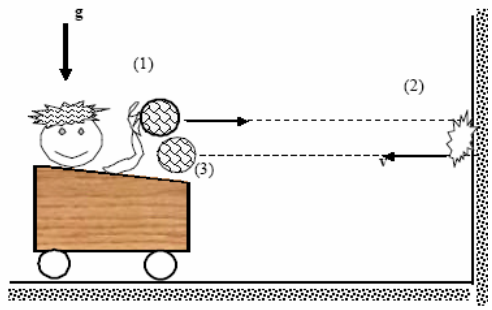
$$\therefore \frac{1}{2}(m+M)v_F^2 + (m+M)2g\ell = \frac{1}{2}(m+M)v^2 \qquad (2)$$

$F_C = T + (m+M)g$ (si queremos que F_C sea mínima entonces T = 0)

$$\therefore (m+M)g = \frac{(m+M)v_F^2}{\ell}$$

PROBLEMA 8

Un individuo de 74[Kg] de masa que está en un carro de 25[Kg] en reposo tiene una pelota de 1[kg] que lanza contra una muralla vertical cercana, con la cual choca en forma perfectamente elástica, rebotando a 20[m/s]. Si el individuo vuelve a coger la pelota.



Determinar la velocidad final del conjunto. Despreciar el roce.

Solución

Si la pelota rebotó elásticamente con rapidez de 20[m/s] quiere decir que iba hacia la pared a 20[m/s].

Cuando fue lanzada

$$MV = mv$$
$$99 \cdot V = 1 \cdot 20$$
$$V = 20/99[\mathrm{m/s}]$$

Cuando es recogida

antes:

$$P_i = MV + mv = 99 \cdot \frac{20}{99} + 1 \cdot 20 = 40[\mathrm{N \cdot S}]$$

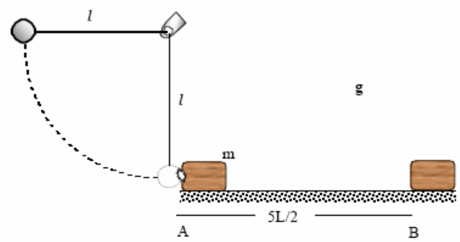
después: $P_f = (M + m)v_f = 100v_F$

$$P_i = P_f$$
$$40 = 100v_F$$

$$\boxed{v_F = 0{,}4[\mathrm{m/s}]}$$

PROBLEMA 9

Una esfera de masa m unida a una cuerda de longitud ℓ recorre a partir del reposo un cuadrante de circunferencia chocando elásticamente con un cuerpo de masa m, inicialmente en reposo. Calcule μ entre el cuerpo y el plano horizontal si éste recorre una distancia de $5/2\,\ell$ antes de detenerse.



Solución

$$V = \sqrt{2g\ell} \quad \text{(velocidad inicial del bloque)}$$

Después del choque: $W_{NOCONS} = \Delta E_M$

en A: $E_{CA} = 1/2 mV^2$

$E_{CB} = 0$

$$\therefore \quad \Delta E_M = -1/2 mV^2$$

$$\Delta E_M = mg\ell$$

$$W_{NOCONS} = -\mu mgx$$

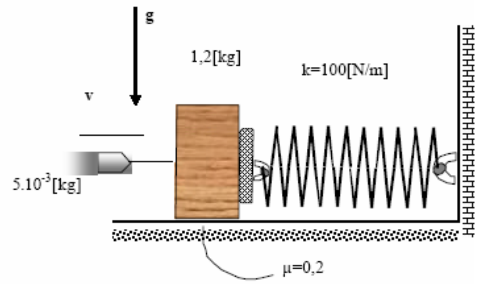
$$W_{NOCONS} = -\mu mg\, 5/2\ell$$

$$\therefore \quad \cancel{-}\,\cancel{mg}\; 5/2\; \cancel{\ell} = \cancel{-}\,\cancel{mg\ell}$$

$$\boxed{\mu = 2/5}$$

PROBLEMA 10

Un proyectil de masa $5\cdot10^{-3}$[kg] es disparado horizontalmente contra un bloque de madera de masa 1,2[kg], inicialmente en reposo. El proyectil se incrusta en el bloque y se observa que la máxima compresión del resorte es de 10[cm]. Determinar la rapidez inicial del proyectil.



Solución

Antes del choque: $P_i = mv$

En el choque: $P_F = (m+M)V^2$

$$\therefore \quad mv = (m+M)V \qquad (1)$$

Después del choque: $E_{Ci} = \frac{1}{2}(m+M)V$ $\qquad E_{Pi} = 0$

$E_{cf} = 0 \qquad E_{pf} = \frac{1}{2}kx^2$

$$\therefore \quad \Delta E_M = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2$$

$$W_{NOCONS} = -\mu(m+M)gx$$

Luego, como $W_{NOCONS} = \Delta E_M$: $\quad -\mu(M+m)gx = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}(m+M)gx \ (2)$

(1) en (2) $\quad \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}(m+M)\cdot\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 v^2 = -\mu(m+M)gx$

$$\frac{1}{2}\cdot100(0,1)^2 - \frac{1}{2}(5\cdot10^{-3}+1,2)\left(\frac{5\cdot10^{-3}}{5\cdot10^{-3}+1,2}\right)^2 v^2 = -0,2(5\cdot10^{-3}+1,2)\cdot10\cdot0,1$$

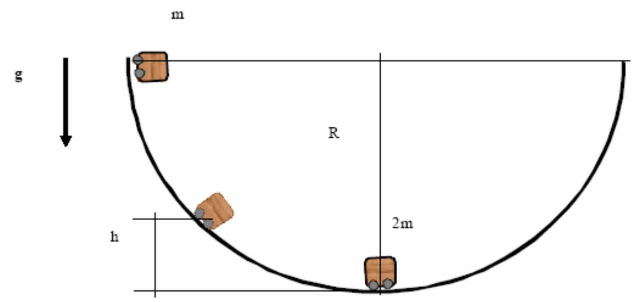
$$0,5 - 1,04\cdot10^{-5}v^2 = 0,241$$

$$1,04\cdot10^{-5}v^2 = 0,259$$

$$\boxed{v = 157,8[\mathrm{m/s}]}$$

PROBLEMA 11

Inicialmente los bloques *m* y *M* = 2m están en reposo como indica la figura. Calcular la altura *h* alcanzada por la masa *m* después de chocar elásticamente con *M*. Desprecie la fricción entre los cuerpos y la superficie.



Solución

Si la partícula *m* llega abajo con una velocidad *v*

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR$$

$$v = \sqrt{2gR} \qquad (1)$$

En el choque: $mv + M \cdot 0 = mv_m^1 + 2mv_m^1$

$$\therefore \quad 2v_M^1 - v_m^1 = v \qquad (2)$$

como el choque es elástico: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_m'^2 + \frac{1}{2}2mv_M'^2$

$$\therefore \quad v_m'^2 + 2v_M'^2 = v^2 \qquad (3)$$

de (3) y (2) $\qquad v_m^1 = \frac{v}{3} \qquad (4)$

(1) en (4) $\qquad v_m' = \frac{\sqrt{2gR}}{3}$

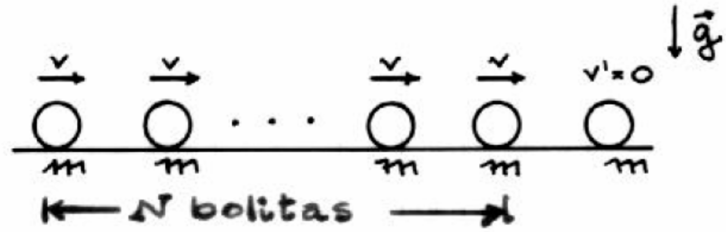
luego $\qquad \frac{1}{2}mv_m'^2 = mgh$

$$h = \frac{v_m'^2}{2g}$$

$$\boxed{h = \frac{R}{9}}$$

PROBLEMA 13

Se tienen N bolitas de igual masa m que se mueven en una línea horizontal sin roce con una rapidez v.



Otra bolita también de masa m, está en reposo en el camino de las anteriores de modo que van chocando plásticamente.

Determinar la pérdida porcentual de energía cinética en el proceso si las N bolitas entran en él.

Solución

En el primer choque	En el segundo choque	En el tercer choque
$mv = 2mv_1$ $\boxed{v_1 = \frac{v}{2}}$	$2m\cdot\frac{v}{2} + mv = 3mv_2$ $\boxed{v_2 = \frac{2}{3}v}$	$3m\cdot\frac{2v}{3} + mv = 4mv_3$ $\boxed{v_3 = \frac{3}{4}v}$

$\therefore$ en el N–ésimo choque $v_N = \dfrac{N}{N+1}v$

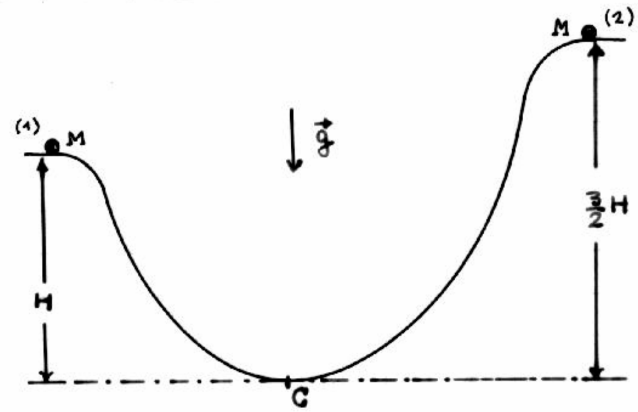
$$\boxed{E_{CO} = N\cdot\frac{1}{2}mv^2} \qquad E_{CF} = \frac{1}{2}(N+1)mv_N^2 \qquad \therefore \boxed{E_{CF} = \frac{1}{2}\frac{N^2v^2m}{N+1}}$$

$$\left|\Delta E_C\right| = \frac{Nmv^2}{2(N+1)}$$

$$\boxed{\text{Pérdida porcentual} = \frac{100}{\text{N+1}}}$$

PROBLEMA 14

Las esferas 1 y 2, de igual masa M, estando en reposo caen de las posiciones A y B respectivamente y chocan en C. Por efecto del choque, la esfera 1 pierde un 36% de energía cinética y se devuelve. Si el roce es despreciable, determine la altura que alcanzará la esfera 2 después del choque (resultado en función de H).



Sean v_1 = rapidez de la esfera 1 en C inmediatamente antes del choque.
v_2= rapidez de la esfera 2en C inmediatamente antes del choque.
v_1' = rapidez de la esfera 1 en C inmediatamente después del choque.
v_2' = rapidez de la esfera 2 en C inmediatamente después del choque.

$v_1=\sqrt{2gH}$ $v_2=\sqrt{2g\cdot\frac{3}{2}H}=\sqrt{3gH}$ (Conservación de la energía mecánica)

$Mv_1 - Mv_2 = -Mv_1' + Mv_2'$

$\boxed{v_1 - v_2 = -v_1' + v_2'}$ (1)

pero $\frac{1}{2}Mv_1'^2 = 0{,}64\cdot\frac{1}{2}Mv_1^2$

$\boxed{v_1' = 0{,}8v_1}$ (2)

(2) en (1)

$v_1 - v_2 = -0{,}8v_1 + v_2'$ de donde $\boxed{v_2' = 0{,}81\sqrt{gH}}$ (3)

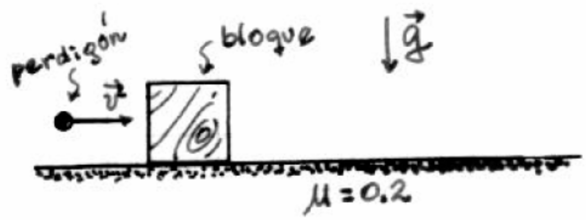
Sea H' altura pedida

$H' = \frac{v_2'^2}{2g}$ (Conservación de la energía mecánica)

$\boxed{H' = 0{,}33H}$

PROBLEMA 15

Un perdigón de 10 gramos se lanza horizontalmente contra un bloque de madera de 1kg, en reposo sobre una mesa horizontal. El coeficiente de roce entre el bloque y



la mesa es $\mu = 0,2$. La bala penetra en el bloque y se observa que el conjunto desliza 25cm antes de detenerse. Calcular la energía empleada en la deformación del perdigón y del bloque.

Solución

Sean v_1 = rapidez de la esfera 1 en C inmediatamente antes del choque.
v_2= rapidez de la esfera 2en C inmediatamente antes del choque.
v_1' = rapidez de la esfera 1 en C inmediatamente después del choque.
v_2' = rapidez de la esfera 2 en C inmediatamente después del choque.

$v_1=\sqrt{2gH}$ $\quad v_2=\sqrt{2g\cdot\frac{3}{2}H}=\sqrt{3gH}$ (Conservación de la energía mecánica)

$$Mv_1 - Mv_2 = -Mv_1' + Mv_2'$$

$$\boxed{v_1 - v_2 = -v_1' + v_2'} \quad (1)$$

pero $\frac{1}{2}Mv_1'^2 = 0,64\cdot\frac{1}{2}Mv_1^2$

$$\boxed{v_1' = 0,8v_1} \quad (2)$$

(2) en (1)

$v_1 - v_2 = -0,8v_1 + v_2'$ de donde $\boxed{v_2' = 0,81\sqrt{gH}}$ (3)

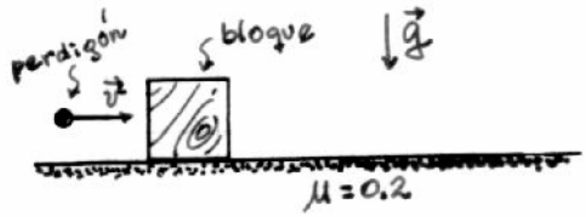
Sea H' altura pedida

$H' = \dfrac{v_2'^2}{2g}$ (Conservación de la energía mecánica)

$$\boxed{H' = 0,33H}$$

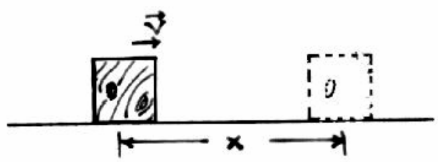
PROBLEMA 16

Un perdigón de 10 gramos se lanza horizon–talmente contra un blo–que de madera de 1kg, en reposo sobre una mesa horizontal. El coeficiente de roce entre el bloque y la mesa es μ = 0,2. La bala penetra en el bloque y se observa que el conjunto desliza 25cm antes de detenerse. Calcular la energía empleada en la deformación del perdigón y del bloque.



Solución

Sean
m = masa del perdigón
M = masa del bloque
v = velocidad del perdigón inmediatamente antes del choque
V = velocidad del sistema inmediatamente después del choque.



$mv = (m+M)V \quad 0{,}01v = 1{,}01V \quad \boxed{v = 101V} \quad (1)$

$\boxed{\frac{1}{2}(m+M)V^2 = \mu(m+M)gx} \quad (2)$

$\therefore \frac{1}{2}(M+m)V^2 = 0{,}2 \cdot 1{,}01 \cdot 10 \cdot 0{,}25 = 0{,}5$

O sea Energía Cinética inmediatamente después del choque = 0,5J

Además de (2) $\frac{1}{2} \cdot 1{,}01V^2 = 0{,}5 \qquad \boxed{V = 1m/s} \quad (3)$

(3) en (1)

$\boxed{v = 101m/s}$

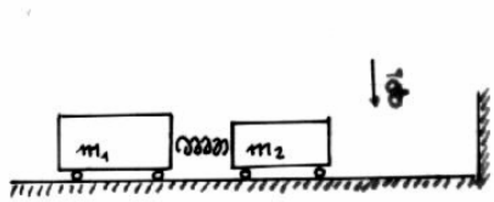
$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01(101)^2 = 51$

O sea Energía Cinética inmediatamente antes del choque = 51J

$\therefore$ $\boxed{\text{Energía empleada en la deformación} = 50{,}5\text{J}}$

PROBLEMA 17

Un cuerpo de masa m_1=3kg se encuentra unido a otro de masa m_2=1kg a través de un resorte de constante k=500N/m que está comprimido 0,2m. Se libera el resorte, poniendo en movimiento a m_1 y m_2. Esta última rebota elásticamente con una muralla chocando nuevamente a m_1, quedando ambas unidas (sin el resorte). Calcular la velocidad común del conjunto, si el roce es despreciable.



Solución

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2v_2^2$$

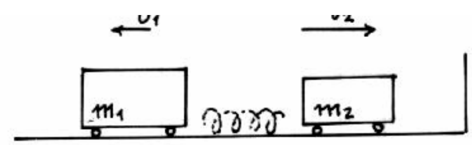
$$\frac{1}{2}\cdot 500\left(0,2\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot 3v_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 1v_2^2$$

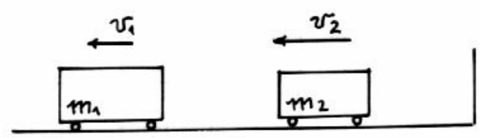
$$\boxed{20 = 3v_1^2 + v_2^2} \quad (1)$$

$$m_1v_1 - m_2v_2 = 0$$
$$3v_1 - 1v_2 = 0 \qquad \boxed{v_2 = 3v_1} \quad (2)$$

(2) en (1)

$$3v_1^2 + 9v_1^2 = 20 \qquad \therefore v_1 = 1,29\,m/s$$
$$v_2 = 3,87\,m/s$$



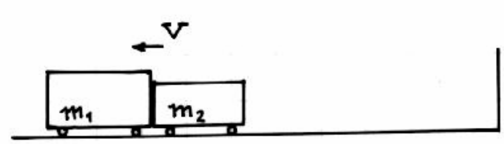


Después del rebote

$$m_1v_1 + m_2v_2 = \left(m_1 + m_2\right)V$$

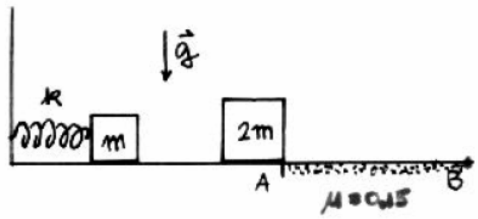
$$3\cdot 1,29 + 1\cdot 3,87 = 4V$$

$$\boxed{V = 1,94\,m/s}$$



PROBLEMA 18

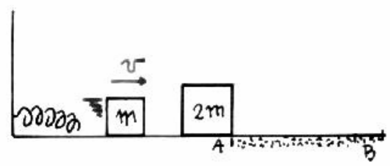
Un resorte de constante elástica k=200N/m que se encuentra comprimido una longitud de 0,2m, lanza un bloque de masa m=0,5kg, el cual choca plásticamente a un cuerpo de masa 2m. Considerando que entre los cuerpos y la zona AB existe un coeficiente de roce μ=0,15, determine la distancia que recorren los cuerpos hasta detenerse.



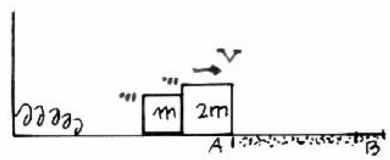
Solución

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}200(0,2)^2 = \frac{1}{2}0,5v^2 \qquad \boxed{v = 4m/s}$$

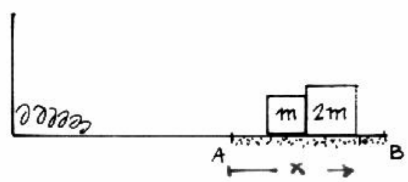


$$mv = 3mV \qquad \boxed{V = \frac{2}{3}m/s}$$



$$\frac{1}{2}3mV^2 = \mu 3mgx$$

$$X = \frac{V^2}{2\mu g} \qquad \boxed{X = 0,59m}$$



PROBLEMA 19

Dos partículas de masa m_1 y m_2 chocan plásticamente (quedan pegadas), estando inicialmente m_2 en reposo. Se mide la energía cinética total después del choque y se observa que ésta se reduce a 1/3 de la energía cinética total antes del choque. Calcule la razón m_2/m_1 .

Solución

Como el momento lineal se conserva: $m_1 v_2 = (m_1 + m_2)v$ (1)

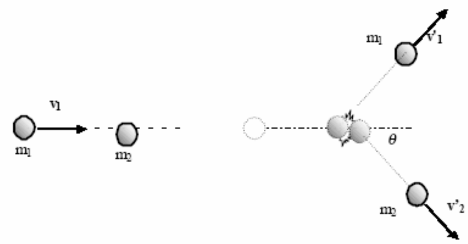
$$\frac{1}{3}E_{ci} = E_{cf}$$

$$\frac{1}{3}\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \qquad (2)$$

de (1) y (2) $\boxed{\dfrac{m_2}{m_1} = 2}$

PROBLEMA 20

Una partícula de masa $m_1 = 0{,}2[\text{kg}]$ choca con velocidad de magnitud $v_1 = 15[\text{m/s}]$ a otra partícula de masa $m_2 = 0{,}4[\text{kg}]$ que está detenida. Justo después del choque la partícula m_1 sale con rapidez de $7[\text{m/s}]$ en la dirección mostrada en la figura. Calcular la variación de la energía cinética del sistema debida al choque.



Solución

<u>eje *x*</u>: $P_{xi} = m_1 v_1$

$$P_{xf} = m_1 v_1' \cos 60^\circ + m_2 v_2' \cos\theta$$

$$\therefore \quad v_2' \cos\theta = 5{,}75$$

<u>eje *y*</u>: $P_{yi} = 0$

$$P_{yf} = m_1 v_1' sen 60 - m_2 v_2' sen\theta$$

$$\therefore \quad m_1 v_1' sen 60 = m_2 v_2' sen\theta$$

$$v_2' sen\theta = 3{,}03$$

$$tg\theta = \frac{3{,}03}{5{,}75}$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 27{,}79^\circ$$

$$v_2' = 6{,}5[\text{m/s}]$$

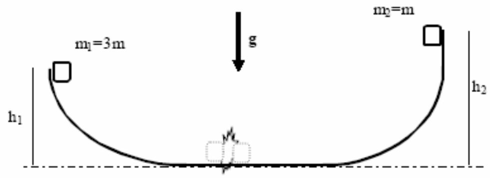
$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 22{,}55[\text{J}]$$

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 13{,}35[\text{J}]$$

$$\boxed{\Delta E_c = 9{,}15[\text{J}]}$$

PROBLEMA 21

El cuerpo de masa m_1 se suelta desde la altura h_1. Calcular desde qué altura h_2 se debe soltar m_2 para que después de chocar elásticamente en el plano horizontal el cuerpo m_1 quede en reposo. Desprecie los efectos del roce.



Solución

$$3mv_1 - mv_2 = 3mv_1' + mv_2', \qquad \text{pero } v_1' = 0$$

$$3v_1 - v_2 = v_2' \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}3mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}3mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2, \qquad \text{pero } v_1' = 0$$

$$3v_1 + v_2^2 = v_2'^2 \qquad (2)$$

(1):(2) $\qquad v_1 = v_2' - v_2 \qquad (3)$

(2)+(3) $\qquad 4v_1 = 2v_2^2$

$$v_2' = 2v_1 \qquad (4)$$

(4) en (3) $\qquad v_2 = v_1$

Como las velocidades iniciales quedan determinadas por la conservación de la energía mecánica.

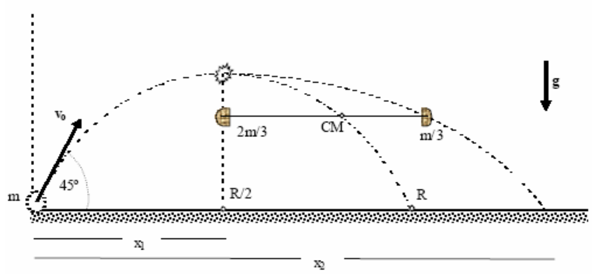
$$\sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gh_2}$$

$$\boxed{h_1 = h_2}$$

PROBLEMA 22

Se dispara un proyectil mediante un cañón que forma un $\measuredangle$ de 45º con la horizontal, con una rapidez de salida de 500 [m/s]. En el punto más alto de su recorrido explota el proyectil en 2 partes de masas 2m/3 y m/3. El fragmento más pesado cae verticalmente con velocidad inicial 0. ¿A qué distancia del cañón caerá al terreno el otro fragmento, suponiendo que todo el terreno es horizontal?

Solución



$x_1 = R/2$ (donde R es el alcance horizontal)

$x_{CM} = R$ (por ser explosión)

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore \quad \frac{\frac{2m}{3} \cdot \frac{R}{2} + \frac{m}{3} \cdot x_2}{m} = R$$

$$R = R/3 + x_2/3$$

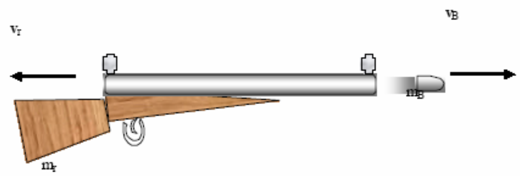
$$x_2 = 2R$$

$$R = \frac{v_0^2 sen 2\theta_0}{g}$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = \frac{2(500)^2 \cdot sen 90º}{10}$$

$$\boxed{x_2 = 50.000[\text{m}]}$$

PROBLEMA 23



Un tirador sostiene un rifle de masa $m_r = 3[\text{kg}]$ holgadamente entre sus manos, a fin de que pueda retroceder con libertad al ser disparado. Él dispara una bala de masa $m_B = 5[\text{g}]$ con una velocidad horizontal relativa al suelo de $v_B = 300[\text{m/s}]$. ¿Qué velocidad de retroceso v_r tiene el rifle? ¿Qué momento lineal y energía cinética finales tiene la bala? ¿Y el rifle? Considera que las fuerzas horizontales que el tirador ejerce sobre el rifle son insignificantes.

Solución

$$0 = m_B v_B + m_r v_r$$

$$v_r = -\frac{m_B}{m_r} v_B = -\left(\frac{0{,}005}{3}\right) 300$$

$$\underline{v_r = -0{,}5[\text{m/s}]}$$

$$P_B = m_B v_B = 0{,}005 \cdot 300 = \underline{1{,}5[\text{kg} \cdot \text{m/s}]}$$

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} 0{,}005 (300)^2 = \underline{225[\text{J}]}$$

$$P_r = m_r v_r = 3 \cdot (-0{,}5) = -\underline{1{,}5[\text{kg} \cdot \text{m/s}]}$$

$$E_{cr} = \frac{1}{2} m_r v_r^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (-0{,}5)^2 = \underline{0{,}375[\text{J}]}$$