Intro. Física Newtoniana

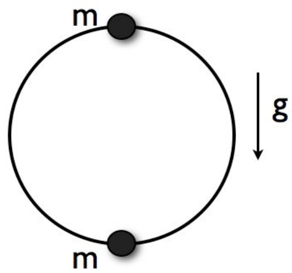
Profs. L. Gallardo, B. Cuadros-Melgar, N. Zamorano F. Lund, S. Lopez, R. Mendez, A. Núñez

Sábado 20 de Junio, 2009

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

PROBLEMA 1:

Dos partículas de igual masa m se encuentran en reposo en los extremos superior e inferior de un aro vertical. La partícula superior comienza a deslizar desde el reposo. Tras deslizar sin roce por el aro, impacta a la segunda masa.



a) Suponiendo que el choque es elástico, describa el movimiento subsiguiente. (2 puntos)
b) En el caso en que el choque sea idealmente inelástico (i.e. las partículas se quedan pegadas), ¿cuál es la altura máxima que alcanza la partícula resultante?. Describa el movimiento subsiguiente. (2 puntos)
c) De nuevo en el caso perfectamente inelástico. Determine la fuerza neta que las partículas hacen sobre el aro inmediatamente antes e inmediatamente despues del choque. (2 puntos)

Solución

Parte a)

Llamaremos masa 1 a la inferior y 2 a la masa superior
Primero calculamos la velocidad de la masa 2 m cuando llega antes de golpear a la 1.
Por Cons. de Energía $\Rightarrow$

$$mg(2R) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{4gR} \tag{1}$$

Luego llamando v_1 y v_2 a las velocidades de las partículas inferior y superior respectivamente, después del choque.
Por Cons. de Momentum (en el eje del choque) $\Rightarrow$

$$p_i = p_f$$

$$mv = mv_1 + mv_2$$

$$v = v_1 + v_2 \tag{2}$$

Como el choque es elástico $\Rightarrow$ La Energía se conserva en el choque.
Por Cons. de Energía (justo antes y justo depues del choque) $\Rightarrow$

$$E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 \tag{3}$$

Luego elevando (2) al cuadrado y reemplazando en (3) obtenemos:

$$2v_1v_2 = 0 \tag{4}$$

$\Rightarrow$ v_1 o v_2 es cero, pero no ambos porque deben cumplir (2). Por lo tanto la otra velocidad debe valer v. Pero la masa inferior estaba en reposo, por lo tanto debe adquirir velocidad (sino serían las mismas velocidades antes del choque, resultado que no buscamos). $\Rightarrow$

$$v_1 = v$$

$$v_2 = 0$$

Ahora veamos hasta donde llega la masa 1.
Por Cons. de Energía $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$$

$$h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4gR}{2g}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{h = 2R}$
Luego el movimiento se vuelve a repetir sucesivamente, ya que tenemos las mismas condiciones iniciales, por lo tanto las masas se van intercambiando roles.

Parte b)

Choque Ineslatico ideal $\Rightarrow$ Las partículas quedan pegadas.
Como el choque es inelástico, no podemos conservar Energía durante el choque, pero sí antes de él. Luego la velocidad de llegada de la masa 2 es la misma que la obtenida en (1) de la parte anterior.
Sin embargo podemos conservar el momentum en el eje x ya que las fuerzas son verticales durante el choque.
Cons. de Momentum $\Rightarrow$

$$mv = (m+m)v_3 = 2mv_3$$

$\Rightarrow$

$$v_3 = \frac{v}{2} = \sqrt{gR} \tag{5}$$

Ahora realizamos conservacion de la Energía despues del choque para obtener la altura a la que llega el conjunto de masas.
Por Cons. de Energía $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2}2mv_3^2 = 2mgh'$$

$$h' = \frac{v_3^2}{2g} = \frac{gR}{2g}$$

$\Rightarrow \boxed{h' = \frac{R}{2}}$
Tiene sentido ya que es el mismo movimiento anterior para una masa cualquiera pero con la mitad de velocidad, y como la Energía depende del cuadrado de ésta, alcanza un cuarto de la altura anterior. (Notar que hasta donde llegue depende exclusivamente de la velocidad ya que las masas a ambos lados es la misma en los dos casos).

Parte c)

Antes del Choque:
La Fuerza ejercida sobre el aro es la suma de la fuerzas que ejercen cada masa por separado,

que a su vez, cada una es la fuerza Normal que sienten las masas (por acción y reacción).
$\boxed{\text{DCL } m_2}$

$$N_2 - mg = ma_{cp} = m\frac{v^2}{R} = 4mg$$

$\Rightarrow$

$$N_2 = 5mg \tag{6}$$

$\boxed{\text{DCL } m_1}$

$$N_1 - mg = 0$$

$$N_1 = mg \tag{7}$$

Luego N total que siente el aro es la suma de N_1 y N_2. $\Rightarrow \boxed{N = 6mg}$

Despues del choque:
Exactamente lo mismo, pero ahora las dos masas juntas se mueven con v_3 (parte anterior).
$\boxed{\text{DCL } 2m}$

$$N - 2mg = 2ma_{cp} = m\frac{v_3^2}{R} = 2mg$$

$\Rightarrow \boxed{N = 4mg}$

Pauta de la pregunta 2 del Control 2 FI 1001 (Otoño 2009)

PROBLEMA 2:

a) Un astronauta sale de la nave para hacer algunas reparaciones en el exterior de la misma. Para eso usa un dispositivo basado en la propulsión de nitrógeno. En el tiempo t el astronauta y el dispositivo tienen una masa M y se mueven con una rapidez v respecto de la Tierra. La masa del combustible (nitrógeno) es Δm y éste se mueve solidariamente con el dispositivo. Al expulsar el combustible con una rapidez ve respecto del dispositivo, el astronauta y el dispositivo, tras un tiempo Δt, incrementan su rapidez en Δv. Encuentra el cambio de rapidez del astronauta. (2 puntos)

Solución

No actúan fuerzas externas considerables, por lo tanto, el momentum lineal se conserva y se tendrá:

$$p_{inicial} = p_{final} \Rightarrow (M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta m}{M} v_e$$

NB. Se puede ver como un choque inelástico que ocurre en reversa en el tiempo.

b)

(i) Si dos partículas tienen el mismo momentum, ¿es su energía cinética la misma?.

Sí pues: $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \Leftrightarrow m_1\vec{v}_1 = m_2\vec{v}_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2$

(ii) Si dos partículas tienen la misma energía cinética, ¿es su momentum necesariamente el mismo?.

No pues la energía cinética es una cantidad escalar e igualdad en las magnitudes no asegura igualdad en la dirección.

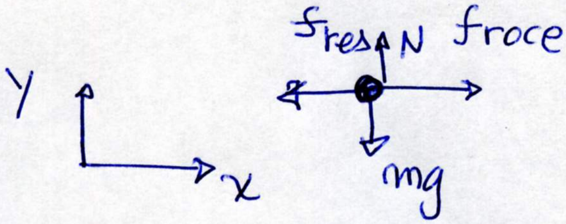
De ejemplos que permitan ilustrar su respuesta en ambas preguntas. (2 puntos)

En un movimiento circular uniforme, independiente de la dirección de giro la energía cinética es la misma. Sin embargo, el momentum cambia según la dirección de giro.

c) ¿Puede una colisión inelástica entre dos partículas disipar toda la energía cinética que tenían? Explique y de un ejemplo si su respuesta es afirmativa.(2 puntos)

Sí. Por ejemplo, si hay dos masas de igual momentum (y energía cinética) que chocan plásticamente pueden disipar toda la energía "gastándola" en deformación y vibraciones.

P3 a) Cuando el resorte está comprimido; el DCL de m será:



Si el resorte está comprimido en x (c/r al largo natural), el modulo de la fza del resorte será $f_{res} = kx$. La masa

[$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$]

tenderá a moverse hacia la izquierda y el roce apuntará hacia la derecha.

$$f_{roce} - f_{res} = m a_x = 0 \quad \leftarrow \text{cond. de equilibrio}$$

$$\Rightarrow f_{res} = kx = f_{roce}$$

$$\Rightarrow k x_{max} = f_{roce}^{max} = \mu_e N \Rightarrow \boxed{x_{max} = \frac{\mu_e N}{k} = \frac{\mu_e mg}{k}}$$

b) Sabemos que $W_{NC} = \Delta K + \Delta U$ ← trabajo de las fuerzas no conservativa (el roce) (en este caso)

$K_i = 0$ (part. parte del reposo)

$K_f = 0$ (part. queda en reposo; con el resorte comprimido)

$U_i = mgh$; $U_f = \frac{1}{2} k x^2$ (compresión x del resorte)

W_{NC} = Fuerza × desplazamiento $= -\mu_c mg\, x$
(de roce cinético)
↖ $-\mu_c N = -\mu_c mg$

(Notar que mientras m se desplaza; el roce cinético apunta hacia la izquierda)

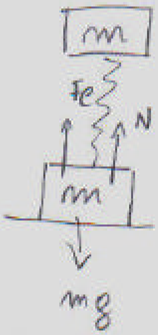
Luego ; $-\mu_c m g x = \frac{1}{2} k x^2 - m g h$

Despejando h :

$$\boxed{h = \frac{m g \mu_e}{k}\left(\mu_c + \frac{1}{2}\mu_e\right)}$$

Pauta Control 2

P4] 1^{ro} Calculemos la fuerza necesaria para levantar la masa inferior



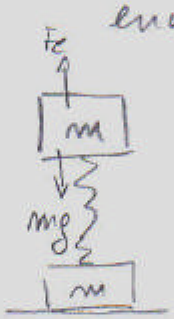
$$\vec{F_e} + \cancel{\vec{N}} - m\vec{g} = m\cancel{\vec{a}}$$

$$F_e = mg \rightarrow kx = mg$$

$$x = \frac{mg}{k}$$

→ quiere decir que tiene que alargarse x por sobre l_o para que se levante el sistema.

2^{do} Veamos que al haber gravedad el sistema se encuentra en eq a un largo menor que l_o



$F_e = mg$ (equilibrio)

$K\Delta = mg$

$\Delta = \frac{mg}{K}$ → luego el sistema se encuentra en equilibrio con un largo de resorte de $l_o - \Delta = l_o - \frac{mg}{k}$ y ahora oscilará en torno a este punto luego de cualquier perturbación.

Como sabemos que se encuentra $\frac{mg}{k}$ bajo l_o, que tiene que llegar a $\frac{mg}{k}$ sobre l_o para levantar a la masa inferior, y que por conservación de energía el δ que yo lo comprimo desde el nuevo equilibrio $(l_o - \frac{mg}{k})$ será la amplitud del mov (osea será la máx elongación y la máxima compresión), se ve que debe comprimirse en $\frac{2mg}{k}$ para que al pasar sobre el punto $l_o - \frac{mg}{k}$ alcance a elongarse hasta $l_o + \frac{mg}{k}$.

$$\frac{2mg}{k}\begin{cases} - \ l_o + \frac{mg}{k} \\ - \ l_o \\ - \ l_o - \frac{mg}{k} \text{ (nuevo pto de eq)} \end{cases}$$

$$\frac{2mg}{k}\begin{cases} \\ - \ l_o - \frac{3mg}{k} \end{cases}$$

(compresión: $\frac{2mg}{k}$ con respecto a $l_o' = l_o - \frac{mg}{k}$

$\frac{3mg}{k}$ con respecto a l_o.)

Veamos efectivamente que por conservación de energía el δ con respecto a l_0 es $\delta = \frac{3mg}{k}$

$$E_i = mg(l_0 - \delta) + \frac{1}{2}k\delta^2$$

$$E_f = mg(l_0 + x) + \frac{1}{2}kx^2$$

(con $x = \frac{mg}{k}$ calculado al ppio)

$E_i = E_f$ $\Rightarrow$ $\delta = \frac{3mg}{k}$

(Calcúlelo!)