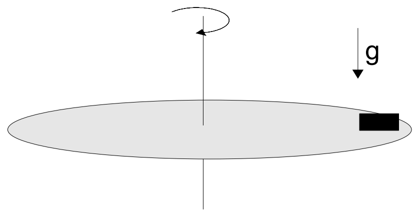
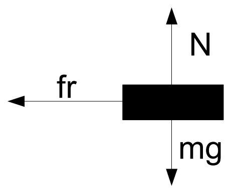
Pauta ejercicio 7

La situación del problema es la que se muestra en la figura.



Lo primero que hay que hacer es ver que fuerzas actúan sobre el libro, o sea el DCL. (Nótese que en el DCL no existe ninguna “fuerza centrífuga”)



Suponiendo que el y positivo está hacia arriba, y el x positivo está hacia el centro del disco tenemos las siguientes ecuaciones:

$$(1)\; N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$
$$(2)\; f_r = m a_c$$

Sabemos que $a_c = \omega^2 R$ por lo tanto $f_r = m\,\omega^2 R$

Además $f_r \leq \mu N$

Por lo tanto, reemplazando el valor de f_r y N obtenemos $m\,\omega^2 R \leq \mu mg$

Despejando obtenemos $\omega \leq \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$. Como piden el valor máximo de ω , nos quedamos con la igualdad, por lo que $\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$

Reemplazando con los datos del problema queda finalmente que $\omega_{max} = \sqrt{10}\,(rad/s)$

Luego se nos pide calcular la aceleración angular para que el disco salga volando justo depués de dar 4 vueltas. Tenemos 2 ecuaciones:

(1) $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha \frac{t^2}{2}$ (2) $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$

De (2), imponiendo que la velocidad angular final sea justo la que calculamos antes, y que parte del reposo, obtenemos:

$t = \frac{\omega_{max}}{\alpha}$, reemplazando en (2) e imponiendo que da 4 vueltas obtenemos $8\pi = \alpha \frac{\omega_{max}^{2}}{2\alpha^2}$

Por lo tanto se llega finalmente a que $\alpha = \frac{\omega_{max}^2}{16\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{8\pi}\,(rad/s^2)$