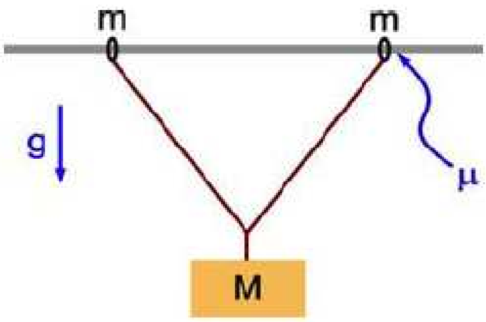
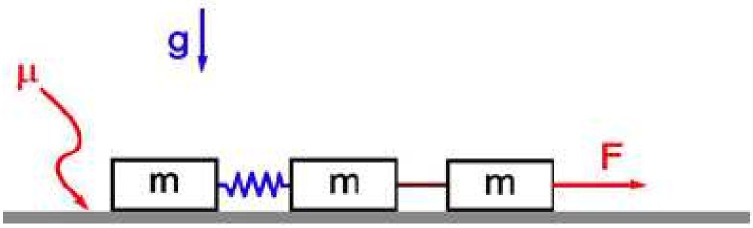
AUXILIAR Nº9

Profesora: Laura Gallardo K.
Auxiliar: Claudio Burgos M.
Luis Millaquén P.
Osmar Valdebenito G.
13 de mayo de 2009

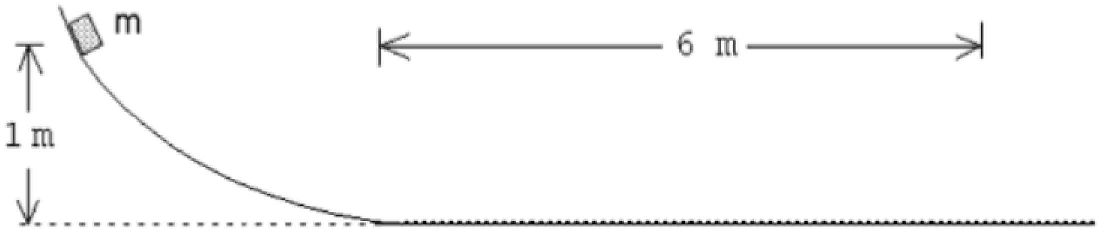
1. Dos anillos de igual masa m soportan, mediante una cuerda ideal de largo L, a un bloque de masa M. El coeficiente de roce estático entre los anillos y la barra horizontal es µ. Determine la máxima separación horizontal que puede haber entre los anillos en la condición de equilibrio (es decir, sin que el sistema se mueva).



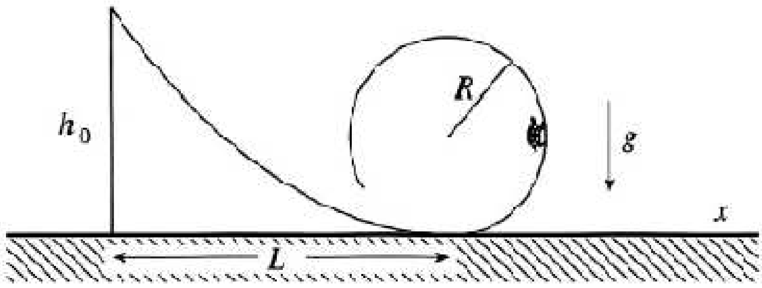
2. Dos bloques de igual masa m se unen por medio de una cuerda ideal. Un tercer bloque de la misma masa se une mediante un resorte de constante elástica k tal como indica la figura. El coeficiente de roce entre los bloques y el piso es µ. Una fuerza horizontal F aplicada al primer bloque hace que los tres bloques se muevan manteniendo una elongación del resorte constante D. Determine la magnitud de la fuerza aplicada.



3. Un bloque de masa m=2[Kg] se desliza por una rampa curva partiendo desde el reposo desde una altura h=1[m]. Al terminar la rampa, el bloque se desliza una distancia de 6[m] por una superficie rugosa hasta quedar en reposo.
    a. Cuál es la velocidad del bloque en la parte baja de la rampa?
    b. Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de roce cinético sobre el bloque?
    c. Cuál es el coeficiente de roce cinético entre la mesa y el bloque?

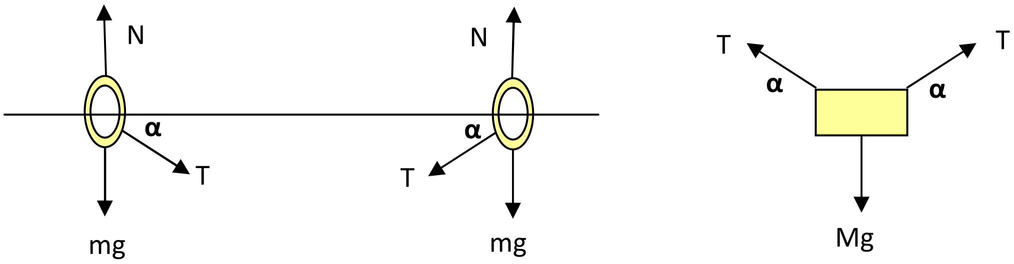


4. Un auto se mueve sin fricción a lo largo de una rampa descrita como aparece en la figura. Al llegar al punto x=L, la rampa sigue con un giro de radio R. Si parte del reposo, ¿cuál es el mínimo valor para h_0, tal que el auto tome el giro sin salirse del camino?



PAUTA

1. Realizando DCL para cada uno de los cuerpos involucrados:



En el equilibrio, ∑F=0. Aplicando para el cuerpo M, se tiene que:

$$2T sen\ \alpha = Mg \Longrightarrow T = \frac{Mg}{2sen\ \alpha}$$

De igual forma, se hace ∑F=0 para alguno de los aros. En éstos se tiene que:

$$N = mg + T sen\ \alpha \Longrightarrow N = mg + \frac{Mg}{2sen\ \alpha} \cdot sen\ \alpha$$

$$\Longrightarrow N = mg + \frac{Mg}{2}$$

Analizando el eje horizontal del mismo cuerpo, obtenemos que:

$$f_e = T cos\ \alpha$$

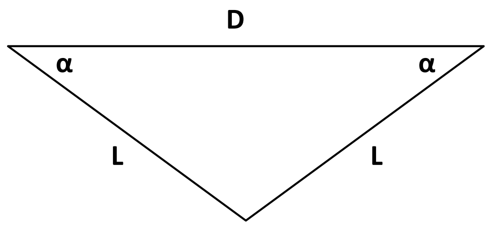
Reemplazando por los valores conocidos, despejamos:

$$\mu N = \frac{Mg}{2tg\ \alpha}$$

$$\mu\left(mg + \frac{Mg}{2}\right) = \frac{Mg}{2tg\ \alpha}$$

$$\boxed{tg\ \alpha = \frac{M}{2\mu\left(m + \frac{M}{2}\right)}}$$

Conocido el valor de α, se calcula el largo del triángulo formado por las cuerdas y la barra:



$$\frac{D}{2} = L cos\ \alpha$$

$$\boxed{D = 2L cos\ \alpha}$$

2. **Propuesto**

3. **a)** Analizamos utilizando el principio de conservación de energía.

$$E = U + K = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

Cuando el cuerpo está en su altura máxima (h=1[m]), se tiene que v=0. Así,

$$E_i = mgh + 0 = 2[Kg] \cdot 10\left[\frac{m}{s^2}\right] \cdot 1[m] = 20[J]$$

Cuando el cuerpo llega a la base de la pista, su altura es h=0. Así,

$$E_f = 0 + \frac{mv^2}{2} = \frac{2[Kg] \cdot v^2}{2} = v^2 \cdot 1[Kg]$$

Aplicando conservación de energía, $E_i = E_f$, por lo que:

$$v^2 = 20\left[\frac{m}{s^2}\right] \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{10}\ \left[\frac{m}{s}\right]}$$

b) El trabajo de la fuerza de roce está dado por la fórmula:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{r}| \cdot cos\measuredangle(\vec{F},\vec{r})$$

Reemplazando los valores, se tiene que

$$W_{fr} = \mu N \cdot 6[m] \cdot \cos(\pi)$$
$$W_{fr} = \mu mg \cdot 6[m] \cdot -1$$
$$W_{fr} = -\mu \cdot 2[kg] \cdot 10\left[\frac{m}{s^2}\right] \cdot 6[m]$$
$$\boxed{W_{fr} = -\mu \cdot 120[J]}$$

c) El trabajo de la fuerza de roce no es conservativo. Es fácil notar que esto explica el hecho de que al llegar al final de su camino, el cuerpo tenga energía mecánica igual a cero $(h = 0, v = 0 \Rightarrow U = 0, K = 0)$.
Por conservación de energía se tiene que: $E_i + W_{nc} = E_f$. Reemplazando se tiene:

$$20[J] - \mu \cdot 120[J] = 0$$
$$\mu \cdot 120[J] = 20[J]$$
$$\mu = \frac{20}{120}$$
$$\boxed{\mu = 0{,}167[J]}$$

4. Como no existe roce, se puede aplicar sin problemas el principio de conservación de energía. Entonces, para cualquier punto se tendrá:

$$mgh_0 = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

Para que el auto siga su curso y no se "caiga" del loop, se debe tener que la fuerza normal no se anule. Analizamos el punto crítico, que corresponde a la cima del giro, es decir, x=L. En este punto se tiene

$$mgh_0 = mg(2R) + \frac{mv^2}{2}$$

La altura mínima h_0 debe ser tal que genere una velocidad $v = v_{mín}$ en el punto estudiado, la cual provoque una aceleración centrípeta que iguale a la aceleración de gravedad (así, N=0 lo cual es el "caso crítico").

$$\frac{v_{mín}^2}{R} = g \implies v_{mín}^2 = Rg$$

Reemplazando en la ecuación de energía encontrada, se obtiene el valor buscado.

$$mgh_0 = mg(2R) + \frac{mRg}{2}$$

$$mgh_0 = \frac{5}{2} mgR$$

$$\boxed{h_0 = \frac{5}{2} R}$$