

FI 1001-1: Clase 2 (Resumen)

CONTENIDOS

Estimación de la altura del frontis de la escuela de Ingeniería	1
Análisis dimensional	2
Lenguaje físico (Matemática)	3
Aplicación física	6
Interrogación Pregunta 1	7
Interrogación Pregunta 2	8
Interrogación Pregunta 3	9
Interrogación Pregunta 4	10

ESTIMACIÓN DE LA ALTURA DEL FRONTIS DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA



ANÁLISIS DIMENSIONAL

Vimos que las **cantidades físicas son propiedades cuantificables** y que estas cantidades se miden en **unidades** adoptadas convencionalmente. También vimos que las igualdades entre cantidades físicas **deben** ser conmensurables (comparables y/o tener las mismas dimensiones).



En general, si una cantidad física C es función de otras, se puede escribir:

$$C=C(C_1,C_2,\dots,C_N)$$

Las dimensiones [] de estas cantidades deberán satisfacer:

$$[C]=[C(C_1,C_2,\dots,C_N)]$$

Y más específicamente se podrá escribir una función del tipo:

$$[C]=k[C_1]^{\alpha_1}[C_2]^{\alpha_2}\dots[C_N]^{\alpha_N}=k\prod_{i=1}^{i=N}[C_i]^{\alpha_i}$$

donde k es una constante adimensional y α_i , $i=1,\dots,N$ son números racionales (expresables como razones entre enteros).

NB. El símbolo \prod se usa para indicar una serie de productos.

Como todas las cantidades mecánicas se pueden expresar en términos de dimensiones de distancia (L), tiempo (T) y masa (M), dependiendo de las dimensiones de las cantidades independientes C_i , $i=1,\dots,N$, se podrán escribir ecuaciones (igualdades) para los exponentes.

Ver ejemplos: 1,2 y 3

LENGUAJE FÍSICO (MATEMÁTICA)

Para poder determinar la posición de un objeto en un punto P en el espacio hay que:

- Elegir un observatorio o punto de referencia (O)
- Identificar la distancia a la que se encuentra medida desde el punto de referencia O y el punto P
- Determinar en qué dirección se encuentra el punto P. Para eso, en el espacio euclidiano basta especificar tres direcciones independientes entre sí que sirven de referencia (sistema de coordenadas) para determinar unívocamente la posición respecto a u observatorio en el espacio.

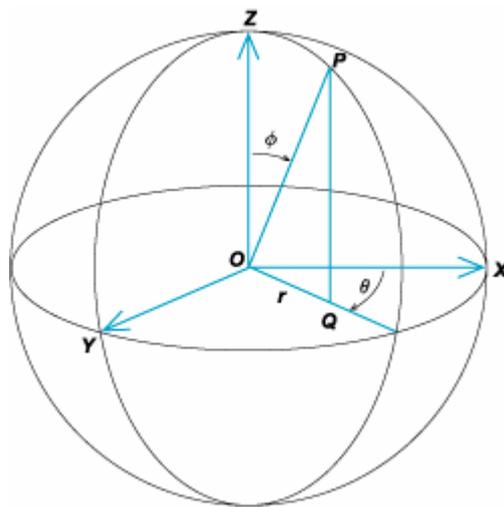
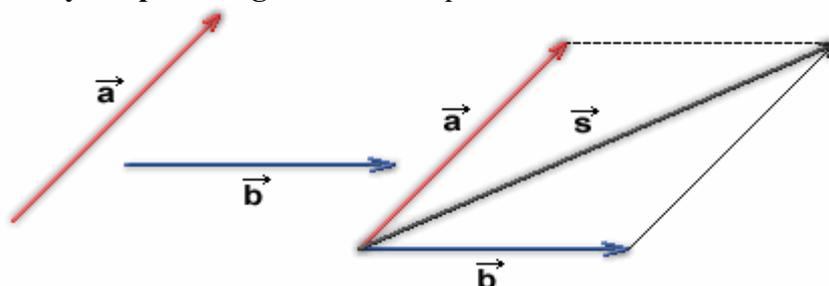


Ilustración de los sistemas de coordenadas cartesianas (x,y,z) y esféricas (ϕ, θ, r).

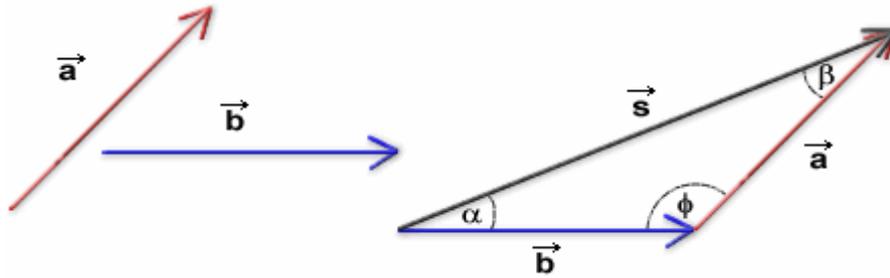
La posición de P respecto O se define entonces por un vector \vec{OP} que se define por una magnitud (tamaño de la flecha) y por una dirección que, a su vez, se puede expresar en algún sistema de coordenadas.

Los **vectores** son entes matemáticos que tienen **magnitud y dirección** y que se pueden sumar por la **ley del paralelogramo** o sus equivalentes.



Así como se suman vectores, también se restan: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-1 * \vec{b})$ (El vector $-\vec{b}$ va en la dirección contraria al vector \vec{b}).

Un equivalente de la ley del paralelogramo es la ley del triángulo:

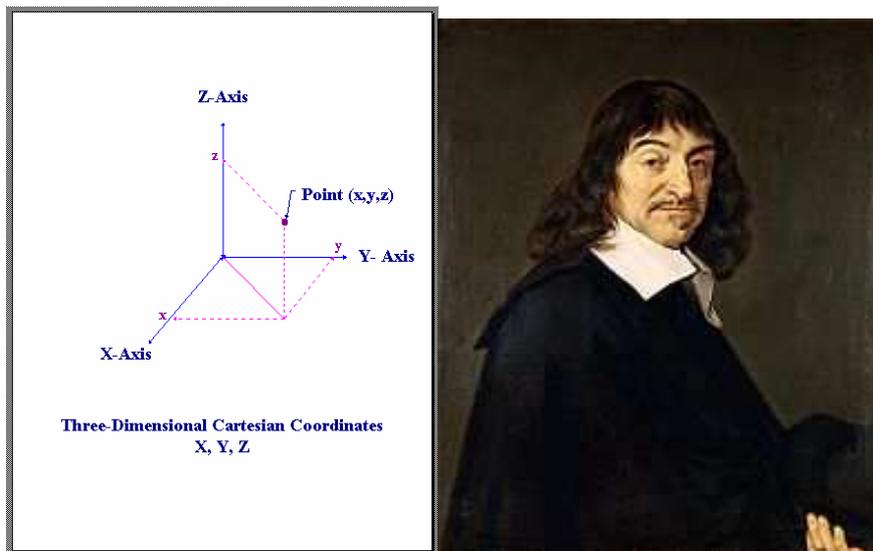


Se dice que la **magnitud** de un vector es una **cantidad escalar** (basta un número para determinarla).

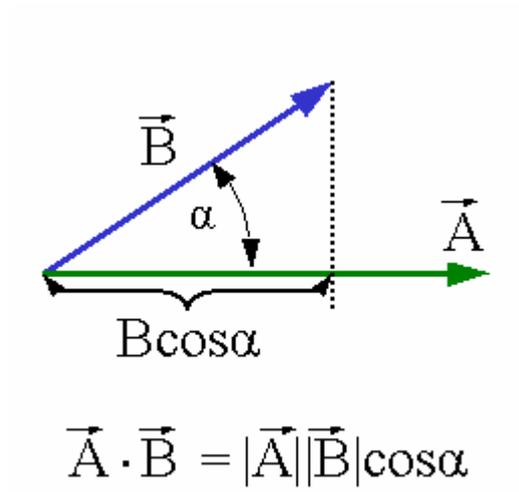
Algunas propiedades útiles:

- La suma de vectores es conmutativa: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
- La multiplicación de un vector por un escalar es distributiva:
 $\alpha(\vec{A} + \vec{B}) = \alpha\vec{B} + \alpha\vec{A}$

Volviendo a los sistemas de coordenadas.

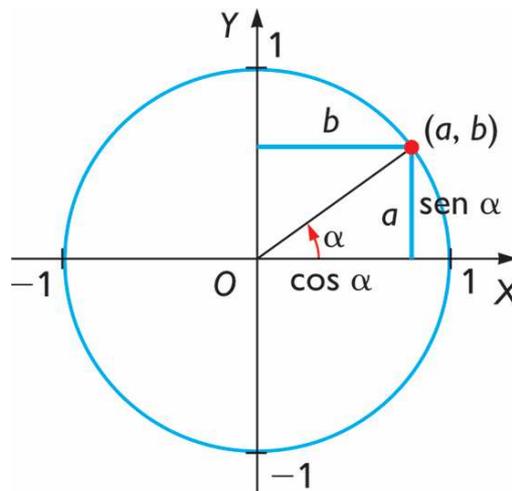


Si por ejemplo, consideramos coordenadas cartesianas (Sorry for my English!): el que la direcciones x, y y z , caracterizadas por vectores unitarios (magnitud unitaria o igual a 1 y direcciones $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$), sean independientes significa que ninguno de ellos se puede expresar como una combinación de los demás. Otra manera de visualizar lo mismo es que todos tienen una proyección nula sobre los demás (“no dan sombra”). Esto matemáticamente se expresa con una operación vectorial llamada producto punto o producto escalar.



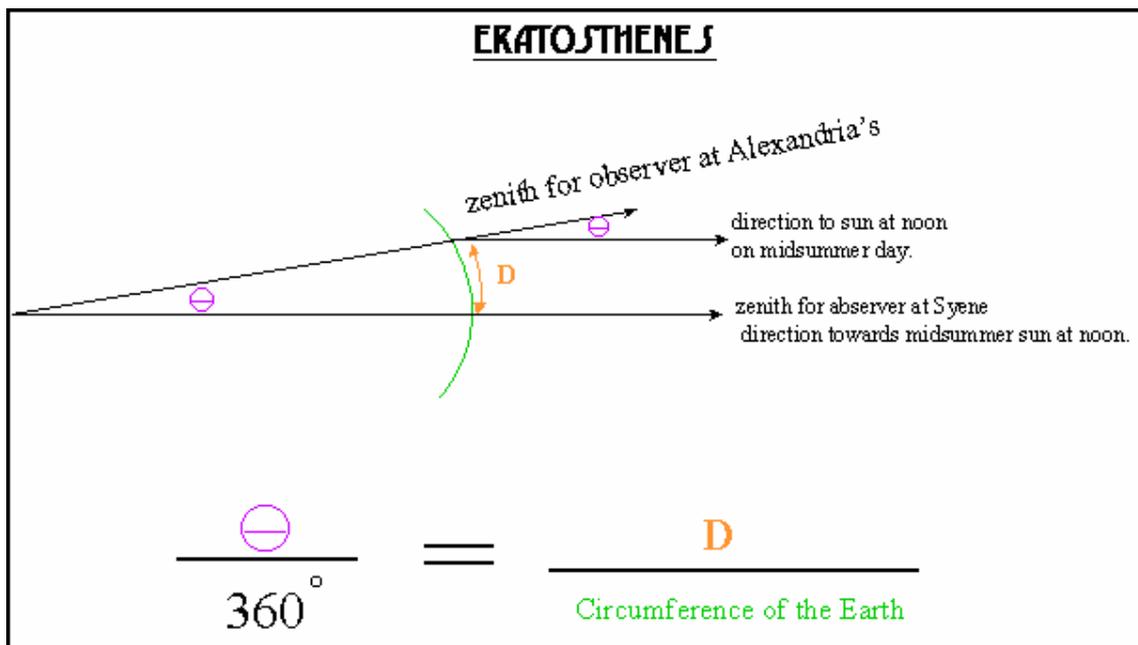
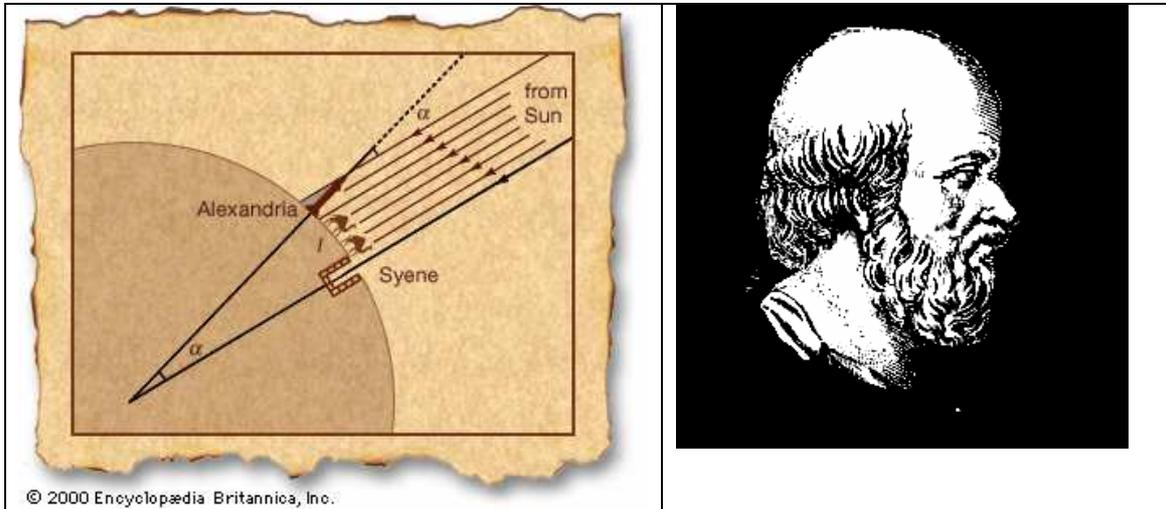
El vector B hace sombra sobre el vector A

Efectivamente, las operaciones vectoriales y trigonométricas están intrínsecamente relacionadas pues en torno a un triángulo rectángulo se definen las relaciones geométricas:



Aplicación física

Con todo esto ya se puede estimar el radio de nuestro planeta, tal como lo hizo Eratóstenes por el 300 AC.



INTERROGACIÓN PREGUNTA 1

En la expresión siguiente determine la cantidad física, la unidad y el valor numérico:

“500 Estadios”

INTERROGACIÓN PREGUNTA 2

Verificar, usando análisis dimensional, si la expresión siguiente tiene sentido físico:

$$v_f = \sqrt{\frac{2g}{H}}$$

donde:

v_f : rapidez [m/s]

g : aceleración de gravedad [m/s²]

H : altura [m]

INTERROGACIÓN PREGUNTA 3

Identificar el o los errores del siguiente cálculo (¡Se trata de estimar o calcular una cantidad física!)

La distancia D recorrida por una hormiga que se mueve con una rapidez constante v de 5 [m/s] en un intervalo de tiempo Δt de cinco minutos es:

$$D = v * \Delta t = 5 \times 5 \times 60 = 1500$$

INTERROGACIÓN PREGUNTA 4

Si la rapidez final (v_f en m/s) de un objeto que parte del reposo a una altura dada (H en m) y que acelera por efecto de la gravedad (g en m/s^2) es una función:

$$v_f = v_f(H, g)$$

¿Cómo depende la rapidez final de H y g ? (Usar análisis dimensional).