Profesor de Cátedra: Luis Vargas D.
Profesor Auxiliar: Pablo Medina
Semestre Otoño 2009

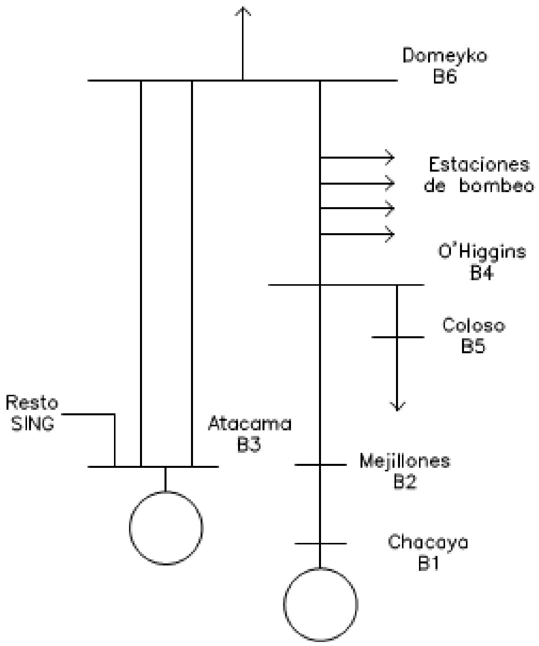
EL57A – Sistemas Eléctricos de Potencia

Pauta Ejercicio 2

Pauta por: Lorenzo Reyes

Pregunta 1

La figura muestra el SEP en estudio:



Datos de líneas de transmisión (Datos por circuito)

		Longitud [km]	R [Ohm/km]	X [Ohm/km]	B [uS/km]
Atacama	Domeyko	155	0,080	0,410	2,284
Chacaya	Mejillones	0,3	0,042	0,386	2,978
Mejillones	O'Higgins	71	0,099	0,403	2,752
O'Higgins	Coloso	32	0,099	0,403	2,752
O'Higgins	Domeyko	130	0,080	0,410	2,284

Datos de generación:

	Generación [MW]	Tensión [kV]
Atacama	298	231
Chacaya	Slack	231

Datos de consumos:

	P [MW]	fp
Coloso	20	0,97 ind.
Domeyko	250	0,95 ind.
Resto SING	160	0,95 ind.

Adicionalmente, se debe considerar la presencia de un banco de condensadores de 10[MVAr] en la barra Coloso.

1. Las componentes de la matriz de admitancias quedan determinadas por las conexiones entre barras. Como la tensión del sistema es 220[kV] y la potencia nominal del sistema es de 100[MVA], la impedancia base de todo el sistema es de 484[Ω]. Así entonces, considerando los datos de las líneas de transmisión y respetando la enumeración de barras, las componentes fuera de la diagonal de la matriz de admitancias serían:

$$Y_{12} = Y_{21} = -\frac{484}{0{,}3(0{,}042 + j0{,}386)} = -449{,}4561 + j4130{,}7155[pu]$$
$$Y_{24} = Y_{42} = -\frac{484}{71(0{,}099 + j0{,}403)} = -3{,}9189 + j15{,}9527[pu]$$
$$Y_{45} = Y_{54} = -\frac{484}{32(0{,}099 + j0{,}403)} = -8{,}6951 + j35{,}3950[pu]$$
$$Y_{46} = Y_{64} = -\frac{484}{130(0{,}08 + j0{,}41)} = -1{,}7069 + j8{,}7476[pu]$$
$$Y_{36} = Y_{63} = -\frac{484 \cdot 2}{155(0{,}08 + j0{,}41)} = -2{,}8631 + j14{,}6734[pu]$$

Mientras que los elementos de la diagonal serían:

$$Y_{11}=\frac{484}{0,3(0,042+j0,386)}+\frac{j484\cdot 0,3\cdot 2,978\cdot 10^{-6}}{2}=449,4561-j4130,7153[pu]$$

$$Y_{22}=\frac{484}{71(0,099+j0,403)}+\frac{j484\cdot 71\cdot 2,752\cdot 10^{-6}}{2}=453,3750-j4146,6205[pu]$$

$$Y_{33}=\frac{484\cdot 2}{155(0,08+j0,41)}+\frac{j2\cdot 484\cdot 155\cdot 2,284\cdot 10^{-6}}{2}=2,8631-j14,5021[pu]$$

$$Y_{44}=\frac{484}{71(0,099+j0,403)}+\frac{j484\cdot 71\cdot 2,752\cdot 10^{-6}}{2}+\frac{484}{32(0,099+j0,403)}+\frac{j484\cdot 32\cdot 2,752\cdot 10^{-6}}{2}+\frac{484}{130(0,08+j0,41)}+\frac{j484\cdot 130\cdot 2,284\cdot 10^{-6}}{2}=14,3208-j59,9549[pu]$$

$$Y_{55}=\frac{484}{32(0,099+j0,403)}+\frac{j484\cdot 32\cdot 2,752\cdot 10^{-6}}{2}=8,6951-j35,3737[pu]$$

$$Y_{66}=\frac{484}{130(0,08+j0,41)}+\frac{j484\cdot 130\cdot 2,284\cdot 10^{-6}}{2}+\frac{484\cdot 2}{155(0,08+j0,41)}+\frac{j2\cdot 484\cdot 155\cdot 2,284\cdot 10^{-6}}{2}=4,5700-j23,1779[pu]$$

Además, como los condensadores conectados en la barra Coloso (5) son un consumo pasivo, su admitancia afectará al elemento Y_{55}, de la siguiente forma:

$$jY_C=\frac{j10\cdot 10^6}{(220\cdot 10^3)^2}\cdot 484=j0,1[pu]$$

$$\Rightarrow Y_{55}=8,6951-j35,3737+j0,1=8,6951-j35,2737[pu]$$

Por lo tanto, la escribiendo la matriz de admitancias completa, se tiene:

$$Y=\begin{bmatrix} 449,4561-j4130,7153 & -449,4561+j4130,7155 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -449,4561+j4130,7155 & 453,3750-j4146,6205 & 0 & -3,9189+j15,9527 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2,8631-j14,5021 & 0 & 0 & -2,8631+j14,6734\\ 0 & -3,9189+j15,9527 & 0 & 14,3208-j59,9549 & -8,6951+j35,3950 & -1,7069+j8,7476\\ 0 & 0 & 0 & -8,6951+j35,3950 & 8,6951-j35,2737 & 0\\ 0 & 0 & -2,8631+j14,6734 & -1,7069+j8,7476 & 0 & 4,5700-j23,1779 \end{bmatrix}$$

Las bombas no se consideran en el cálculo de la matriz de admitancias ya que corresponden a consumos activos, por lo que deben ser considerados al momento de realizar el flujo de potencia.

2. Se busca aplicar el método de Gauss – Seidel con actualización de variables de acuerdo a la enumeración de las barras. La clasificación de las barras para este sistema, y los valores conocidos de cada una son:

Barra 1: Slack: $V_1 = 1{,}05[pu]$, $\delta = 0°$.
Barra 2: PQ: $P_2 = 0, Q_2 = 0$.
Barra 3: PV: $P_3 = 2{,}98 - 1{,}6 = 1{,}38[pu], V_3 = 1{,}05[pu]$.
Barra 4: PV: $P_4 = 0, V_4 = 1{,}01[pu]$, ya que se da como condición de operación.
Barra 5: PQ: $P_5 = -0{,}2[pu], Q_5 = -0{,}0501[pu]$.
Barra 6: PQ: $P_6 = -2{,}5[pu], Q_6 = -0{,}8217[pu]$.

No se consideran los consumos activos ya que para este punto de operación no se encuentran operando.

Así entonces el vector de voltajes de partida para aplicar el método es:

$$V^0 = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1\angle 0° \\ 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}01\angle 0° \\ 1\angle 0° \\ 1\angle 0° \end{bmatrix}$$

Como la barra 1 es Slack, no se realiza la iteración en ella, ya que se mantendrá con el mismo valor de tensión y ángulo todo el tiempo, por lo tanto se debe partir desde la barra 2:

Barra 2:

Como la potencia inyectada en esta barra es nula ($S_2 = 0$), la corriente inyectada también será nula y por lo tanto la tensión en la barra se calcula simplemente como:

$$V_2 = \frac{1}{453{,}3750 - j4146{,}6205}\left[0 - \left(1{,}05 \cdot (-449{,}4561 + j4130{,}7155) + 1{,}01 \cdot (-3{,}9189 + j15{,}9527)\right)\right]$$
$$= 1{,}0499\angle -0{,}0012°[pu]$$

Actualizando variables el nuevo vector de voltajes es:

$$V = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}0499\angle -0{,}0012° \\ 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}01\angle 0° \\ 1\angle 0° \\ 1\angle 0° \end{bmatrix}$$

Barra 3:

En este caso la potencia inyectada en la barra es:

$$S_3 = 1{,}38 + j\Im\{1{,}05 \cdot [1{,}05 \cdot (2{,}8631 - j14{,}5021) + 1 \cdot (-2{,}8631 + j14{,}6734)]^*\} = 1{,}38 + j0{,}5815[pu]$$

Por lo tanto la corriente inyectada es:

$$I_3 = \left(\frac{S_3}{V_3}\right)^* = 1{,}3143 - j0{,}5538[pu]$$

Finalmente el voltaje de esta barra es:

$$V_3 = \frac{1}{2{,}8631 - j14{,}5021}[1{,}3143 - j0{,}5538 - 1 \cdot (-2{,}8631 + j14{,}6734)] = 1{,}0682\angle 4{,}1729°[pu]$$

Pero como es barra PV, se mantiene la tensión impuesta inicialmente y sólo se considera el ángulo, por lo tanto el nuevo vector de voltajes actualizado es:

$$V = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}0499\angle -0{,}0012° \\ 1{,}05\angle 4{,}1729° \\ 1{,}01\angle 0° \\ 1\angle 0° \\ 1\angle 0° \end{bmatrix}$$

Barra 4:

Al igual que en el caso anterior, se tiene que:

$$S_4 = 0 + j\Im\{1{,}01 \cdot [(1{,}0499\angle -0{,}0012°)(-3{,}9189 + j15{,}9527) + 1{,}01(14{,}3208 - j59{,}9549) + 1 \cdot (-8{,}6951 + j35{,}395) + 1 \cdot (-1{,}7069 + j8{,}7476)]^*\} = j0{,}3403[pu]$$

$$\Rightarrow I_4 = \left(\frac{S_4}{V_4}\right)^* = -j0{,}3369[pu]$$

Por lo tanto:

$$V_4 = \frac{1}{14{,}3208 - j59{,}9549}\Big[-j0{,}3369 - \big((1{,}0499\angle -0{,}0012°)(-3{,}9189 + j15{,}9527) + 1 \cdot (-8{,}6951 + j35{,}395) + 1 \cdot (-1{,}7069 + j8{,}7476)\big)\Big] = 1{,}0208\angle -0{,}0964°[pu]$$

Pero nuevamente como es barra PV, se mantiene la tensión impuesta inicialmente y sólo se considera el ángulo, por lo tanto el nuevo vector de voltajes actualizado es:

$$V = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}0499\angle -0{,}0012° \\ 1{,}05\angle 4{,}1729° \\ 1{,}01\angle -0{,}0964° \\ 1\angle 0° \\ 1\angle 0° \end{bmatrix}$$

Barra 5:

La corriente inyectada en esta barra es:

$$I_5 = \left(\frac{-0{,}2 - j0{,}051}{1}\right)^* = -0{,}2 + j0{,}051[pu]$$

Y por lo tanto la nueva tensión de la barra:

$$V_5 = \frac{1}{8{,}6951 - j35{,}2737}\left[-0{,}2 + j0{,}051 - \left((1{,}01\angle -0{,}0964°)(-8{,}6951 + j35{,}395)\right)\right] \\ = 1{,}0111\angle -0{,}4327°[pu]$$

Así entonces el vector actualizado de voltajes es:

$$V = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}0499\angle -0{,}0012° \\ 1{,}05\angle 4{,}1729° \\ 1{,}01\angle -0{,}0964° \\ 1{,}0111\angle -0{,}4327° \\ 1\angle 0° \end{bmatrix}$$

Barra 6:

Por último, la corriente inyectada en esta barra es:

$$I_6 = \left(\frac{-2{,}5 - j0{,}8217}{1}\right)^* = -2{,}5 + j0{,}8217[pu]$$

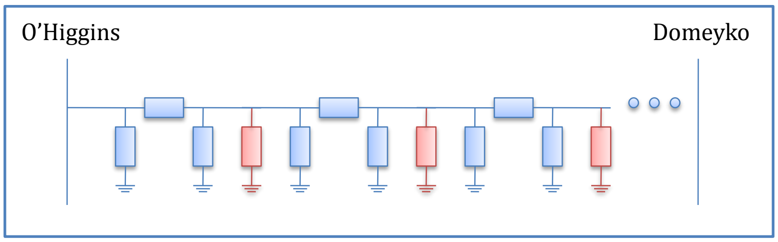
Y por lo tanto la nueva tensión de la barra:

$$V_5 = \frac{1}{4{,}57 - j23{,}1779}\Big[-2{,}5 + j0{,}8217 \\ - \left((1{,}05\angle 4{,}1729°)(-2{,}8631 + j14{,}6734) + (1{,}01\angle -0{,}0964°)(-1{,}7069 + j8{,}7476)\right)\Big] \\ = 0{,}9906\angle -2{,}9768°[pu]$$

Así entonces el vector final después de la primera iteración es:

$$V = \begin{bmatrix} 1{,}05\angle 0° \\ 1{,}0499\angle -0{,}0012° \\ 1{,}05\angle 4{,}1729° \\ 1{,}01\angle -0{,}0964° \\ 1{,}0111\angle -0{,}4327° \\ 0{,}9906\angle -2{,}9768° \end{bmatrix}$$

3. Si ahora se conectan las estaciones de bombeo y se consideran como consumos pasivos, es decir, de impedancia constante, entonces se tendría entre la barra O'Higgins y la barra Coloso algo de este estilo:



En que cada circuito PI corresponde a un trazo de 25[km] de la línea (con los parámetros mostrados inicialmente) mientras que el consumo "rojo" corresponderá a la impedancia/admitancia de cada estación de bombeo. De esta forma para poder entregarle los parámetros de la línea de transmisión al método de Gauss – Seidel, se debe llegar a un equivalente PI de toda la línea, juntando admitancias en paralelo y luego usando transformaciones delta – estrella.