Prof. : Luis Vargas D.
Prof. Aux. : Pablo Medina
Ayudantes : Lorenzo Reyes
Daniel Aparicio

EL57A – CONTROL 1

PAUTA PREGUNTA 3

Parte 1:

Lo primero será determinar la distancia equivalente.

$$d_1 = \sqrt{(5\,[m])^2 + \left((5{,}06 - 4{,}56)\,[m]\right)^2} = 5{,}0249\,[m]$$

$$d_2 = \sqrt{(5\,[m])^2 + \left((5{,}06 + 4{,}56)\,[m]\right)^2} = 10{,}842\,[m]$$

$$d_3 = 2 \cdot 5{,}06\,[m] = 10{,}12\,[m]$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3} = 8{,}1998\,[m]$$

Además, como 1 [pulg]=25,4 [mm], el radio del conductor es:

$$r_{conductor} = 0{,}5 \cdot 1{,}108\,[pulg] \cdot 25{,}4\left[\frac{mm}{pulg}\right] = 0{,}01407\,[m]$$

Capacitancia:

$$c = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_{eq}}{r}\right)} = 8{,}7365\left[\frac{nF}{km}\right]$$

$$\frac{1}{x_C} = 2\pi \cdot f \cdot c = 2\pi \cdot 50\,[Hz] \cdot 8{,}7365\left[\frac{nF}{km}\right] = 2{,}7447\,[\frac{\mu S}{km}]$$

Inductancia:

$$r_{eq}^{l} = r_{conductor} \cdot e^{-\frac{1}{4}} = 0{,}01096\,[m]$$

$$l = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln\left(\frac{D_{eq}}{r_{eq}^{l}}\right) = 1{,}3235\left[\frac{mH}{km}\right]$$

$$x_L = 2\pi \cdot f \cdot l = 2\pi \cdot 50\,[Hz] \cdot 1{,}3235\left[\frac{mH}{km}\right] = 0{,}4158\left[\frac{\Omega}{km}\right]$$

Producto que la longitud de la línea es menor a 250 [km], se utilizará el modelo PI equivalente con aproximación de línea corta.

Entonces, considerando la longitud de la línea (65 [km]) se obtiene lo siguiente:

$$Z_L = \left(0{,}0801\ \left[\frac{\Omega}{\text{km}}\right] + j \cdot 0{,}4158\ \left[\frac{\Omega}{km}\right]\right) \cdot 65\ [km] = (5{,}2065 + j \cdot 27{,}027)\ [\Omega] = (27{,}524\angle 79{,}096°)\ [\Omega]$$

$$\frac{Y_L}{2} = j \cdot \left(0{,}5 \cdot 2{,}7447\ [\frac{\mu S}{km}]\right) \cdot 65[km] = j \cdot 89{,}203\ [\mu S]$$

Según la aproximación de línea corta, los parámetros A, B, C y D se calculan como:

$$A = D = \frac{Z \cdot Y}{2} + 1$$

$$B = Z$$

$$C = Y \cdot \left(1 + \frac{Z \cdot Y}{4}\right)$$

Con los datos del problema se obtiene lo siguiente.

$$A = D = 0{,}99759 + j \cdot 0{,}00046 = (0{,}99759\angle 0{,}02667°)$$

$$B = (5{,}2065 + j \cdot 27{,}027)\ [\Omega] = (27{,}524\angle 79{,}096°)\ [\Omega]$$

$$C = (-0{,}04143 + j \cdot 178{,}19)\ [\mu S] = (178{,}19\angle 90{,}013°)\ [\mu S]$$

Sean $S_B = 100\ [MVA]$ y $V_B = 220\ [kV]$, luego la impedancia base y la corriente base serán:

$$Z_B = \frac{(220\ [kV])^2}{100\ [MVA]} = 484\ [\Omega]$$

$$I_B = \frac{100\ [MVA]}{\sqrt{3} \cdot 220\ [kV]} = 262{,}43\ [A]$$

Entonces, los parámetros ABCD de la línea de transmisión en [p.u.] son:

$$A = D = 0{,}99759 + j \cdot 0{,}00046 = (0{,}99759\angle 0{,}02667°)$$

$$B = (0{,}01076 + j \cdot 0{,}05584)\ [\text{p.u.}] = (0{,}05687\angle 79{,}096°)\ [\text{p.u.}]$$

$$C = (-0{,}00002 + j \cdot 0{,}08624)\ [p.u.] = (0{,}08624\angle 90{,}013°)\ [p.u.]$$

Parte 2:

De la teoría de tetrapolos se sabe que:

$$\dot{V}_1 = A \cdot \dot{V}_2 + B \cdot \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_1 - A \cdot \dot{V}_2}{B}$$

Sean; $\dot{V}_1 = (V_1 \angle \theta), \dot{V}_2 = (V_2 \angle 0°), A = (A \angle \alpha)\ y\ B = (B \angle \beta)$

$$\Rightarrow \dot{S}_2 = \dot{V}_2 \cdot I_2^* = (V_2 \angle 0°) \cdot \left(\left(\frac{V_1}{B} \angle \theta - \beta \right) - \left(\frac{A}{B} \cdot V_2 \angle \alpha - \beta \right) \right)^*$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{V_1 \cdot V_2}{B} \cdot \cos(\beta - \theta) - \frac{A}{B} \cdot V_2^2 \cdot \cos(\beta - \alpha)$$

$$Q_2 = \frac{V_1 \cdot V_2}{B} \cdot \sin(\beta - \theta) - \frac{A}{B} \cdot V_2^2 \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

Para que la potencia activa que se entrega en el receptor sea máxima, se debe imponer que la siguiente condición:

$$\beta = \theta \Rightarrow \cos(\beta - \theta) \rightarrow 1$$

$$\therefore P_2 = P_{2\,max} = \frac{V_1 \cdot V_2}{B} - \frac{A}{B} \cdot V_2^2 \cdot \cos(\beta - \alpha)$$

Si además se impone que la tensión en ambos extremos es nominal:

$$P_{2\,max} = \frac{1}{B} - \frac{A}{B} \cdot \cos(\beta - \alpha)$$

Reemplazando los datos calculados en la parte 1, se obtiene el siguiente valor para $P_{2\,max}$:

$$P_{2\,max} = \frac{1}{0{,}05687} - \frac{0{,}99759}{0{,}05687} \cdot \cos(79{,}096° - 0{,}02667°) = 14{,}258\ [p.u]$$

$$P_{2\,max} = 1425{,}8\ [MW]$$

Parte 3:

Si suponemos un consumo puramente resistivo e igual a $P_{2\,max}$, entonces se cumple que:

$$Q_2 = \frac{V_1 \cdot V_2}{B} \cdot \sin(\beta - \theta) - \frac{A}{B} \cdot V_2^2 \cdot \sin(\beta - \alpha) \xRightarrow[\substack{\beta=\theta \\ \wedge \\ |V_1|=|V_2|=1}]{} Q_2{}' = \frac{\overbrace{V_1 \cdot V_2}^{1}}{B} \cdot \underbrace{\sin(\beta - \theta)}_{0} - \frac{A}{B} \cdot \overbrace{V_2^2}^{1} \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

$$\therefore Q_2{}' = -\frac{A}{B} \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

Luego, si reemplazamos los datos del problema se obtiene lo siguiente:

$$Q_2' = -\frac{0{,}99759}{0{,}05687} \cdot \sin(79{,}096° - 0{,}02667°) = -17{,}224\ [p.u]$$

$$\Rightarrow Q_2{}' = -1722{,}4\ [MVAr]$$

Entonces, como compensación reactiva en el extremo receptor, se debe conectar un elemento shunt de tipo capacitivo de 1.722,4 [MVAr].

Una forma de entender esta parte del problema es pensando que si en el extremo transmisor se tiene que la tensión es 1 [p.u.]. Entonces, la única forma de que la tensión en la barra de consumo sea 1 [p.u], es inyectando reactivos en la barra de carga para compensar las caídas de tensión producto de las pérdidas en la línea de transmisión.

Parte 4:

Para saber si la línea se encuentra sobrecargada se necesita saber cuánta corriente está entrando a la línea por el extremo transmisor. Para ello se procede de la siguiente forma:

$$\dot{S_2} = (14{,}258 - j \cdot 17{,}224\,)[p.u] = (22{,}36\angle - 50{,}382°)\ [p.u.]$$

$$\Rightarrow \dot{I_2} = \frac{(22{,}36\angle 50{,}382°)\ [p.u.]}{(1\angle 0°)\ [p.u.]} = \ (22{,}36\angle 50{,}382°)\ [p.u.]$$

Utilizando la matriz ABCD, podemos conocer la tensión y la corriente en el extremo receptor:

$$\begin{bmatrix} \dot{V_1} \\ \dot{I_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V_2} \\ \dot{I_2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{V_1} \\ \dot{I_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1\angle 79{,}096°)\ [p.u.] \\ (22{,}373\angle 50{,}549°)\ [p.u.] \end{bmatrix}$$

$$\therefore |I_1| = 5871{,}2\ [A]$$

Según el enunciado, la máxima corriente que puede circular por la línea para respetar los límites térmicos es de 750 [A]. Por lo tanto, la línea se encuentra claramente sobrecargada, con una sobrecarga igual a:

$$sc = \frac{(5871{,}2 - 750)\ [A]}{750\ [A]} \cdot 100\% = 682{,}83\ \%$$