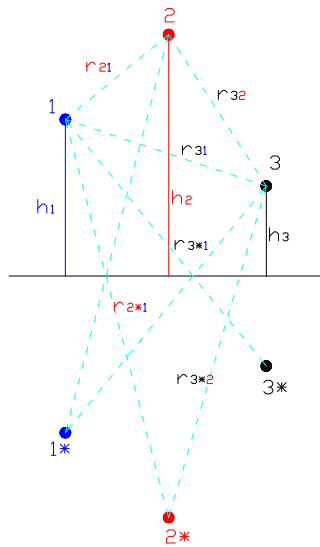


En una clase pasada quedamos en que la relación entre tensión de un conductor con respecto al suelo y la carga inducida en su superficie es:

$$\dot{V}_{kn} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^3 \ln\left(\frac{r_{j^*k}}{r_{jk}}\right) \dot{q}_j$$

Las distancias son las siguientes:



En el caso que $j=k$, $r_{j^*k}=2h_j$ y $r_{jk}=r_c$.

Analicemos la fase 1 de una línea cualquiera

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln\left(\frac{2h_1}{r_c}\right) \dot{q}_1 + \ln\left(\frac{r_{2^*1}}{r_{21}}\right) \dot{q}_2 + \ln\left(\frac{r_{3^*1}}{r_{31}}\right) \dot{q}_3 \right]$$

Acomodando términos de manera conveniente se llega a lo siguiente:

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [\ln(2h_1) \dot{q}_1 + \ln(r_{2^*1}) \dot{q}_2 + \ln(r_{3^*1}) \dot{q}_3 - (\ln(r_c) \dot{q}_1 + \ln(r_{21}) \dot{q}_2 + \ln(r_{31}) \dot{q}_3)]$$

Analizaremos dos casos de interés:

1.- Línea trifásica con disposición de fases en triángulo equilátero:

La expresión para la fase 1 será:

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [\ln(2h_1)\dot{q}_1 + \ln(r_{2*1})\dot{q}_2 + \ln(r_{3*1})\dot{q}_3 - (\ln(r_c)\dot{q}_1 + \ln(D)\dot{q}_2 + \ln(D)\dot{q}_3)]$$

En un sistema trifásico balanceado se debe cumplir que $\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3 = 0$.

Luego:

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [\ln(2h_1)\dot{q}_1 + \ln(r_{2*1})\dot{q}_2 + \ln(r_{3*1})\dot{q}_3 - (\ln(r_c) - \ln(D))\dot{q}_1]$$

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(2h_1)\dot{q}_1 + \ln(r_{2*1})\dot{q}_2 + \ln(r_{3*1})\dot{q}_3 + \ln\left(\frac{D}{r_c}\right)\dot{q}_1 \right]$$

Si además suponemos que la línea está suficientemente alejada del suelo se tendrá que $r_{2*1} \approx r_{3*1} \approx 2h_1$

Ejemplo numérico:

Por reglamento eléctrico, lo mínimo que se debe tener un conductor de una línea de 220 kV sobre el suelo son 7,32 [m]. Si consideramos una separación entre fases de 5 [m], se tendrá que:

$$r_{2*1} = \sqrt{(14,64^2 + 2,5^2)} = 14,85[m]$$

$$r_{3*1} = \sqrt{(14,64^2 + 5^2)} = 15,47[m]$$

$$2h_1 = 14,64[m]$$

Propuesto de rehacer el cálculo cuando la distancia al suelo es mayor (con 10 m ya las cantidades se parecen más entre ellas). Lo importante es que las distancias entre conductores sean menores que la altura de estos sobre el suelos.

Luego:

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\underbrace{(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)}_0 \ln(2h_1) + \ln\left(\frac{D}{r_c}\right)\dot{q}_1 \right]$$

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{D}{r_c}\right)\dot{q}_1$$

Finalmente, la capacitancia es $C_{ln} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r_c}\right)}$

Lo mismo se tendrá para las demás fases.

Con esta expresión se puede tener el modelo de línea de transmisión con un equivalente monofásico. La expresión anterior no significa que no existan capacitancias entre fases (de hecho, las hay, y basta con escribir en forma matricial la primera ecuación de este texto)

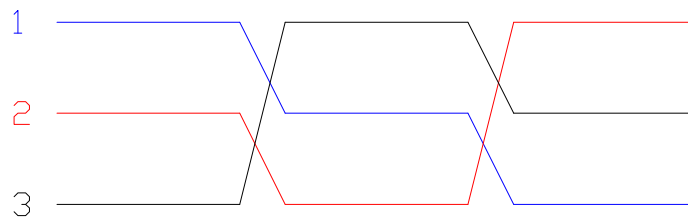
2.- Línea trifásica con espaciamentos asimétricos

Volviendo a la expresión general de la fase 1:

$$\dot{V}_{1n} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(2h_1) \dot{q}_1 + \ln(r_{2*1}) \dot{q}_2 + \ln(r_{3*1}) \dot{q}_3 - (\ln(r_c) \dot{q}_1 + \ln(r_{21}) \dot{q}_2 + \ln(r_{3*1}) \dot{q}_3) \right]$$

En este caso no podemos factorizar nada de lo que está con signo menos en paréntesis redondo. Si bien el resto de los términos que aproximamos como iguales en la expresión anterior podríamos eliminarlos, los dejaremos ahí por un momento.

Una transposición es una técnica constructiva que hace que cada fase ocupe todas las posiciones en una línea, durante un tercio del recorrido.



Para llegar a una expresión útil para nuestro propósito, se hace el supuesto que la carga es constante en cada conductor de fase (o al menos presenta pequeñas variaciones), independiente de la posición que ocupa en la línea durante un ciclo completo de transposición.

Considerando lo anterior, la tensión en cada fase será un promedio:

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{\dot{V}_1^{Tramo1} + \dot{V}_1^{Tramo2} + \dot{V}_1^{Tramo3}}{3}$$

Es decir, la tensión de la fase 1 es el promedio de la tensión promedio del conductor de la fase “azul”. Luego:

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{(\ln(2h_1) + \ln(2h_2) + \ln(2h_3))}{3} \dot{q}_1 + \frac{(\ln(r_{2*1}) + \ln(r_{3*2}) + \ln(r_{3*1}))}{3} \dot{q}_2 \right. \\ \left. + \frac{(\ln(r_{3*1}) + \ln(r_{2*1}) + \ln(r_{3*2}))}{3} \dot{q}_3 - \ln(r_c) \dot{q}_1 - \frac{(\ln(r_{21}) + \ln(r_{32}) + \ln(r_{31}))}{3} \dot{q}_2 \right. \\ \left. + \frac{(\ln(r_{3*1}) + \ln(r_{2*1}) + \ln(r_{3*2}))}{3} \right]$$

Factorizando y ordenando:

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(2\sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}) \dot{q}_1 + \ln(\sqrt[3]{r_{2*1} r_{3*2} r_{3*1}}) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \ln(r_c) \dot{q}_1 - \ln(\sqrt[3]{r_{21} r_{32} r_{31}}) (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \right]$$

Y considerando que $-\dot{q}_1 = \dot{q}_2 + \dot{q}_3$:

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln\left(\frac{\sqrt[3]{r_{21} r_{32} r_{31}}}{r_c}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt[3]{r_{2*1} r_{3*2} r_{3*1}}}{2\sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}}\right) \right] \dot{q}_1$$

Definiendo la distancia media geométrica como $DMG = \sqrt[3]{r_{21} r_{32} r_{31}}$

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln\left(\frac{DMG}{r_c}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt[3]{r_{2*1} r_{3*2} r_{3*1}}}{2\sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}}\right) \right] \dot{q}_1$$

La expresión anterior muestra cómo la presencia de un plano de tierra disminuye la capacitancia de una línea.

Si se considera nuevamente una línea con sus conductores alejados de la tierra, se tendrá que $r_{2*1} \approx r_{3*1} \approx r_{3*2} \approx 2h_1 \approx 2h_2 \approx 2h_3$. Luego

$$\dot{V}_{1n}^{Transpuesto} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{DMG}{r_c}\right) \dot{q}_1 \Rightarrow C_{1n} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{DMG}{r_c}\right)}$$