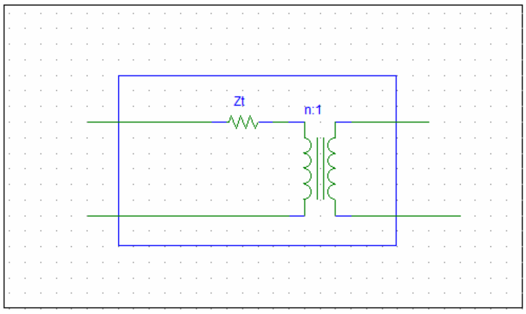
Banco de autotransformadores

En este documento se analizará con la representación en p.u. en base trifásica de un banco de autotransformadores, tomando como datos los resultados de los ensayos de las unidades monofásicas

Parte 1: Transformadores con su impedancia referida al lado de alta tensión

El siguiente transformador se utilizará en toda esta sección



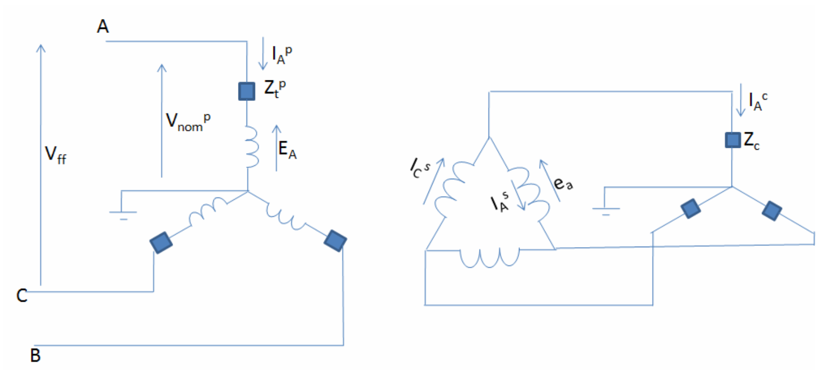
Datos:

V_{nom}^{p} : Voltaje nominal del primario
V_{nom}^{s} : Voltaje nominal del secundario
n : Relación de vueltas
Z_t^p : Impedancia serie del transformador vista desde el primario

Recordemos que la relación de vueltas n relaciona las tensiones del transformador ideal (detrás de la impedancia) del lado primario con el lado secundario:

a) Conexión Y-d

Se tiene el siguiente esquema trifilar:



Calculemos la corriente que pasa por la carga Zc. Los cálculos se realizan en unidades físicas

Nomenclatura:

E_i	:	Tensión del transformador ideal de la fase i en el lado primario
e_i		Tensión del transformador ideal de la fase i en el lado secundario
I_i^p	:	Corriente en la fase i en el lado primario
I_i^s	:	Corriente en la fase i en el lado secundario
I_i^c	:	Corriente por la carga de la fase i

$I_a^c = I_c^S - I_a^S$, pero $\dfrac{I_i^P}{I_i^S} = -\dfrac{1}{n}$, luego

$$I_a^c = -n\left(I_c^p - I_a^p\right) = -nI_A^p\left(1\angle 120° - 1\right) = nI_A^p\left(1 - 1\angle 120°\right) = nI_A^p\sqrt{3}\angle -30°$$

La relación entre la tensión en el secundario y la corriente de carga se obtiene de la siguiente manera:

$$e_a = I_a^c Z_c - I_b^c Z_c = Z_c\left(I_a^c - I_c^b\right) = Z_c I_a^c\left(1 - 1\angle -120°\right) = Z_c I_a^c\sqrt{3}\angle 30°$$

Y utilizando la expresión para la corriente I_a^c calculada previamente:

$$e_a = 3nZ_c I_A^P$$

Ahora, escribiendo LVK en el primario y considerando que $\dfrac{E_A}{e_a} = n$

$$V_{nom}^P = I_A^p Z_t^p + E_A = I_A^p Z_t^p + ne_A = I_A^p Z_t^p + 3n^2 Z_c I_A^p$$

, y despejando la corriente del primario:

$$I_A^p = \frac{V_{nom}^P}{Z_t^p + 3n^2 Z_c} = \frac{V_{nom}^P}{3\left(\dfrac{Z_t^p}{3} + n^2 Z_c\right)}$$

Podemos hacer algunas cosas más: Lo anterior se puede expresar en términos de la tensión fase fase del lado primario:

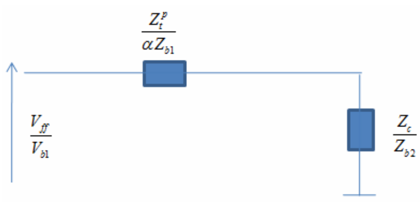
$$\left|I_A^p\right| = \frac{\left|V_{ff}\right|}{3\sqrt{3}\left(\frac{Z_t^p}{3} + n^2 Z_c\right)}$$

Finalmente, considerando que: $\left|I_a^c\right| = \sqrt{3}\left|I_a^s\right| = n\left|I_A^p\right|\sqrt{3} \Rightarrow \left|I_A^p\right| = \frac{\left|I_a^c\right|}{n\sqrt{3}}$ se tendrá:

$$\left|I_a^c\right| = \frac{n\left|V_{ff}\right|}{3\left(\frac{Z_t^p}{3} + n^2 Z_c\right)}[A]$$

Ahora que tenemos una expresión para la corriente en la carga (lo que implica también tener la expresión para la tensión), desarrollemos un equivalente monofásico en p.u., de tal manera de llegar al mismo resultado:

Se propone lo siguiente:



Existen dos zonas, por eso los subíndices 1 y 2. Notemos que la impedancia del transformador está dividida por la impedancia base de la zona 1, ya que el dato de impedancia nos lo dieron referidos al lado de alta. Además, aparece un coeficiente alfa para dar cuenta de alguna posible división (por un tres o una raíz de tres). Por ahora no lo sabemos, pero lo dejamos ahí para determinarlo al final.

Las impedancias bases son:

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}{}^2}{S_{b3\phi}}, \qquad Z_{b2} = \frac{V_{b2}{}^2}{S_{b3\phi}}$$

Recordemos que estamos trabajando con base trifásica. Por lo tanto, los voltajes bases son fase fase.

Una vez elegido el voltaje base de la zona uno, el voltaje base de la zona dos se obtiene a través de la relación de vueltas del trafo, considerando el tipo de conexión. Luego:

$$\frac{V_{b1}/\sqrt{3}}{V_{b2}} = n \Rightarrow V_{b2} = \frac{V_{b1}}{n\sqrt{3}}$$, Esta es la relación entre los voltajes base “fase fase”

Luego: $Z_{b2} = \dfrac{{V_{b2}}^2}{3n^2 S_{b3\phi}}$

Ahora, haciendo LVK en el equivalente en p.u.

$$I = \frac{V_{ff}/V_{b1}}{\left(\dfrac{Z_t^p}{\alpha Z_{b1}} + \dfrac{Z_c}{Z_{b2}}\right)} \left[p.u.\right]$$

Si queremos determinar la corriente en la carga en [A], se debe multiplicar por la corriente base de la zona 2:

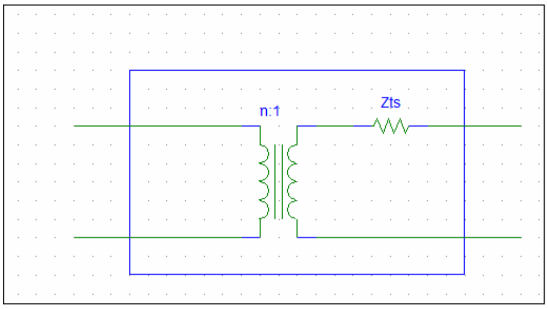
$$I = \frac{V_{ff}/V_{b1}}{\left(\dfrac{Z_t^p}{\alpha Z_{b1}} + \dfrac{Z_c}{Z_{b2}}\right)} \cdot \frac{S_{nom3\phi}}{\cancel{\sqrt{3}}\left(\dfrac{V_{b1}}{n\cancel{\sqrt{3}}}\right)} = \frac{V_{ff}}{\left(\dfrac{Z_t^p}{\alpha}\left(\dfrac{\cancel{S_{nom3\phi}}}{\cancel{V_{b1}^2}}\right) + Z_c\left(\dfrac{3n^2\,\cancel{S_{nom3\phi}}}{\cancel{V_{b1}^2}}\right)\right)} \cdot \frac{\cancel{S_{nom3\phi}}}{\left(\dfrac{\cancel{V_{b1}^2}}{n}\right)}$$

$$I = \frac{nV_{ff}}{3\left(\dfrac{Z_t^p}{3\alpha} + n^2 Z_c\right)} \left[A\right]$$

Si comparamos la expresión obtenida ahora con lo desarrollado previamente en el esquema trifilar, vemos que para el caso cuando la impedancia del transformador está referida al lado en donde existe una conexión en estrella, alfa debe ser igual a 1, por lo que no hay que dividir por nada.

Parte 2: Transformadores con su impedancia referida al lado de baja tensión

El siguiente transformador se utilizará en toda esta sección



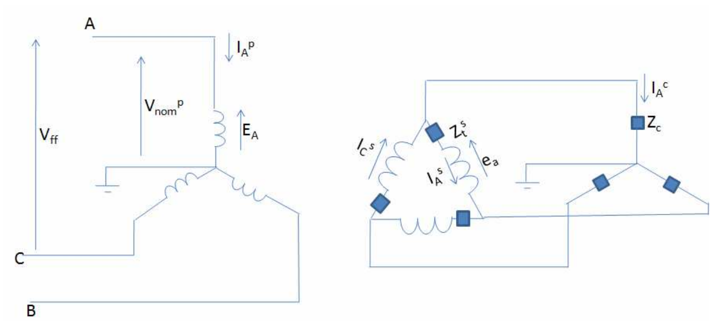
Datos:

V_{nom}^{p}	:	Voltaje nominal del primario
V_{nom}^{s}	:	Voltaje nominal del secundario
n	:	Relación de vueltas
Z_t^s	:	Impedancia serie del transformador vista desde el secundario

Recordemos que la relación de vueltas n relaciona las tensiones del transformador ideal (detrás de la impedancia) del lado primario con el lado secundario:

a) Conexión Y-d

Se tiene el siguiente esquema trifilar:



Calculemos la corriente que pasa por la carga Zc. Los cálculos se realizan en unidades físicas

Nomenclatura:

E_i	:	Tensión del transformador ideal de la fase i en el lado primario
e_i		Tensión del transformador ideal de la fase i en el lado secundario
ΔV_{ab}	:	Diferencia de tensión entre las fases a y b del secundario del transformador
I_i^p	:	Corriente en la fase i en el lado primario
I_i^s	:	Corriente en la fase i en el lado secundario
I_i^c	:	Corriente por la carga de la fase i

De la parte 1, adecuando a la nueva notación se tiene que:

$\Delta V_{ab} = 3nZ_c I_A^P$ (comparar con e_a de la parte 1)

Además, si se considera que $\frac{I_i^P}{I_i^S} = -\frac{1}{n}$:

$$\Delta V_{ab} = -3Z_c I_A^S$$

En esta parte también se tiene que:

$I_a^c = I_A^s \sqrt{3}\angle 150° \Rightarrow I_A^s = \frac{I_a^c}{\sqrt{3}}\angle -150°$, luego:

$$\Delta V_{ab} = -\frac{3Z_c I_a^c}{\sqrt{3}}\angle -150°$$

Por último, se tiene una relación para el voltaje en la delta:

$$\Delta V_{ab} = Z_t^s I_a^s + e_a = \frac{Z_t^s I_a^c}{\sqrt{3}}\angle -150° + e_a$$

Igualando las dos últimas expresiones para ΔV_{ab}:

$$-\frac{3Z_c I_a^c}{\sqrt{3}}\angle -150° = \frac{Z_t^s I_a^c}{\sqrt{3}}\angle -150° + e_a$$

$$\Downarrow$$

$$\left|I_a^c\right| = \frac{\sqrt{3}\left|e_a\right|}{\left(Z_t^s + 3Z_c\right)} = \frac{\sqrt{3}\left|e_a\right|}{3\left(\frac{Z_t^s}{3} + Z_c\right)}$$

La relación de vueltas para las tensiones en este caso es:

$$\frac{|E_A|}{|e_a|} = \frac{|V_{ff}| \big/ \sqrt{3}}{|e_a|} = n \Rightarrow |e_a| = \frac{|V_{ff}|}{n\sqrt{3}}$$

Luego:

$$|I_a^c| = \frac{|V_{ff}|}{3n\left(\frac{Z_t^s}{3} + Z_c\right)} [A]$$

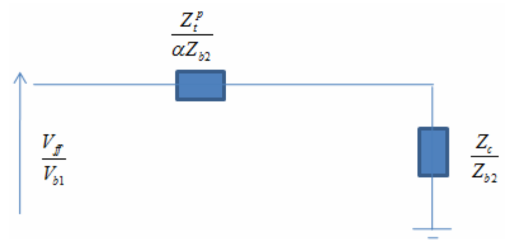
La relación entre $Z_t^p \ y \ Z_t^s$ es $Z_t^p = n^2 Z_t^s$, luego:

$$|I_a^c| = \frac{|V_{ff}|}{3n\left(\frac{Z_t^p}{n^2 3} + Z_c\right)} = \frac{n|V_{ff}|}{3\left(\frac{Z_t^p}{3} + n^2 Z_c\right)}$$ lo que coincide con lo hecho en la parte 1

El resultado anterior es consistente: independiente de cómo refiera la impedancia del transformador, con un ampérmetro siempre se medirá lo mismo en la carga.

Ahora que tenemos una expresión para la corriente en la carga (lo que implica también tener la expresión para la tensión), desarrollemos un equivalente monofásico en p.u., de tal manera de llegar al mismo resultado:

Se propone lo siguiente:



Existen dos zonas, por eso los subíndices 1 y 2. Notemos que la impedancia del transformador está dividida por la impedancia base de la zona 2, ya que el dato de impedancia nos lo dieron referidos al lado de baja. Además, aparece un coeficiente alfa para dar cuenta de alguna posible división (por un tres o una raíz de tres). Tampoco lo sabemos ahora, pero lo dejamos ahí para determinarlo al final.

Las impedancias bases son:

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^{\ 2}}{S_{b3\phi}}, \qquad Z_{b2} = \frac{V_{b2}^{\ 2}}{S_{b3\phi}}$$

Una vez elegido el voltaje base de la zona uno, el voltaje base de la zona dos se obtiene a través de la relación de vueltas del trafo, considerando el tipo de conexión. Luego:

$$\frac{V_{b1}/\sqrt{3}}{V_{b2}} = n \Rightarrow V_{b2} = \frac{V_{b1}}{n\sqrt{3}} \text{, luego } Z_{b2} = \frac{V_{b1}^{\ 2}}{3n^2 S_{b3\phi}}$$

Ahora, haciendo LVK en el equivalente en p.u.

$$I = \frac{V_{ff}/V_{b1}}{\left(\frac{Z_t^s}{\alpha Z_{b2}} + \frac{Z_c}{Z_{b2}}\right)}\left[p.u.\right]$$

Si queremos determinar la corriente en la carga en [A], se debe multiplicar por la corriente base de la zona 2:

$$I = \frac{V_{ff}/V_{b1}}{\frac{1}{Z_{b2}}\left(\frac{Z_t^s}{\alpha} + Z_c\right)} \cdot \frac{S_{nom3\phi}}{\cancel{\sqrt{3}}\left(\frac{V_{b1}}{n\cancel{\sqrt{3}}}\right)} = \frac{V_{ff}}{\left(\frac{3n^{\cancel{2}}\cancel{S_{nom3\phi}}}{\cancel{V_{b1}^{2}}}\right)\left(\frac{Z_t^s}{\alpha} + Z_c\right)} \cdot \frac{\cancel{S_{nom3\phi}}}{\left(\frac{\cancel{V_{b1}^{2}}}{\cancel{n}}\right)}$$

$$I = \frac{V_{ff}}{3n\left(\frac{Z_t^s}{\alpha} + Z_c\right)}\left[A\right]$$

Si comparamos la expresión obtenida ahora con lo desarrollado previamente en el esquema trifilar, vemos que para el caso cuando la impedancia del transformador está referida al lado en donde existe una conexión en estrella, alfa debe ser igual a tres.

Conclusiones

Para efectos prácticos del cálculo en por unidad, se tiene lo siguiente:

- Si la impedancia del transformador está referida al lado en donde se realizará la conexión estrella, esta sólo se debe pasar a [p.u.] dividiendo por la impedancia base de ese lado
- Si la impedancia del transformador está referida al lado en donde se realizará la conexión delta, esta se debe pasar a [p.u.] dividiendo por la impedancia base de ese lado **y además dividiendo por tres**