

5. MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Luis Vargas

Semestre otoño 2006

5.1. INTRODUCCIÓN

La primera máquina eléctrica que se empleó en aplicaciones de potencia fue la máquina de corriente continua (C.C.) en la segunda mitad del siglo XIX. La razón de ello fue que, en un principio, no se pensó que la corriente alterna tuviera las ventajas que hoy se le conocen, especialmente en la transmisión de energía eléctrica a grandes distancias. De hecho los primeros sistemas de potencia fueron sistemas de C.C.

La máquina de C.C. fue ideada por el belga Gramme alrededor de 1860 y empleaba un enrollado de rotor especial (anillo de Gramme) para lograr la conmutación o rectificación del voltaje alterno generado. Posteriormente, el físico W. Siemens y otros, contribuyeron al desarrollo de estas máquinas realizando mejoras en su construcción, hasta llegar a la máquina de CC que se conoce hoy.

Pese a las mejoras que han sido desarrolladas en su diseño, la máquina de corriente continua es constructivamente más compleja que las máquinas de corriente alterna, el empleo de escobillas, colector, etc., la hace comparativamente menos robusta, requiere mayor mantenimiento y tiene un mayor volumen y peso por kilo-watt de potencia.

No obstante lo anterior, la máquina de C.C. tiene múltiples aplicaciones, especialmente como motor, debido principalmente a:

- Amplio rango de velocidades, ajustables de modo continuo y controlables con alta precisión,
- Característica de torque-velocidad variable,
- Rápida aceleración, desaceleración y cambio de sentido de giro, y
- Posibilidad de frenado regenerativo.

En el presente capítulo, se estudian los principios de funcionamiento del generador y motor de C.C., se describen varios aspectos que afectan el desempeño de estas máquinas, tales como, la característica de saturación del material ferromagnético, los problemas de conmutación y las pérdidas en operación. Además, se presentan las características más relevantes relativas a la construcción de las máquinas de C.C. y se analiza en detalle el comportamiento de generadores y motores para distintos tipos de conexión (serie, shunt, excitación separada, etc).

5.2. PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO

5.2.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL GENERADOR DE C.C.

Consideremos una espira plana, rotando a velocidad ω_r alrededor de su eje (movida por una máquina motriz externa), ubicada en un campo magnético B uniforme proporcionado por un imán permanente o un electroimán (ver figura 5.1).

El voltaje inducido en la espira está dado por la Ley de Faraday $e = -\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$, donde:

$$\phi = \iint_A B \cdot dS = B \cdot D \cdot \ell \cdot \cos(\theta) \quad (5.1)$$

Siendo D y ℓ las dimensiones de la espira, y θ el ángulo de posición medido entre la normal $\hat{n}$ al plano de la espira y el eje de los polos.

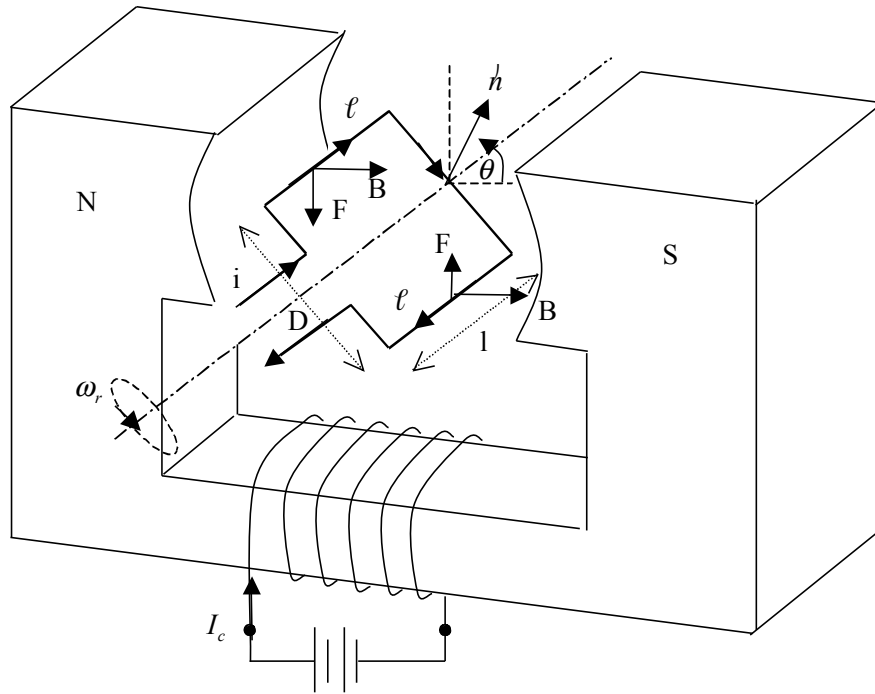


Figura 5.1: Generador elemental.

Luego, por la Ley de Faraday se tiene:

$$e = B \cdot D \cdot \ell \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (5.2)$$

Considerando que $\omega_r = d\theta/dt$ podemos ampliar este resultado a una bobina plana de N_b espiras (en serie):

$$e = \omega_r \cdot N_b \cdot B \cdot D \cdot \ell \cdot \text{sen}(\theta) \quad (5.3)$$

Expresión que podemos escribir genericamente como:

$$e = E_{\max} \cdot \text{sen}(\omega_r \cdot t - \delta) \quad (5.4)$$

Donde: $E_{\max} = \omega_r \cdot N_b \cdot B \cdot D \cdot \ell$ y $\theta = -\delta$ para $t = 0$.

De este modo, el circuito de la figura 5.1 representa un generador de voltaje alterno. En este caso se llama generador sincrónico, ya que la frecuencia eléctrica coincide con la velocidad angular mecánica ω .

Para obtener un voltaje rectificado (continuo), se emplea un sistema que conecta la carga eléctrica al voltaje generado e para $\theta = 0 \rightarrow \pi$, y al voltaje generado $-e$ para $\theta = \pi \rightarrow 2\pi$. Esto se consigue a través de un sistema de rectificación o *conmutador*, el cual consiste en un par de contactos (escobillas o carbones) fijos al estator, que se deslizan sobre los terminales de las bobinas del rotor (delgas). En la figura 5.2(a) se muestra la situación de un colector que posee un par de delgas (una bobina), y en la figura 5.2(b) una representación esquemática de este mismo caso.

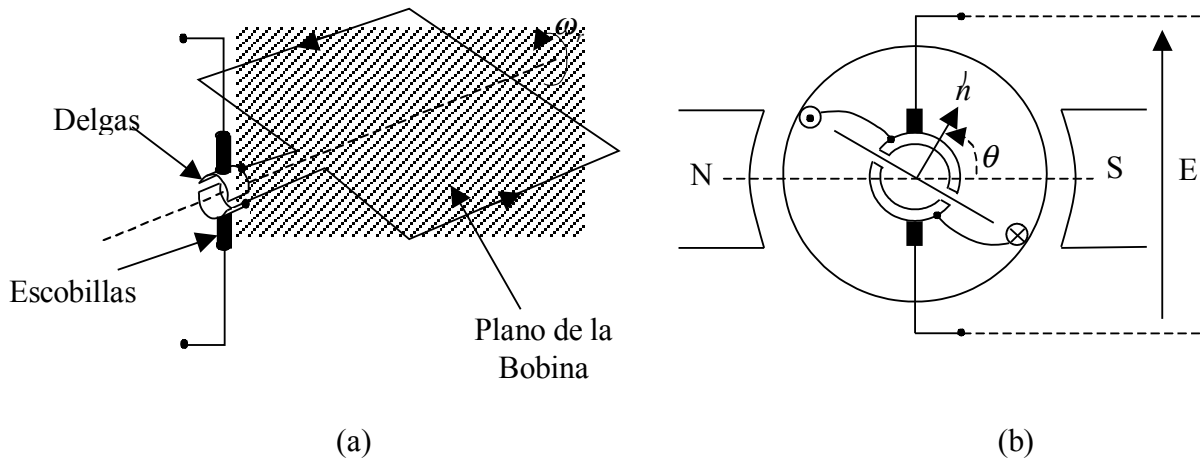


Figura 5.2: Sistema de conmutación.

Si llamamos E al voltaje en los terminales de las escobillas, se observa que al girar el rotor se obtiene:

$$\begin{aligned} E &= e && \text{para } \theta = 0 \rightarrow \pi \\ E &= -e && \text{para } \theta = \pi \rightarrow 2\pi \end{aligned}$$

De la Figura 5.2° para $\theta_c = 0, \pi, 2\pi, \dots$ se produce la conmutación, es decir, el paso de escobillas de una delga a la siguiente. La forma del voltaje rectificado obtenido en los terminales de las escobillas se muestra en la figura 5.3.

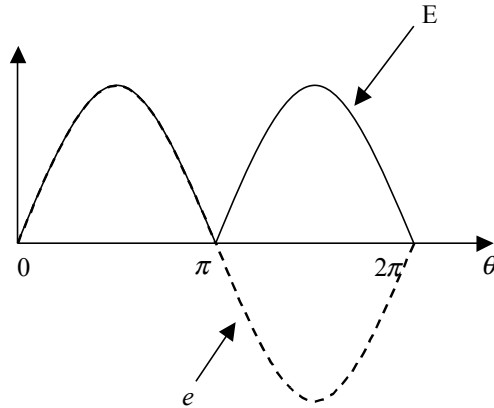


Figura 5.3: Voltaje rectificado.

Este voltaje puede mejorar (aumentando su componente continua), si se agregan más delgas. Por ejemplo, si se usan 2 bobinas ortogonales, con 4 delgas, como se muestra esquemáticamente en la figura 5.4, los voltajes inducidos en ambas bobinas estarán desfasados en 90° .

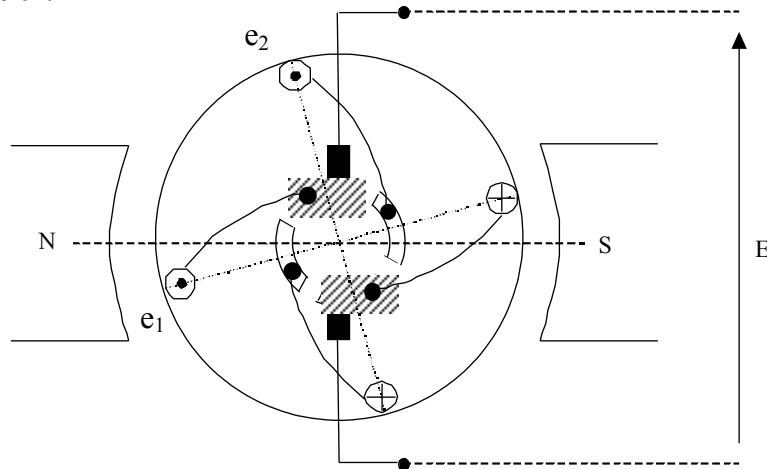


Figura 5.4: Generador con 4 delgas.

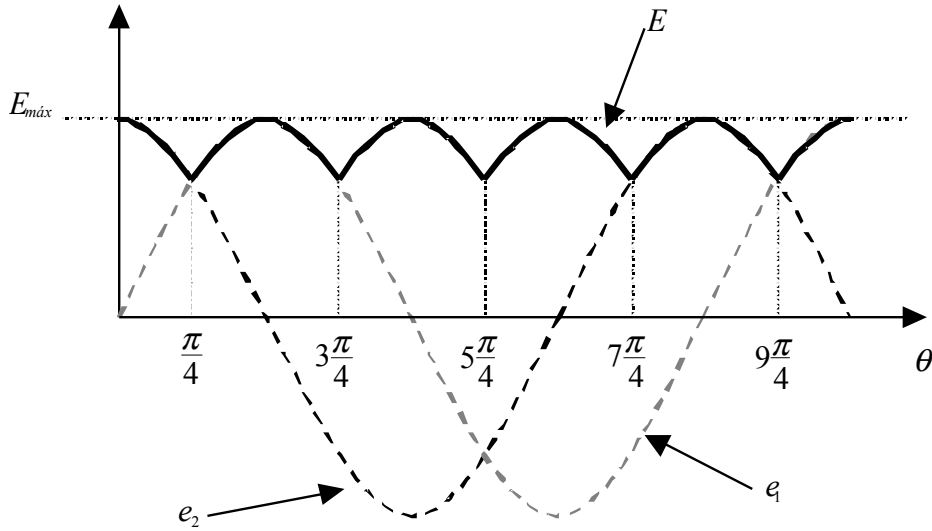


Figura 5.5: Voltaje rectificado con 4 delgas.

De la Figura 5.5

$$\begin{aligned} e_1 &= E_{max} \cdot \text{sen}(\theta) \\ e_2 &= E_{max} \cdot \text{sen}(\theta - 90^\circ) = E_{max} \cdot \text{cos}(\theta) \end{aligned} \quad (5.5)$$

En este caso, los ángulos de conmutación serán $\theta_c = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4, \dots$, con ello:

$$\begin{aligned} E &= e_2 & \text{para } \theta = 0 \rightarrow \pi/4 \\ E &= e_1 & \text{para } \theta = \pi/4 \rightarrow 3\pi/4 \\ E &= -e_2 & \text{para } \theta = 3\pi/4 \rightarrow 5\pi/4 \\ E &= -e_1 & \text{para } \theta = 5\pi/4 \rightarrow 7\pi/4 \end{aligned}$$

Si se sigue aumentando el número de delgas se logrará un voltaje prácticamente continuo en los terminales de las escobillas:

$$E \approx E_{max} = \omega_r \cdot N_b \cdot B \cdot D \cdot \ell \quad (5.6)$$

Si se expresa en función de la velocidad $n[\text{rpm}]$ ($\omega_r = \frac{2\pi \cdot n}{60}$) y del flujo ϕ proporcionado por el campo ($\phi = B \cdot D \cdot \ell$), la expresión anterior puede describirse:

$$\begin{aligned} E &= \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot N_b \cdot \phi \\ E &= K_e \cdot n \cdot \phi \end{aligned} \quad (5.7)$$

Debe notarse que, en el ejemplo propuesto, el voltaje E es proporcionado en cada instante sólo por una bobina, que es la que en ese momento tiene voltaje inducido máximo, o sea, tiene un flujo enlazado nulo. El resto de las bobinas, están generando voltajes $e < E$, los cuales no están siendo aprovechados, lo que es poco eficiente. Este tipo de enrollado, en que las bobinas están eléctricamente aisladas entre sí, se denomina *enrollado de bobinas independientes*.

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las bobinas se conectan de modo que los voltajes de todas las bobinas contribuyen al valor de E . En este caso se habla de *enrollado imbricado* y es la configuración más usada en la actualidad.

Pese a las distintas características de diseño de los enrollados del rotor, siempre se cumple la relación (5.7), que indica que el voltaje generado en vacío es proporcional a la velocidad y al flujo. Por su parte, la constante de proporcionalidad K_e es la que cambia dependiendo de las características constructivas del enrollado.

5.2.2. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR DE C.C.

En presencia del campo magnético descrito anteriormente, si se alimenta la máquina de C.C. con una fuente continua través de las escobillas, se genera una corriente por el rotor y la máquina comienza a operar como motor.

Según lo estudiado en el capítulo anterior, en esta situación es posible evaluar el torque motriz medio que se origina en el eje a través de la ecuación:

$$T(t) = \frac{1}{2} I_c^2 \left(\frac{dL_{11}}{d\theta} \right) + I_c I_a \left(\frac{dL_{12}}{d\theta} \right) + \frac{1}{2} I_a^2 \left(\frac{dL_{22}}{d\theta} \right) \quad (5.8)$$

Donde:

I_c : es la corriente que produce el campo magnético uniforme B (corriente en el estator), denominada corriente de campo.

I_a : es la corriente que se establece al alimentar el rotor, denominada corriente de armadura.

Para el cálculo de L_{11} , L_{12} y L_{22} ⁽¹⁾ debe considerarse:

- L_{11} : constante, independiente de la posición, pues el rotor es cilíndrico.
- L_{22} : la inductancia de una bobina cualquiera del rotor depende de la posición, teniendo un valor mínimo para $\theta = 0, \pi, 2\pi, \dots$, y un máximo para $\theta = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4, \dots$.

En general, puede asociársele la siguiente expresión:

$$L_{22} = L_A - L_B \cos(2\theta)$$

⁽¹⁾ El subíndice 1 denota al estator y el subíndice 2 al rotor.

- L_{12} : la inductancia mutua entre una bobina cualquiera del rotor y el enrollado de campo, tiene un máximo negativo para $\theta = 0$ y positivo para $\theta = \pi$, y es nula para $\theta = \pi/2$ y $\theta = 3\pi/2$. Puede asociársele la expresión:

$$L_{12} = -L_M \cos(\theta)$$

De este modo, el torque instantáneo es:

$$T(t) = I_c \cdot I_a \cdot L_M \cdot \sin(\theta) + I_a^2 \cdot L_B \cdot \sin(2\theta) \quad (5.9)$$

Al emplear muchas delgas la bobina del rotor que está alimentada es sólo aquella ubicada entre los terminales de las escobillas⁽²⁾, donde el ángulo θ adquiere un valor igual a $\frac{\pi}{2}$, con lo cual se tiene:

$$T(t) = T = G \cdot I_c \cdot I_a \quad (5.10)$$

Es decir, el torque instantáneo es a la vez el torque medio (constante), y resulta proporcional al producto de las corrientes de campo y de armadura.

El término L_M es un parámetro típico de la máquina que usualmente se designa por G , y se le denomina inductancia rotacional de la máquina de C.C.

Adicionalmente, si se considera la relación⁽³⁾:

$$P = \omega_r \cdot T \quad (5.11)$$

Con $P = E_a \cdot I_a$ ⁽⁴⁾, se tiene:

$$T = \frac{E_a \cdot I_a}{2\pi \cdot n} = \frac{60 \cdot K_e \cdot n \cdot \phi \cdot I_a}{2\pi \cdot n} \Rightarrow T = K_T \cdot \phi \cdot I_a \quad (5.12)$$

Análogamente, es posible definir:

$$E_a = \frac{T \cdot \omega_r}{I_a} = \frac{G \cdot I_c \cdot I_a \cdot \omega_r}{I_a} \Rightarrow E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.13)$$

² ⁰Esto corresponde al caso de enrollado de bobinas independientes; no obstante, en bobinados imbricados ocurre algo similar.

³ ⁰Esta relación se deriva al considerar que la potencia es la derivada del trabajo y, para sistemas rotatorios, el trabajo se define como el momento de torsión por el ángulo del vector donde es aplicada la fuerza. De este modo: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(T \cdot \theta)}{dt} = T \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow P = \omega_r \cdot T$.

⁴ ⁰Esta ecuación considera un sistema sin pérdidas, en el cual, la potencia eléctrica de entrada es igual a la potencia mecánica de salida.

5.3. DESEMPEÑO DE MÁQUINAS DE C.C. REALES

En la práctica, existen varios efectos que impactan la eficiencia y el funcionamiento de las máquinas de C.C. Las más relevantes son la característica de saturación del material ferromagnético, la reacción de armadura y las pérdidas eléctricas y mecánicas. A continuación se analizan cada uno de estos efectos de manera independiente, indicando algunas soluciones que minimizan estos efectos.

5.3.1. SATURACIÓN DEL MATERIAL FERROMAGNÉTICO

Puesto que las máquinas de corriente continua están constituidas de material ferromagnético con características no ideales, es conveniente analizar el efecto de la saturación del material en las relaciones de voltaje y corriente de armadura y de campo. Para ello, se usa la llamada *característica de excitación de la máquina de C.C.* o *curva de saturación en vacío*, la cual, es la misma para la máquina actuando como generador o como motor.

Para un material ferromagnético, la relación entre la densidad de flujo y la intensidad de campo no es constante debido al alineamiento de los dipolos que conforman el material (curva de magnetización). El mismo efecto se aprecia al observar la curva de flujo ϕ v/s corriente de campo debido a las relaciones de proporcionalidad involucradas, es decir, $\phi \propto B$ e $I \propto H$ (véase figura 5.6).

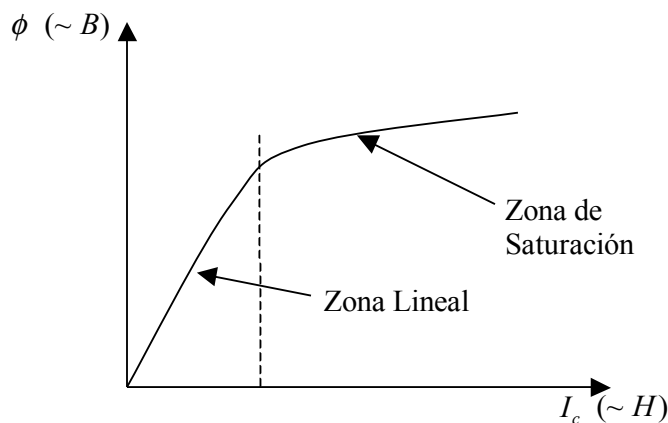


Figura 5.6: Curva de excitación.

En la práctica, es difícil medir el flujo generado en forma directa, por lo cual, el procedimiento empleado consiste en configurar la máquina de C.C. como un generador de

excitación separada⁽⁵⁾ y hacerlo funcionar en vacío de modo de medir el voltaje generado en los bornes del rotor (véase figura 5.7).

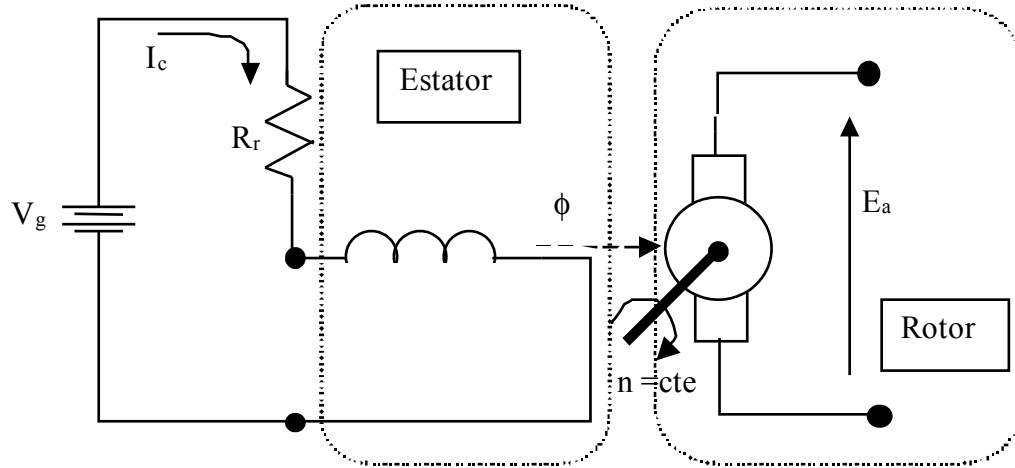


Figura 5.7: Generador de excitación separada operando en vacío.

En esta configuración la máquina de corriente continua opera como generador y el voltaje generado E_a es proporcional al flujo ϕ (Ecuación (5.7)), de manera que la curva de magnetización del material ferromagnético antes vista (Figura 5.6) se analiza en el gráfico E_a v/s I_c . Recordemos que $E = K_e \cdot n \cdot \phi$, luego si mantenemos una misma velocidad la fem inducida E sea proporcional al flujo ϕ . Por otra parte, de acuerdo a la ley de Ampere la intensidad de campo magnético H es proporcional a la corriente I_c . En consecuencia, la curva E_a v/s I_c corresponde a la *característica de excitación* o *curva de saturación en vacío*, según se muestra en la Figura 5.8.

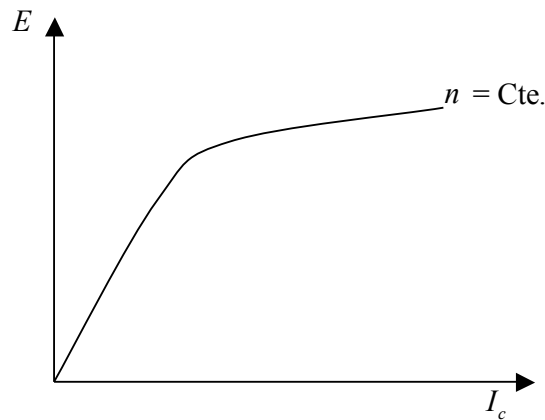


Figura 5.8: Característica de excitación o curva de saturación en vacío.

⁵ En la configuración de excitación separada, el estator (campo) y el rotor (armadura) se encuentran eléctricamente aislados y su interacción se produce únicamente a través del circuito magnético de la máquina de C.C.

Esta curva se puede obtener en un laboratorio conectando la máquina de C.C. como generador de excitación separada y midiendo el voltaje generado en los bornes de la armadura, cuando se aumenta progresivamente la corriente de campo (a través de la variación del reóstato R_r).

Es importante notar que la velocidad de giro del eje debe mantenerse constante durante toda la prueba, ya que de lo contrario, la relación de proporcionalidad entre el flujo y el voltaje generado varía ($E = K_e \cdot n \cdot \phi$) y la curva de saturación en vacío se deforma.

En general, basta con obtener la característica de saturación en vacío para una única velocidad n_1 , ya que una vez obtenida, es posible determinar fácilmente esta curva para cualquier otra velocidad n_2 distinta a la anterior. El método que se emplea para hacerlo, consiste en construir el gráfico E_a v/s I_c punto a punto considerando que, para una corriente de campo constante, los valores de voltaje inducido tienen una relación de proporcionalidad idéntica a la que existe entre las velocidades:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} \Big|_{I_c^* = cte.} \quad (5.14)$$

Este procedimiento se ilustra en la Figura 5.9.

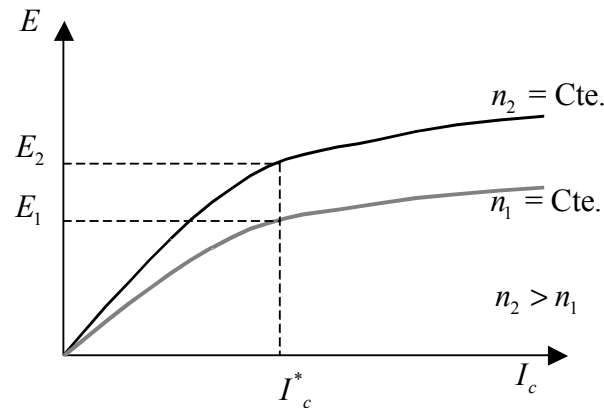


Figura 5.9: Curvas de excitación a distintas velocidades.

Desde un punto de vista práctico, las máquinas de C.C se diseñan de modo de lograr una máxima potencia por unidad de peso. Esto se consigue al situar el punto de operación nominal de la máquina cercano al codo de la curva de saturación del material ferromagnético, con lo cual, cualquier aumento del voltaje generado en torno a este punto va a requerir de un aumento importante de la corriente de campo que se está proporcionando a la máquina.

5.3.2. REACCIÓN DE ARMADURA

De acuerdo con lo estudiado, una corriente circulando por el estator o campo de una máquina de C.C. produce un flujo magnético ϕ_c que permite la generación de una tensión en el inducido, E_a , cuya magnitud depende del valor de la corriente de campo y de la velocidad de giro del eje (relación (5.13)).

Si los bornes del rotor (armadura) son conectados a una carga eléctrica, una corriente circulará por la armadura de la máquina (I_a) generando un flujo magnético ϕ_a . Este flujo de armadura se suma al flujo magnético producido por el campo, produciendo un efecto de distorsión denominado *reacción de armadura* o *reacción de inducido*.

La reacción de armadura afecta el desempeño de la máquina de C.C. tanto en el voltaje inducido como en el proceso de conmutación que ocurre en el colector. Por una parte, la reacción de armadura cambia la distribución del flujo magnético en el entrehierro, existiendo zonas en que la resultante total de flujo ($\phi_{Total} = \phi_c + \phi_a$) es de mayor magnitud que la componente de flujo de campo y otras en que la magnitud es notoriamente menor.

La figura 5.10(a) muestra la distribución del flujo magnético en el entrehierro cuando la corriente por la armadura es nula. En este caso, la forma de la distribución se explica por la geometría de las cabezas o caras polares. La figura 5.10(b) muestra cómo varía la distribución del flujo magnético por efecto de la reacción de armadura.

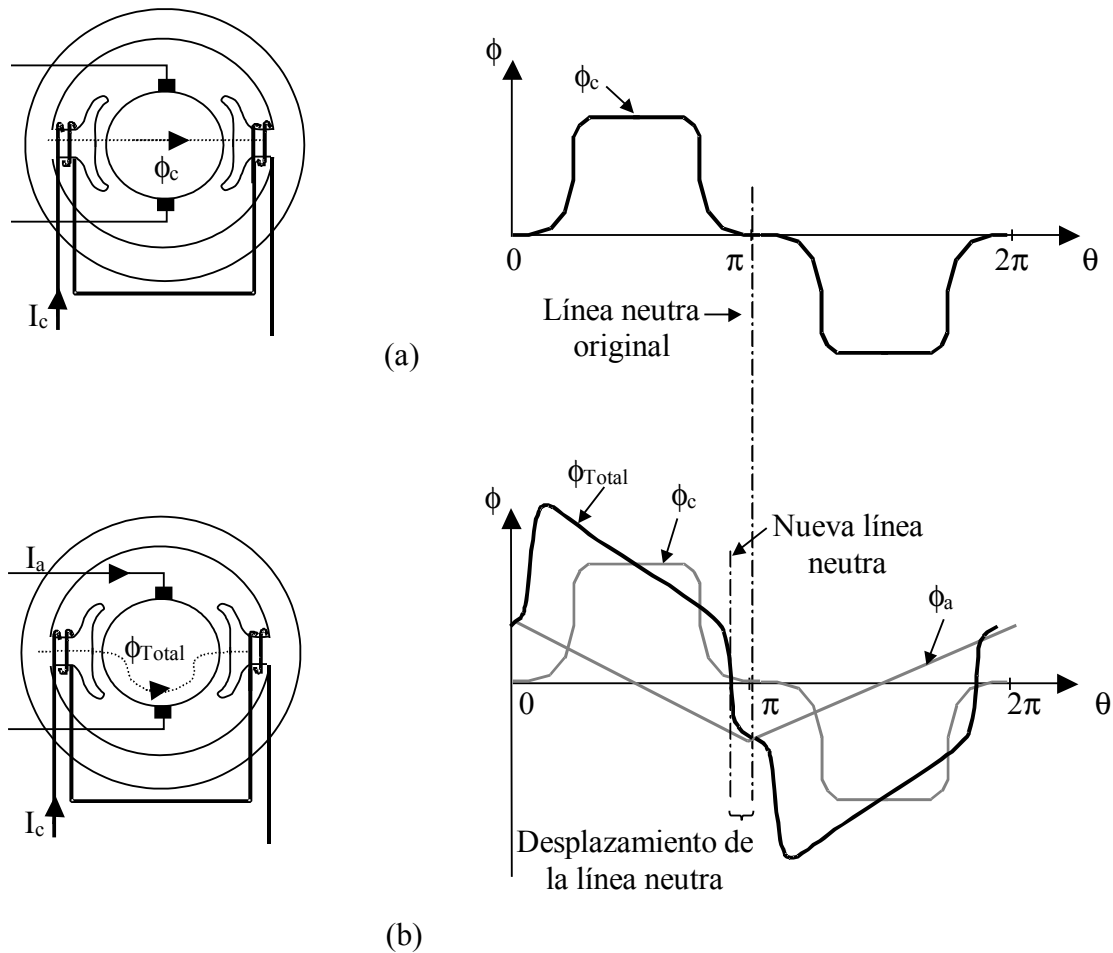


Figura 5.10: Cambio en la distribución del flujo magnético en el entrehierro.

Es importante notar que, en aquellas zonas donde las magnitudes de los flujo de armadura y campo se suman ($\phi_{Total} > \phi_c$), la resultante total de flujo hace que el núcleo se sature, aumentando las pérdidas en el fierro por concepto de calentamiento, corrientes parásitas, etc. Asimismo, existen zonas donde las magnitudes de los flujos de campo y armadura se restan, por lo cual, el flujo magnético total es menor que el flujo de campo ($\phi_{Total} < \phi_c$) y consecuentemente, el valor del voltaje inducido disminuye, empeorando la eficiencia de la máquina.

Por otro lado, para que el proceso de conmutación sea óptimo, el paso de las escobillas de una delga a otra debe realizarse en el momento en que la diferencia de tensión entre las delgas vecinas sea nula. Esto debido a que existe un instante en que cada escobilla está en contacto con ambas delgas vecinas y si existiese una diferencia de potencial entre ellas habría un cortocircuito y se producirían arcos eléctricos en el colector.

El momento óptimo de conmutación ocurre cuando las escobillas se sitúan en la llamada *línea de neutro magnético* o *línea neutra*. Como se aprecia en el esquema de la figura 5.11(a), cuando no existe corriente en la armadura, la línea de neutro magnético se sitúa en

el plano perpendicular al flujo originado por el campo, coincidiendo con la posición física de las escobillas, por lo cual, la conmutación se lleva a cabo sin problemas.

Sin embargo, al existir reacción de armadura (figura 5.11(b)), la línea de neutro magnético se desplaza hasta situarse en el plano perpendicular a la resultante del flujo magnético ϕ_{Total} , resultando así, una conmutación poco óptima, lo que se traduce en un mal funcionamiento y desgaste prematuro del colector.

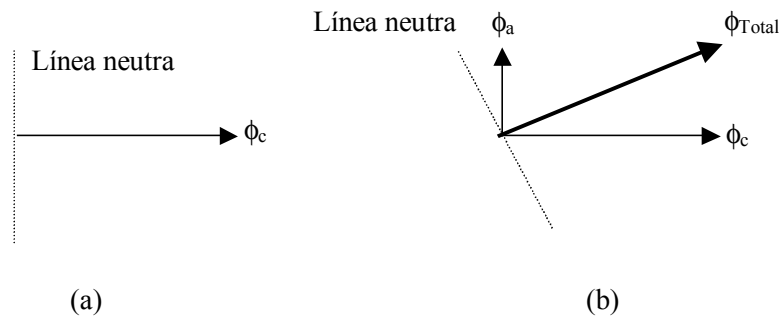


Figura 5.11: Cambio de línea neutra.

Para poder resolver los inconvenientes producidos por la reacción de armadura, se han desarrollado diferentes estrategias:

- Antiguamente se trataba de ajustar físicamente la posición de las escobillas de modo de hacerlas coincidir con la línea neutra, sin embargo, la línea neutra se desplaza con la variación de carga, lo cual obliga a estar ajustando constantemente la posición de las escobillas. Actualmente, este sistema sólo se utiliza en motores muy pequeños donde se sabe que la carga no varía y donde otras soluciones son económicamente inviables.
- Para máquinas de más de 1[kW], se prefiere utilizar los llamados *polos de conmutación* o *interpolos*. Los interpolos son bobinas conectadas en serie con la armadura de modo de ser recorridas por I_a y situados a 90° grados eléctricos de las caras polares, de modo de coincidir con el eje del flujo de armadura. De este modo, el flujo producido por los interpolos anula el efecto de la reacción de armadura.

La ventaja de usar interpolos radica principalmente en que no es necesario ningún ajuste con la variación de carga, puesto que la corriente de armadura crece o decrece consecuentemente y lo mismo ocurre con los flujos generados en los polos de compensación. Además, también existe un ajuste automático al usar la máquina como generador o motor, ya que el sentido de la corriente de armadura cambia de acuerdo a la configuración de la máquina y por ende, lo hace el flujo de los interpolos.

En la figura 5.12(a) se muestra la disposición física de los interpolos en una máquina de C.C.; la figura 5.12(b) muestra un esquema de la conexión de los interpolos donde se aprecia que son recorridos por la corriente de armadura. Finalmente, la figura 5.12(c)

muestra esquemáticamente cómo se cancela la reacción de armadura al ser sumada con los flujos de los interpolos.

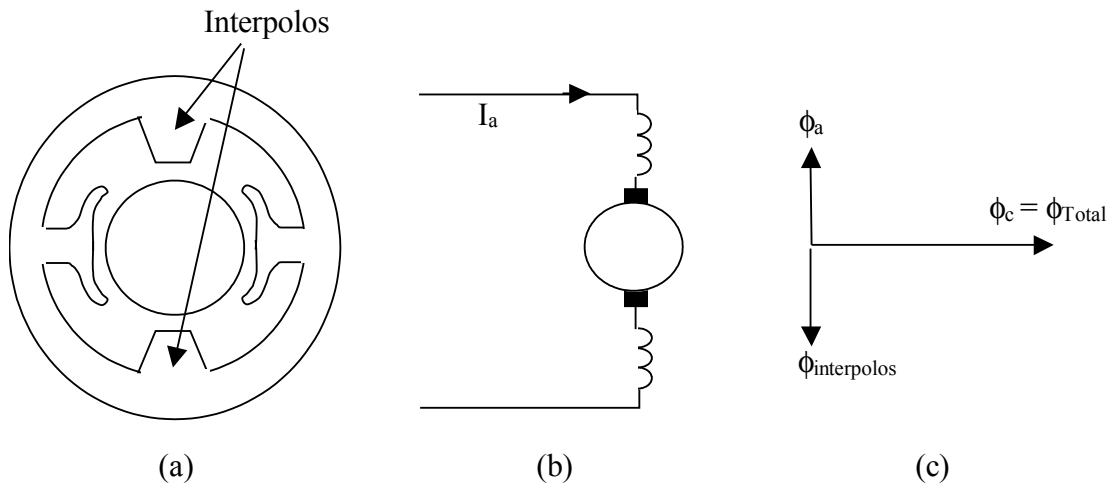


Figura 5.12: Interpolos.

En la práctica, el efecto del flujo de los interpolos es suficiente para evitar los problemas en la conmutación de las escobillas; sin embargo, para máquinas de altas potencias y ciclos de trabajo pesados, es necesario mejorar el efecto del debilitamiento del flujo y menor voltaje inducido.

- En este último caso, la estrategia consiste en colocar los llamados *enrollados de compensación*, los cuales son enrollados que se encuentran colocados en ranuras talladas en las cabezas polares (en forma paralela a las bobinas del rotor) y conectadas en serie con la armadura.

Al estar en las cabezas polares, los enrollados de compensación producen un flujo de magnitud mayor al de los interpolos, que permite anular los efectos de debilitamiento de campo producido por la reacción de armadura. Este método, al igual que los interpolos, se adapta automáticamente al tipo de operación (motor o generador) y a las diferentes condiciones de carga, sin embargo, su uso se encuentra limitado a grandes máquinas de C.C., principalmente debido al alto costo que suponen los enrollados de compensación.

5.3.3. PÉRDIDAS EN MÁQUINAS DE C.C.

Las máquinas de C.C. son conversores de energía eléctrica a mecánica y viceversa muy eficientes, sin embargo su rendimiento no alcanza el 100% debido a la no-idealidad de los elementos que la constituyen.

Esto implica que, en la práctica, es necesario definir un parámetro de eficiencia a partir de la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} \cdot 100 \quad (5.15)$$

O equivalentemente:

$$\eta = \frac{P_{entrada} - P_{perdidas}}{P_{entrada}} \cdot 100 \quad (5.16)$$

Los objetivos de diseño se encuentran orientados a maximizar la eficiencia de cada máquina para las características nominales a las cuales ha sido diseñada, sin embargo, existen pérdidas que no son factibles de eliminar: pérdidas eléctricas, pérdidas mecánicas y pérdidas magnéticas.

1) Pérdidas eléctricas.

Las pérdidas eléctricas son aquellas producto de las resistencias de los enrollados (pérdidas en el cobre) y pérdidas en los contactos eléctricos (pérdidas en las escobillas).

Las pérdidas en el cobre se producen tanto en el campo como en el inducido y se pueden calcular como:

$$\begin{aligned} P_{campo} &= I_c^2 \cdot R_c \\ P_{inducido} &= I_a^2 \cdot R_a \end{aligned} \quad (5.17)$$

Donde:

P_{campo} , $P_{inducido}$: son las pérdidas en el campo e inducido respectivamente.

I_c , I_a : son las corrientes de campo e inducido respectivamente.

R_c , R_a : son las resistencias de campo e inducido respectivamente⁽⁶⁾.

Por su parte, las pérdidas en las escobillas se calcula como:

$$P_{escobillas} = I_a \cdot V_{escobillas} \quad (5.18)$$

Donde:

$P_{escobillas}$: es la potencia perdida en las escobillas.

I_a : es la corriente de armadura.

$V_{escobillas}$: es el voltaje que cae en las escobillas, el cual es, en general, constante para un amplio rango de operación (se asume en un valor de 2[V]).

Particularmente, en modelos más simplificados, no se consideran las pérdidas en las escobillas, sino solamente las pérdidas de Joule por concepto de $R \cdot I^2$.

⁽⁶⁾El valor de resistencia empleado corresponde al valor a temperatura ambiente.

ii) Pérdidas mecánicas.

Las pérdidas mecánicas están asociadas a las pérdidas por concepto de roce entre las partes móviles de la máquina (rodamientos, etc.) y entre la máquina y el aire. Las pérdidas mecánicas son una función cúbica de la velocidad de rotación de la máquina.

iii) Pérdidas magnéticas.

Las pérdidas en el núcleo (estudiadas en capítulos anteriores) se manifiestan principalmente en las pérdidas por el ciclo de histéresis del material ferromagnético y por corrientes parásitas de Foucault.

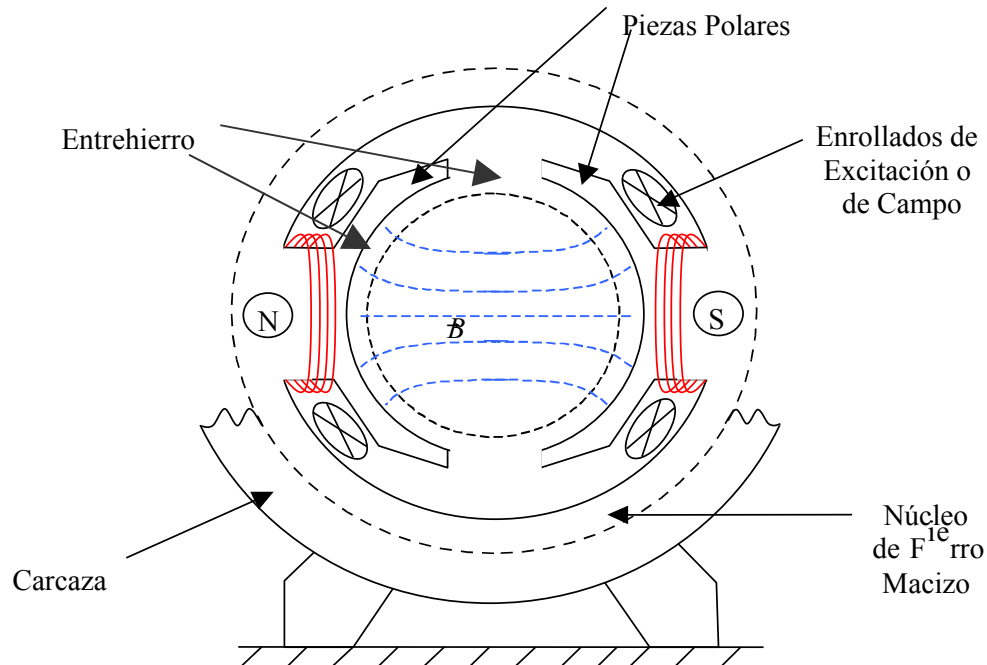
Adicionalmente a las pérdidas anteriores, existen otros tipos de pérdidas cuyos orígenes no se explican necesariamente por los efectos ya mencionados. En general estas pérdidas se agrupan como *pérdidas adicionales* y se les asigna un valor cercano al 1% de la potencia nominal de la máquina.

5.4. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS DE MÁQUINAS DE C.C.

5.4.1. ESTATOR

El estator (figura 5.13) puede estar formado por un núcleo macizo o laminado. No obstante, no necesita ser laminado debido a que el flujo magnético es constante en él, y por lo tanto, las pérdidas por efecto Focault son nulas. Por otra parte, el flujo necesario en el entrehierro se logra distribuir en forma aproximadamente uniforme mediante las denominadas *piezas polares*, *cabezas polares*, *caras polares* o, simplemente *polos*, en los cuales se ubica el enrollado de campo o excitación de la máquina. En motores pequeños, las piezas polares pueden ser un imán permanente (sin enrollado de campo).

Muchas de las máquinas de C.C. permiten conectar el campo o excitación ya sea en paralelo o en serie con la armadura, en este caso, dentro del estator pueden reconocerse los enrollados serie y paralelo de la excitación. En general, el enrollado paralelo (*shunt*) o de excitación independiente corresponde a un enrollado de sección transversal reducida y alta resistividad, que soporta corrientes más bien pequeñas y que por ende, debe presentar un alto número de vueltas. En el caso del enrollado serie, a través de él circula la misma



corriente que por la armadura, por tanto, es un conductor grueso, de pocas vueltas y baja resistividad (para disminuir las pérdidas).

Figura 5.13: Estator de máquina de C.C. de 2 polos.

La estructura soportante se denomina carcaza y es donde se ubica la placa con los terminales de conexión. Estos terminales de conexión se encuentran identificados de acuerdo con distintas normas, tal como muestra la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Designación de terminales de conexión de acuerdo a la norma.

Elemento	Terminales de conexión según Norma			
	VDE	ASA	BS	IEC
Armadura	A-B	A ₁ -A ₂	AA-A	A ₁ -A ₂
Campo shunt	C-D	F ₁ -F ₂	Z-ZZ	E ₁ -E ₂
Campo serie	E-F	S ₁ -S ₂	Y-YY	D ₁ -D ₂
Interpolos	G-H	-	HH-H	B ₁ -B ₂
Interpolo simétricamente distribuido en el lado A	GA-HA	-	-	1B ₁ -1B ₂
Interpolo simétricamente distribuido en el lado B	GB-HB	-	-	2B ₁ -2B ₂
Campo de excitación separada ⁽⁷⁾	I-K	F ₁ -F ₂	X-XX	F ₁ -F ₂

5.4.2. ROTOR

El rotor (figura 5.14) está formado por un núcleo de hierro laminado (pues cada punto del rotor es atravesado por un flujo alterno, por la frecuencia de la rotación, produciéndose pérdidas de histéresis y de Foucault). El enrollado rotórico o enrollado de armadura está formado por bobinas que se ubican en ductos o ranuras practicadas en la laminación.

Los terminales de las bobinas se conectan a las delgas, ubicadas en un tambor, que forman el colector, donde hacen contacto rozante las escobillas o *carbones* fijas al estator, permitiendo así la entrada o salida de corriente al enrollado de armadura.

Adicionalmente, en motores de más de 1[kW] se encuentran presentes los interpolos y los enrollados de compensación para máquinas de mayor potencia y ciclo de trabajo pesado.

El eje, mediante descansos (usualmente rodamientos) se afirma a la carcaza. También suele llevar un ventilador para facilitar la disipación de calor mediante convección forzada.

⁷⁰Cuando es diferente del enrollado Shunt.

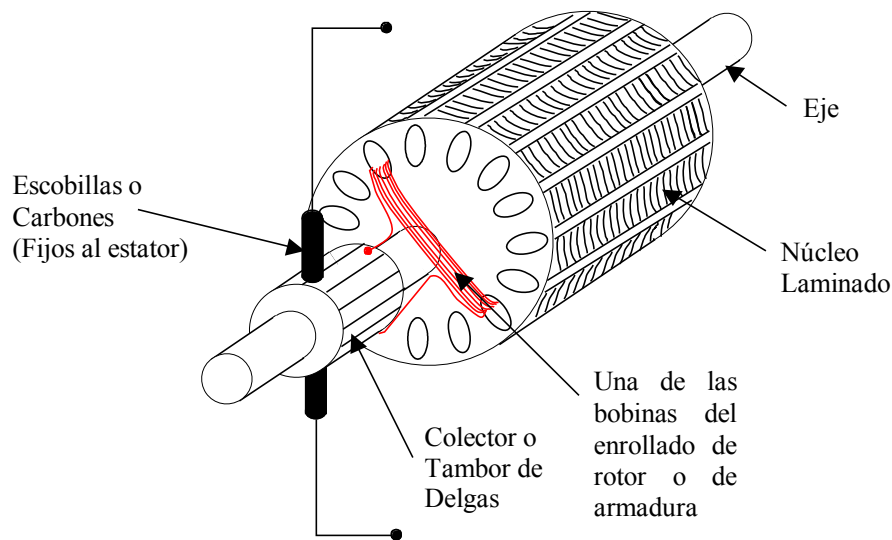


Figura 5.14: Rotor de máquina de C.C.

La configuración del enrollado del rotor puede adoptar diversas formas, cada bobina puede ser independiente (enrollados de bobinas independientes) o bien, pueden interconectarse de modo de aprovechar de mejor manera los voltajes inducidos en ellas. Tal como fue mencionado al comienzo del capítulo, la configuración más utilizada actualmente es el enrollado imbricado que se aprecia en las figuras 5.15 y 5.16.

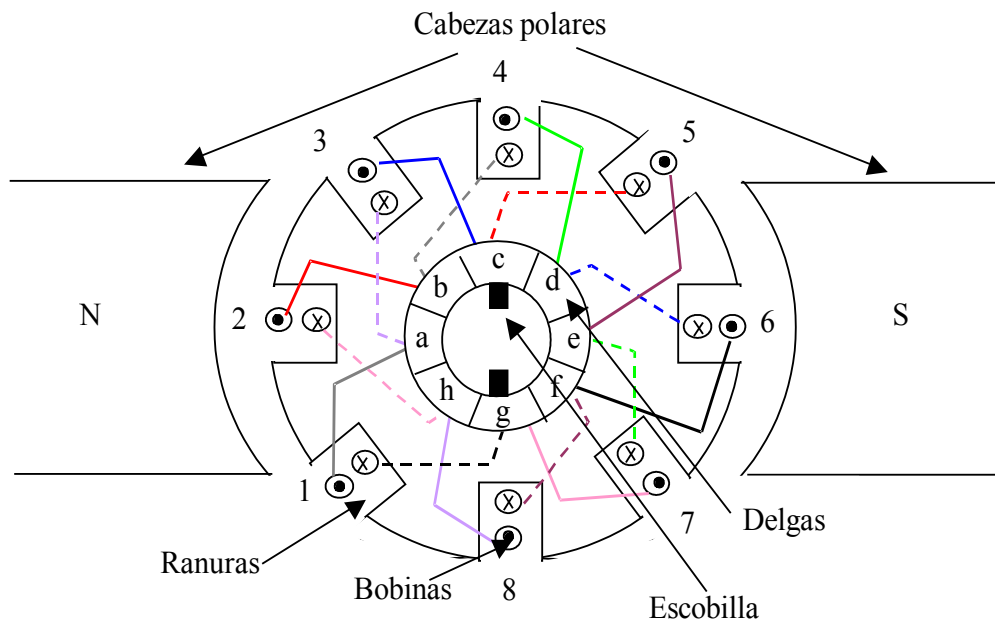


Figura 5.15: Enrollado imbricado.

La figura 5.15 muestra la disposición física de una máquina de C.C. de dos polos y un rotor con 8 ranuras en las que se ubican las bobinas. Es posible observar que cada bobina tiene sus terminales conectados a una delga, si se considera, por ejemplo, la bobina de color gris de la figura, esta nace de la delga denotada como *a* y se ubica en la ranura número 1, rodea el núcleo del rotor, luego aparece por la ranura número 4 y se conecta a la delga *b*. Puesto que los terminales de conexión son *a-b*, el enrollado se denomina *enrollado imbricado progresivo*; en caso que la bobina en cuestión hubiese tenido sus terminales en *a-h*, el enrollado se hubiese denominado *enrollado imbricado regresivo*.

La figura 5.16 muestra el diagrama extendido del enrollado imbricado del rotor de la figura 5.15, indicando el camino que recorre una corriente aplicada a los bornes de la armadura. En primer lugar, la corriente entra por la escobilla que está en contacto con la delga *c* y recorre la bobina con terminales *c-d*; la delga *d* es, a su vez, terminal de entrada de la bobina de terminales *d-e*, la cual es también recorrida por la corriente aplicada; el proceso continúa con la bobina *e-f* y termina con la corriente recorriendo la bobina *f-g*, saliendo por este terminal hacia la escobilla correspondiente de modo de cerrar el circuito eléctrico.

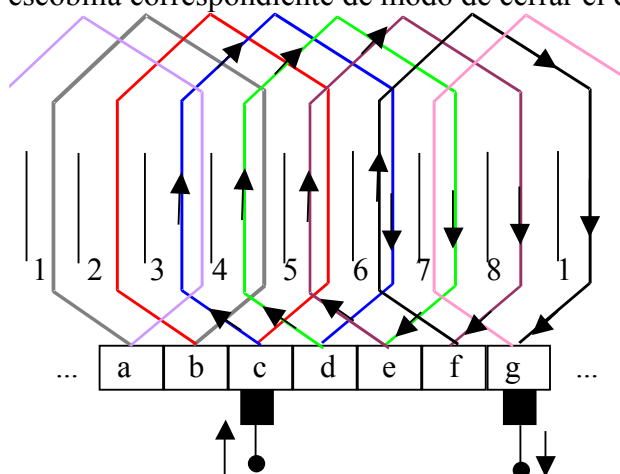


Figura 5.16: Diagrama extendido del enrollado imbricado

Es posible observar que el enrollado imbricado permite sumar los efectos producidos en las bobinas, tanto desde el punto de vista de motor en la conversión energética electro-mecánica como desde el punto de vista del generador en la conversión mecánica-eléctrica (suma de voltajes inducidos).

5.5. CONEXIONES DE MÁQUINAS DE C.C.

Las máquinas de corriente continua, operando tanto como motor o como generador, pueden ser conectadas en diferentes configuraciones dependiendo de las fuentes de alimentación y de los enrollados de campo y armadura. La forma de conectar la máquina determinará su desempeño y características de operación, así como sus curvas de torque-velocidad, regulación y la forma de control y partida en el caso de los motores.

De este modo, si se conecta el campo de la máquina a una fuente de alimentación y la armadura a una fuente de alimentación diferente, se está conectando la máquina (motor en este caso) en una configuración llamada de *excitación independiente*.

Si por el contrario, se dispone de una sola fuente de alimentación y se conectan campo y armadura en paralelo con la fuente, entonces la configuración será denominada *shunt* y en caso de emplear una conexión serie entre campo y armadura, la configuración se denominará, en consecuencia, *serie*.

Las máquinas de C.C. pueden poseer enrollado paralelo (que se utiliza en las conexiones shunt y excitación independiente), enrollado serie o ambos, en cuyo caso además, pueden realizarse conexiones serie-paralelo entre la armadura y el campo, obteniendo configuraciones mixtas que se denominan *compound*.

5.5.1. GENERADORES DE C.C.

5.5.1.1. Generador de excitación separada

- Circuito equivalente y funcionamiento

El circuito equivalente es una representación esquemática de la máquina de C.C. que permite analizar su configuración y desempeño a través de ecuaciones simples que se derivan del mismo circuito.

En el caso del generador de excitación independiente, el circuito equivalente es el de la figura 5.17. Es posible apreciar que el circuito de campo es eléctricamente independiente del circuito de armadura y la dependencia de ambos circuitos es únicamente magnética, a través del flujo ϕ , lo cual constituye la característica distintiva de este tipo de configuración.

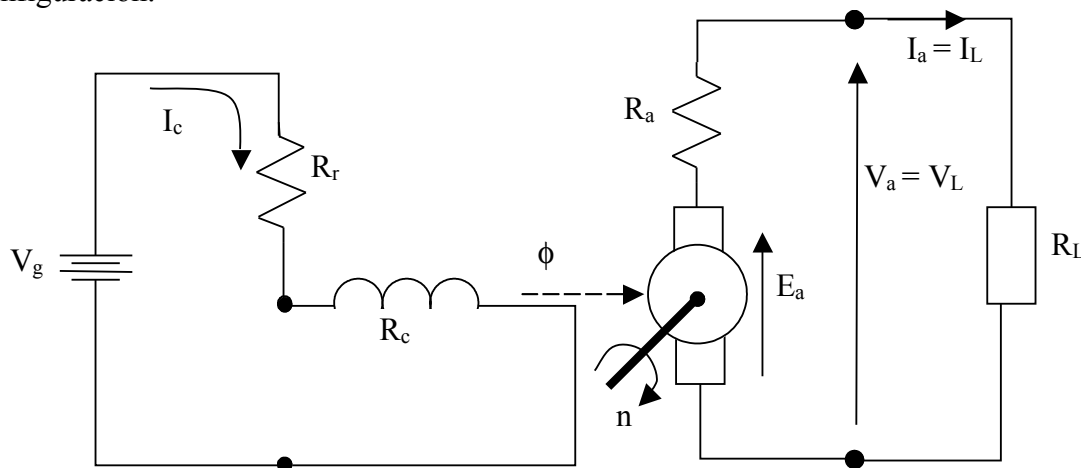


Figura 5.17: Circuito equivalente de un generador de excitación separada.

En la figura:

R : Resistencia de carga alimentada por el generador.

V_L : Voltaje en los terminales de la carga.

I_L : Corriente en la carga.

E : Voltaje generado en la armadura.

R_a : Resistencia del enrollado de armadura.

I_a : Corriente de armadura.

V_a : Voltaje en los terminales de armadura.

R_c : Resistencia del enrollado de campo.

I_c : Corriente por el enrollado de campo.

V_g : Fuente de alimentación del enrollado de campo.

n : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.

R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c

En general $R_a \ll R_c, R_r$, pues el enrollado de armadura debe conducir la corriente elevada de la carga eléctrica ($I_a \gg I_c$).

De la figura es posible deducir:

$$\begin{aligned} V_a &= V_L \\ I_a &= I_L \end{aligned} \quad (5.19)$$

La ecuación del circuito de campo:

$$V_g = (R_c + R_r) \cdot I_c \quad (5.20)$$

La ecuación del circuito de armadura:

$$\begin{aligned} E_a &= V_a + R_a \cdot I_a \\ V_a &= R_L \cdot I_L \end{aligned} \quad (5.21)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas:

$$E_a = K_e \cdot n \cdot \phi \quad (5.22)$$

Además, de acuerdo a (5.13) se tiene:

$$E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.23)$$

- **Característica de voltaje-corriente de carga**

El generador de C.C., considerado como una fuente de tensión continua, debiera, en el caso ideal, entregar en bornes de la armadura un voltaje continuo V_a de magnitud independiente de la carga que está alimentando. Sin embargo, en la práctica existen caídas internas de voltaje que hacen disminuir V_a a medida que la corriente I_a solicitada por la carga, aumenta. De este modo, la curva voltaje-corriente en la carga V_L v/s I_L (para n e I_c constantes) es una de las curvas que determinan el desempeño de los generadores de C.C.

Con el modelo considerado hasta ahora para el generador de excitación independiente, esta característica se calcula de la ecuación del circuito de armadura del generador $V_L = V_a = E_a - R_a \cdot I_a$ (5.21), siendo E_a , n e I_c constantes.

De la ecuación (5.21) se deduce que la característica de carga es una recta de pendiente negativa pequeña, puesto que, en general, R_a es de valor bajo ($\approx 10^{-2}[\Omega]$ en motores de potencias medias). En la práctica, existen otras caídas internas de voltaje aparte de $R_a \cdot I_a$, que pueden ser importantes, tales como la caída de voltaje en escobillas y la caída de voltaje por reacción de armadura.

En la figura 5.18 se muestra la característica V_L v/s I_L del generador de excitación separada, donde u representa la caída de voltaje por concepto de pérdidas en el cobre ($R_a \cdot I_a$) y v son las pérdidas debido a otros efectos como los mencionados anteriormente.

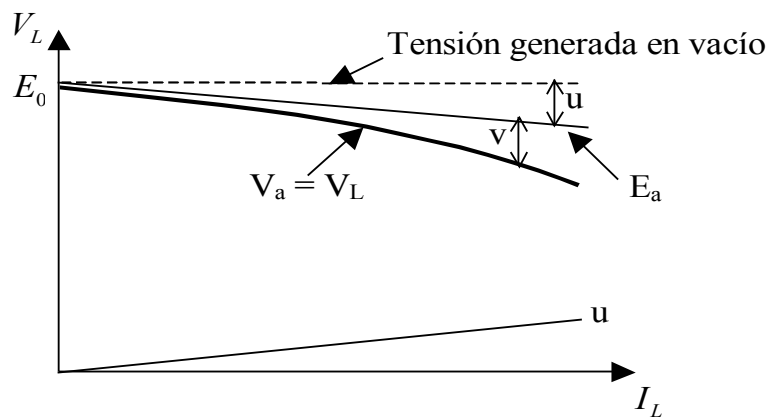


Figura 5.18: Característica V_L v/s I_L en el generador de excitación separada.

5.5.1.2. Generador Shunt

- **Circuito equivalente y funcionamiento**

La figura 5.19 muestra el circuito equivalente del generador shunt.

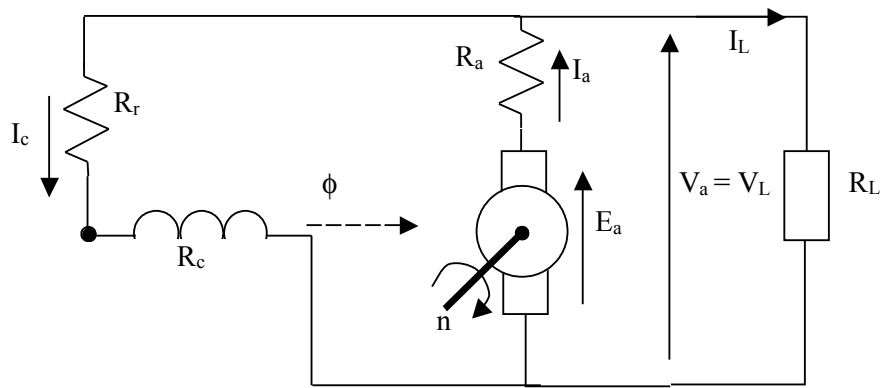


Figura 5.19: Circuito equivalente de un generador shunt.

En la figura:

R : Resistencia de carga alimentada por el generador.

V^L : Voltaje en los terminales de la carga.

I_L : Corriente en la carga.

E : Voltaje generado en la armadura.

R^a : Resistencia del enrollado de armadura.

I_a : Corriente de armadura.

V : Voltaje en los terminales de armadura.

R_c : Resistencia del enrollado de campo.

I_c : Corriente por el enrollado de campo.

n : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.

R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c

De la figura es posible deducir:

$$V_a = V_L = V_c \quad (5.24)$$

La ecuación del circuito de campo:

$$V_c = (R_c + R_r) \cdot I_c \quad (5.25)$$

La ecuación del circuito de armadura:

$$\begin{aligned} E_a &= V_a + R_a \cdot I_a \\ V_a &= R_L \cdot I_L \end{aligned} \quad (5.26)$$

Ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas:

$$E_a = K_e \cdot n \cdot \phi \quad (5.22)$$

Además:

$$E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.23)$$

El generador shunt es denominado generador auto-excitado, debido a que existe un proceso de realimentación positiva como el que se muestra en la figura 5.20.

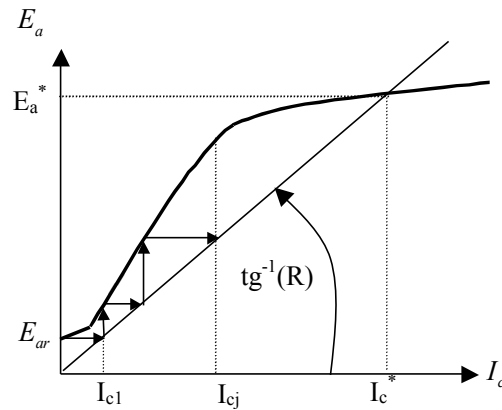


Figura 5.20: Fenómeno de auto-excitación de un generador shunt.

En la práctica, si la máquina ha generado tensión al menos una vez, existe un flujo remanente que permite que aparezca una pequeña tensión inducida en los bornes de la armadura. Al conectar una carga, este voltaje produce una corriente de excitación I_{c1} , la cual provoca una elevación de la tensión que hará que la corriente de campo aumente y así sucesivamente.

El proceso se auto-limita gracias a la característica de saturación del material ferromagnético estabilizándose los valores de tensión y corriente generadas de acuerdo a la velocidad de giro del eje y al valor de la resistencia de campo $R = R_c + R_r$. Esto se observa gráficamente en el punto de intersección de la curva de saturación en vacío y la recta que pasa por el origen con pendiente igual a $tg^{-1}(R)$.

El fenómeno de auto-excitación descrito requiere de ciertas condiciones para poder llevarse a cabo:

- Debe existir un flujo remanente.
- El flujo generado en primera instancia debe sumarse al flujo remanente existente (de lo contrario, el campo se debilita y no se produce la generación).
- El valor de la resistencia de campo ($R = R_c + R_r$) debe ser menor a un cierto valor crítico R_{crit} .

Si la resistencia de campo es muy elevada, la corriente que se establece al conectar la carga resulta insuficiente para elevar la tensión y el fenómeno de auto-excitación no se produce.

En la práctica, al momento de comenzar a generar, la resistencia de campo no debe superar un valor de resistencia crítico que está dado por la pendiente de la recta tangente a la curva de saturación del material ferromagnético.

En la figura 5.21, si $R = R_1 > R_{crit}$ no se produce la generación y sí se produce para $R = R_2 < R_{crit}$.

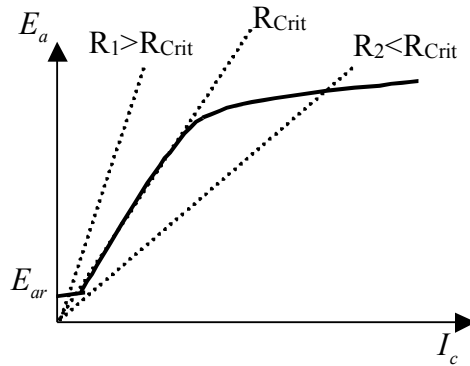


Figura 5.21: Resistencia de campo para la generación.

Además, tal como fue mencionado anteriormente, el fenómeno de auto-excitación termina cuando la curva de saturación del material ferromagnético intercepta la recta de pendiente dada por la resistencia de campo ($tg^{-1}(R)$). En el caso de resistencias mayores a R_{crit} , el punto de estabilización no tiene solución ya que las curvas mencionadas sólo coinciden en el origen.

- **Característica voltaje-corriente de carga.**

El generador de C.C. en configuración shunt presenta la característica V_L v/s I_L mostrada en la figura 5.22.

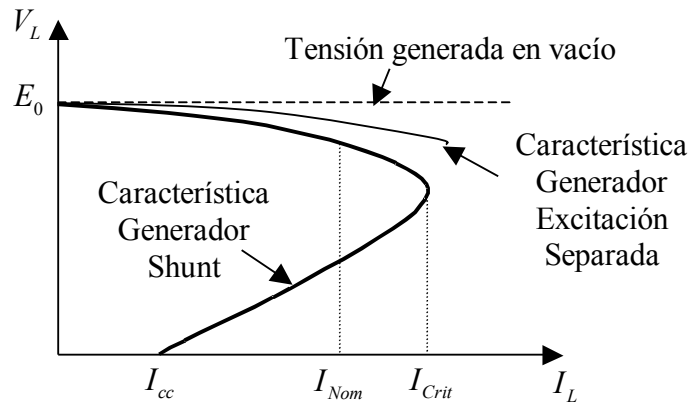


Figura 5.22: Característica V_L v/s I_L en generador shunt.

En el primer tramo la curva característica es similar a la del generador con excitación separada, sin embargo las pérdidas por concepto de reacción de armadura (entre otros) son mayores debido a que las variaciones en el voltaje en la armadura también afectan la excitación del generador.

Además, se aprecia que existe un valor crítico de corriente, a partir del cual, el voltaje en la carga cae bruscamente. En efecto, si se considera que la carga eléctrica comienza a demandar una corriente mayor que un cierto valor crítico (dado por la máxima potencia factible de suministrar), el voltaje en bornes de la armadura comienza a decrecer, debilitando el campo que excita la máquina, lo cual hace decrecer aún más el voltaje. En el caso más extremo, si se cortocircuita la carga, el voltaje en los terminales de la armadura es cero, consecuentemente la corriente de excitación es cero y la única corriente circulante es la que produce la tensión debida al flujo remanente (que tiene un valor mínimo). Por este motivo, se dice que el generador shunt se auto-protege de los cortocircuitos.

5.5.1.3. Generador serie

- Circuito equivalente y funcionamiento.

La figura 5.23 muestra el circuito equivalente del generador serie.

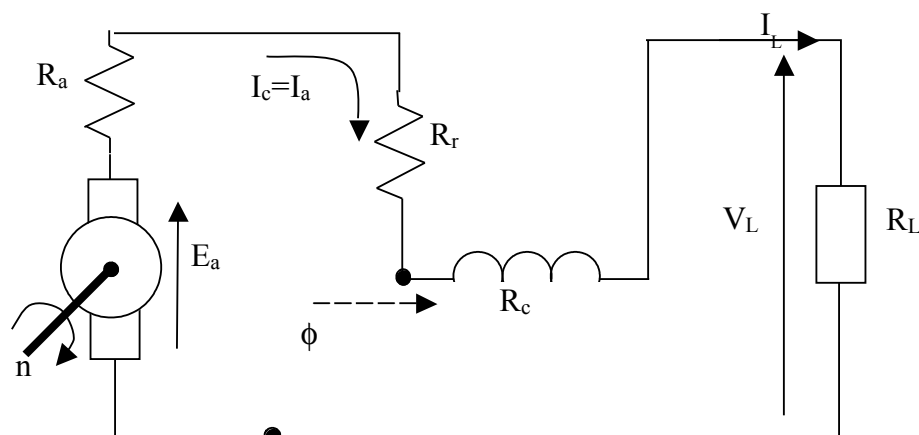


Figura 5.23: Circuito equivalente de un generador serie.

Donde:

R : Resistencia de carga alimentada por el generador.

V_L : Voltaje en los terminales de la carga.

I_L : Corriente en la carga.

E : Voltaje generado en la armadura.

R_a : Resistencia del enrollado de armadura.

I_a : Corriente de armadura.

V_a : Voltaje en los terminales de armadura.

R_c : Resistencia del enrollado de campo.

I_c : Corriente por el enrollado de campo.

n : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.

R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c

Conforme a la figura es posible deducir:

$$\begin{aligned} E_a &= V_L + (R_a + R_c + R_r) \cdot I_a \\ V_L &= R_L \cdot I_L \end{aligned} \quad (5.27)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas (la misma que para los casos anteriores):

$$E_a = K_e \cdot n \cdot \phi \quad (5.22)$$

Además:

$$E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.23)$$

- **Característica voltaje-corriente de carga.**

El generador de C.C. en configuración serie presenta una característica V_L v/s I_L creciente (ver figura 5.24). El funcionamiento de este generador es muy similar al caso anterior, el flujo remanente posibilita la existencia de una corriente inicial que excita el campo, aumentando la tensión generada, consecuentemente la corriente y así sucesivamente hasta saturar el núcleo.

De esta manera, en un primer tramo (zona lineal del material ferromagnético) el voltaje generado crece en forma prácticamente lineal al igual que la tensión generada en vacío, en este caso la diferencia entre las curvas se explica debido principalmente a las pérdidas en el cobre, las cuales crecen linealmente con el aumento de corriente.

Pasado el nivel de corriente nominal, el núcleo se satura, razón por la cual el voltaje en bornes queda limitado y por ende, el valor de la corriente del circuito (corriente de carga). En esta situación, se dice que el generador está en zona la de corriente constante.

Es importante notar que en la zona de corriente constante la caída de tensión se explica por un efecto predominante de la reacción de armadura que se suma a las pérdidas de Joule del generador. Esta particularidad es aprovechada sobre todo en aplicaciones de soldadura de arco, donde al momento de tocarse los electrodos (antes de soldar), el voltaje es bajo y la corriente que fluye es alta y al momento de separar los electrodos, el voltaje aumenta bruscamente y la corriente se mantiene en un valor alto, lo que propicia la aparición del arco eléctrico y permite el proceso de soldadura.

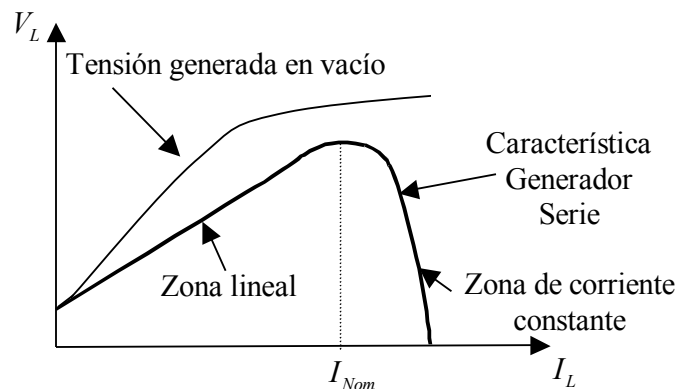


Figura 5.24: Característica V_L v/s I_L en generador serie.

5.5.1.4. Generador compound aditivo

Tal como fue mencionado, aquellas máquinas de C.C. que poseen enrollado paralelo y serie son posibles de configurar como máquinas compound. Este tipo de configuración tiene la característica de emplear el campo en disposición serie-paralelo de modo de combinar las características de operación shunt y serie.

Particularmente, si los flujos generados por el campo serie y paralelo se suman, se dice que la configuración es compound aditiva. Si por el contrario, los flujos se restan, entonces la conexión es de tipo compound diferencial.

- **Circuito equivalente y funcionamiento.**

La figura 5.25 muestra el circuito equivalente de un generador compound aditivo.

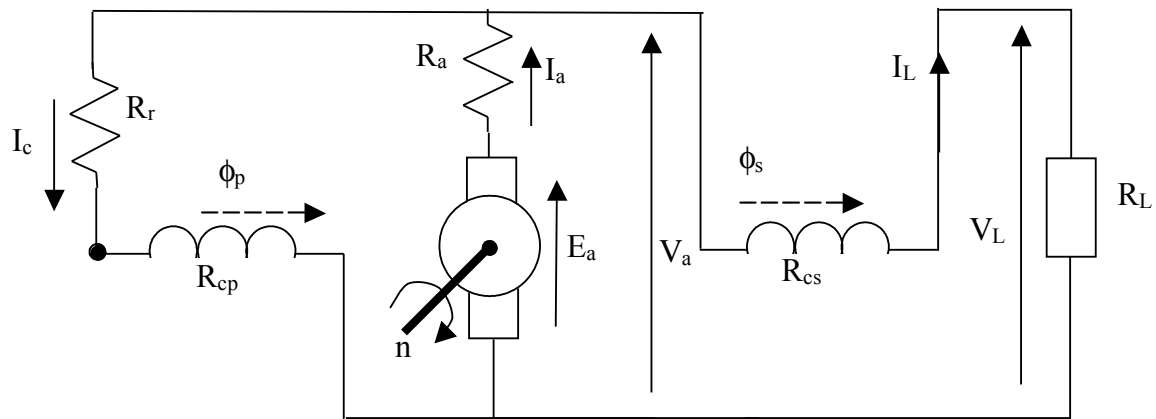


Figura 5.25: Circuito equivalente de un generador compound aditivo.

En la figura:

- R_L : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- V_L : Voltaje en los terminales de la carga.
- I_L : Corriente en la carga.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- R_{cs} : Resistencia del enrollado de campo serie.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo paralelo.
- n : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.

La figura permite establecer las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} E_a &= R_a \cdot I_a + V_a \\ V_a &= V_L + R_{cs} \cdot I_L \\ V_L &= R_L \cdot I_L \end{aligned} \tag{5.28}$$

$$\begin{aligned} V_a &= (R_{cp} + R_r) \cdot I_c \\ I_a &= I_L + I_c \end{aligned} \tag{5.29}$$

En este caso, la ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$\begin{aligned}
E_a &= K_e \cdot n \cdot \phi \\
\phi &= \phi_s + \phi_p
\end{aligned}
\tag{5.30}$$

Además:

$$E_a = G_p \cdot \omega_r \cdot I_c + G_s \cdot \omega_r \cdot I_L \tag{5.31}$$

En este caso, la ecuación (5.31) se modifica respecto de la relación (5.23) debido a que la inductancia mutua del rotor respecto del campo paralelo (G_p) es diferente de la inductancia mutua que desarrolla la armadura con el campo serie (G_s). Además, las corrientes de campo que excitan los campos del generador son diferentes en este caso.

Es importante notar que el esquema de conexión mostrado en la figura 5.25 corresponde a un generador compound aditivo con *derivación corta*, lo cual significa que el campo paralelo se conecta inmediatamente en los bornes de la armadura.

En el caso del generador compound aditivo con *derivación larga*, el campo paralelo se conecta posterior al campo serie (en paralelo con la carga) por lo cual, las ecuaciones que rigen su comportamiento son:

$$\begin{aligned}
E_a &= R_a \cdot I_a + V_a \\
V_a &= V_L + R_{cs} \cdot I_a \\
V_L &= R_L \cdot I_L
\end{aligned}
\tag{5.32}$$

$$\begin{aligned}
V_L &= (R_{cp} + R_r) \cdot I_c \\
I_a &= I_L + I_c
\end{aligned}
\tag{5.33}$$

La ecuación 5.30 es todavía válida, sin embargo, la relación 5.31 se modifica levemente en función de la corriente que recorre en campo serie:

$$E_a = G_p \cdot \omega_r \cdot I_c + G_s \cdot \omega_r \cdot I_a \tag{5.34}$$

El generador compound aditivo requiere de las mismas condiciones que el generador shunt para poder generar, ya que también se cumple el principio de auto-excitación, sólo que en este caso se refuerza el campo producto de la característica serie. De este modo, debe cumplirse las condiciones de existencia de flujo remanente, que el flujo generado por el campo shunt en primera instancia se suma al flujo remanente y que el valor de la resistencia de campo paralelo sea inferior al valor de R_{crit} .

- **Característica voltaje-corriente de carga**

El generador de C.C. en configuración compound aditiva presenta una característica V_L v/s I_L que combina las propiedades del generador shunt y serie (ver figura 5.26).

Dependiendo de cuál sea el efecto predominante (shunt o serie), la curva se eleva por sobre el valor de tensión generada en vacío o bajo él. En efecto, si la característica serie es pequeña, predominan las caídas por efecto Joule y la tensión generada es menor que el valor E_0 generado en vacío; en este caso, la curva característica V_L v/s I_L es similar a la del generador shunt y se dice que el generador compound es *parcialmente compuesto* o *hipocompuesto*.

Si el enrollado serie es grande, entonces el efecto de fortalecimiento del campo predomina sobre las pérdidas de Joule y la tensión inducida se eleva por sobre E_0 (tal como muestra la figura 5.26). En este caso se dice que el generador compound aditivo es *hipercompuesto*.

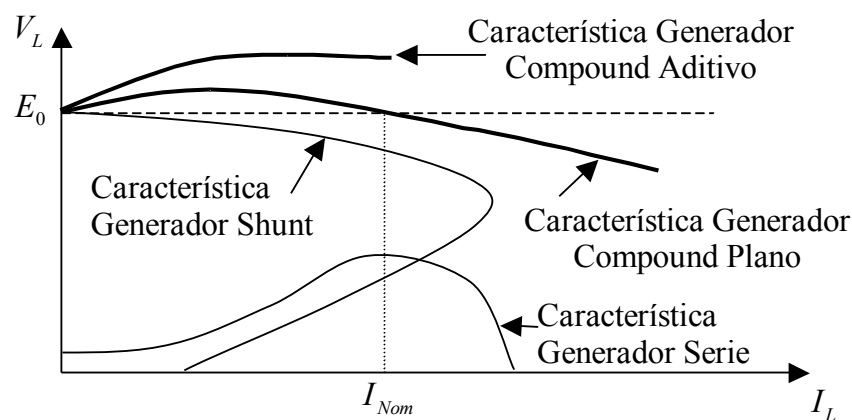


Figura 5.26: Característica V_L v/s I_L en generador compound aditivo⁽⁸⁾.

Un caso particular a los anteriores, es el denominado generador *compound plano*, el cual se diseña de modo que, en el punto de operación nominal, se tenga un valor de tensión inducida igual al valor de generación en vacío.

5.5.1.5. Generador Compound diferencial

- Circuito equivalente y funcionamiento

El generador compound diferencial posee una configuración idéntica al caso anterior (ver figura 5.27), con la salvedad que la polaridad de una de las bobinas de campo (en general serie) se cambia de modo de tener un flujo de campo total equivalente a la resta de los flujos de campo serie y paralelo.

⁸⁰Característica no deducible por superposición

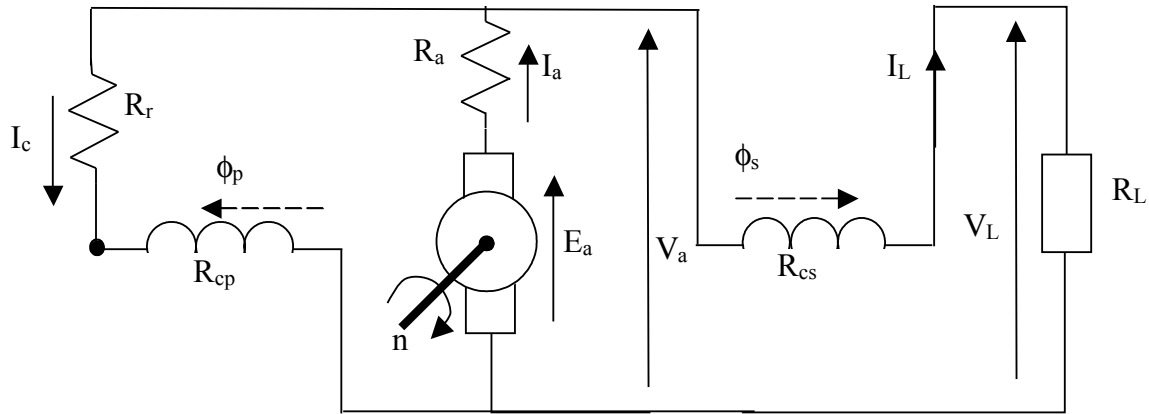


Figura 5.27: Circuito equivalente de un generador compound diferencial.

En la figura se observan los mismos parámetros que en el caso anterior:

- R_L : Resistencia de carga alimentada por el generador.
- V_L : Voltaje en los terminales de la carga.
- I_L : Corriente en la carga.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- R_{cs} : Resistencia del enrollado de campo serie.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- V_a : Voltaje en los terminales de armadura.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo paralelo.
- n : Velocidad del rotor, proporcionada por una máquina motriz externa.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.

La figura permite establecer las mismas relaciones eléctricas que para el caso anterior (ecuaciones (5.28) y (5.29)). Sin embargo, la relación entre variables eléctricas y magnéticas cambia:

$$\begin{aligned} E_a &= K_e \cdot n \cdot \phi \\ \phi &= \phi_p - \phi_s \end{aligned} \quad (5.35)$$

La relación (5.31) se mantiene, sin embargo, debe considerarse que la inductancia mutua varía para adaptarse al cambio de polaridad en el caso del campo serie.

Al igual que en el generador compound aditivo, el esquema de conexión mostrado en la figura 5.27 corresponde a un generador compound diferencial con *derivación corta*. En el

caso del generador compound diferencial con *derivación larga* (el campo shunt se conecta en paralelo con la carga), las ecuaciones (5.32), (5.33), (5.34) ⁽⁹⁾ y (5.35) son las que rigen en comportamiento del generador.

- **Característica voltaje-corriente de carga**

El generador de C.C. compound diferencial presenta la característica V_L v/s I_L mostrada en la figura 5.28.

En ella, es posible observar que los efectos de caída de la tensión inducida producto de la característica serie y paralelo se suman, al contrario que en el caso anterior (generador compound aditivo) donde estos mismos efectos se contrarrestaban pudiendo elevar el voltaje sobre la generación en vacío.

Así, cuando la corriente de armadura aumenta, existe una primera caída de tensión producto de las pérdidas $R_a \cdot I_a$, además, el flujo de campo serie se fortalece debilitando el flujo total del generador ($\phi = \phi_p - \phi_s$), lo que se traduce en un menor voltaje inducido. Este fenómeno explica por qué en el generador compound diferencial la caída de tensión es tan brusca respecto del cambio de corriente.

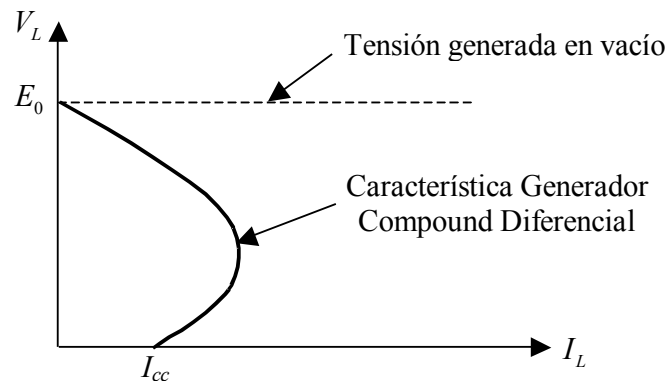


Figura 5.28: Característica V_L v/s I_L en generador compound diferencial.

El generador compound diferencial posee la característica de inmunidad frente a los cortocircuitos, puesto que, en el caso extremo en que la carga se cortocircuita, la corriente de armadura aumenta a un nivel tal, que los flujos de excitación serie y paralelo se cancelan y el voltaje inducido cae a cero, por lo que la corriente de cortocircuito queda limitada a un valor mínimo, tal como ocurre en el generador shunt.

⁹⁰Al igual que en el caso de la ecuación (5.31), la ecuación (5.34) sigue siendo válida pero considerando un cambio en el valor de la inductancia mutua.

5.5.2. MOTORES DE C.C.

5.5.2.1. Motor de excitación separada y motor shunt

- Circuito equivalente y funcionamiento

Debido a la gran similitud que existe en el comportamiento de los motores shunt y paralelo, estos serán analizados en conjunto.

En la práctica, los motores shunt son comparativamente más utilizados, debido a que sólo requieren de una fuente para poder operar, lo cual representa una ventaja respecto de la configuración de excitación separada.

Las figuras 5.29 y 5.30 muestran los circuitos equivalentes de los motores de excitación separada y shunt respectivamente.

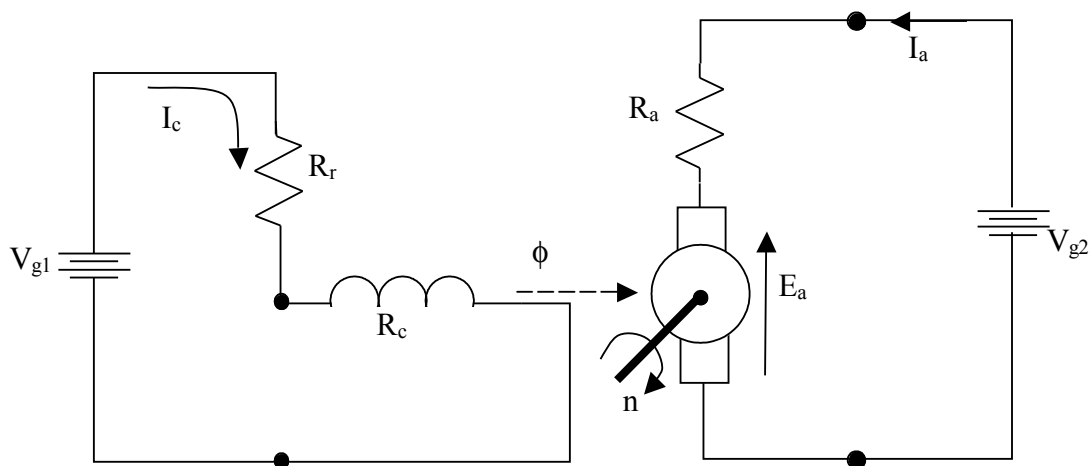


Figura 5.29: Circuito equivalente de un motor de excitación separada.

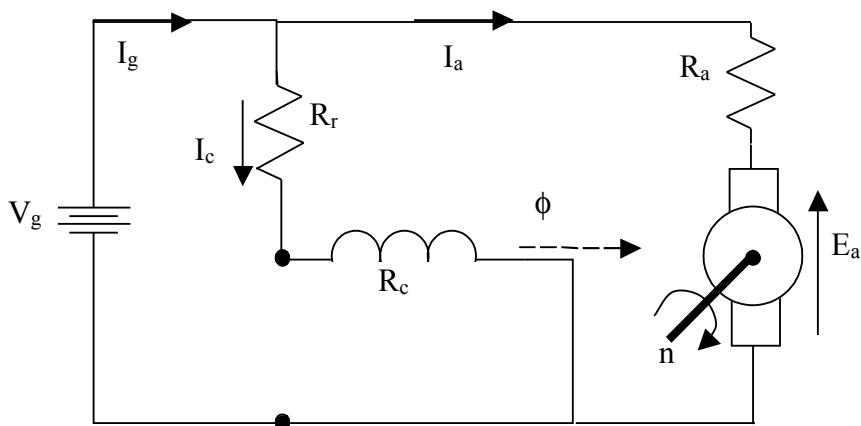


Figura 5.30: Circuito equivalente de un motor shunt.

En las figuras se puede identificar:

- V_g : Fuente de alimentación (motor shunt).
- I_g : Corriente de alimentación (motor shunt).
- V_{g1} : Fuente de alimentación de campo (motor excitación separada).
- V_{g2} : Fuente de alimentación de armadura (motor excitación separada).
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- n : Velocidad del rotor.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta a los terminales del generador para controlar la magnitud de I_c

Adicionalmente, se puede incluir una resistencia variable en el circuito de armadura (R'_r) de modo de variar la corriente I_a . En ese caso se tendría una resistencia de armadura equivalente ($R' = R_a + R'_r$).

En el caso del motor de excitación separada, se tiene las ecuaciones:

Ecuación del circuito de campo:

$$V_{g1} = (R_c + R_r) \cdot I_c \quad (5.36)$$

Ecuación del circuito de armadura:

$$E_a = V_{g2} - R_a \cdot I_a \quad (5.37)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$E_a = K_e \cdot n \cdot \phi \quad (5.22)$$

Adicionalmente se tiene:

$$E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.23)$$

$$T = G \cdot I_c \cdot I_a = K_T \cdot \phi \cdot I_a \quad (5.38)$$

En el caso del motor shunt las ecuaciones son análogas a las anteriores con la salvedad que en este caso $V_{g1} = V_{g2} = V_g$ y además $I_g = I_c + I_a$.

- **Curva torque-velocidad**

Al igual que en caso de la máquina de C.C. conectada como generador, existen curvas que permiten explicar el comportamiento de los motores y estimar su desempeño de acuerdo a las distintas configuraciones de conexión (shunt, serie, etc.). En este sentido, una de las curvas características de los motores de C.C. más representativa es la curva de torque-velocidad que se muestra, para el caso de generador excitación separada y shunt, en las figuras 5.31 y 5.32.

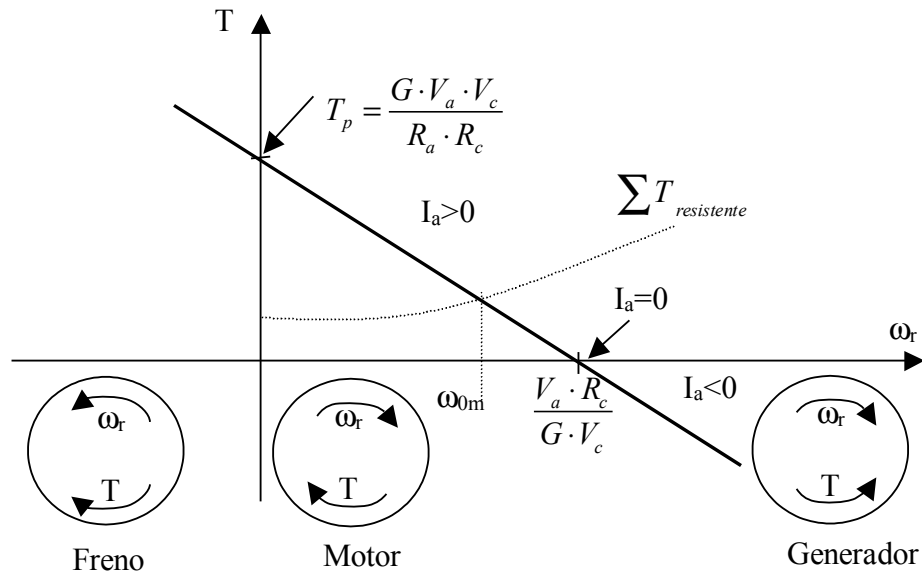


Figura 5.31: Curva torque-velocidad de un motor de excitación separada.

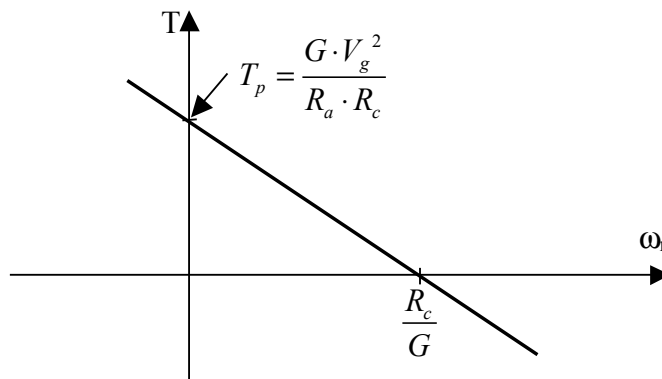


Figura 5.32: Curva torque-velocidad de un motor shunt.

Es posible observar de las figuras que las características torque-velocidad para ambas máquinas son idénticas considerando que para el caso del motor shunt: $V_{g1} = V_{g2} = V_g$.

La característica en la forma de una recta de pendiente negativa se explica al considerar (caso excitación separada):

$$\begin{aligned}
T &= G \cdot I_c \cdot I_a \\
I_c &= \frac{V_{g1}}{R} \quad \text{con } R = R_c + R_r \\
I_a &= \frac{V_{g2} - E_a}{R_a} = \frac{V_{g2} - G \cdot \omega_r \cdot I_c}{R_a} \\
\therefore T &= \frac{G \cdot V_{g1} \cdot V_{g2}}{R \cdot R_a} - \frac{G^2 \cdot V_{g1}^2}{R^2 \cdot R_a} \cdot \omega_r
\end{aligned} \tag{5.39}$$

Conforme a la expresión (5.39) se obtienen los valores de torque en la partida y la velocidad en la que el torque se anula según se muestra en los gráficos correspondientes.

Aparte de lo anterior, también es importante destacar las regiones de operación definidas para el motor (ver figura 5.31):

- Cuando el motor tiene un sentido de torque en contraposición con el sentido de giro, entonces la máquina de C.C. se encuentra actuando como freno (en la práctica esto se consigue cambiando la polaridad del voltaje de armadura).
- Por el contrario si los sentidos de torque y velocidad son los mismos, la máquina está operando como motor.
- Si la máquina está operando como motor y se aumenta la velocidad de giro, el torque generado comienza a disminuir hasta el punto en que se torna cero, si en este caso se sigue aumentando la velocidad entonces la corriente de armadura se invierte y la máquina comienza a operar como generador.

5.5.2.2. Motor serie

- **Circuito equivalente y funcionamiento**

La figura 5.33 muestran el circuito equivalente del motor serie, donde se tiene:

- V_g : Fuente de alimentación.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- V_a : Voltaje de armadura.
- R_c : Resistencia del enrollado de campo.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- n : Velocidad del rotor.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) que normalmente se conecta para controlar la magnitud de I_c

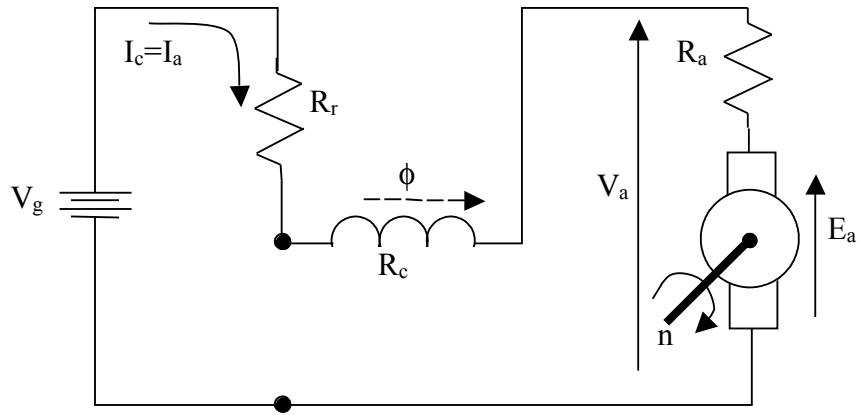


Figura 5.33: Circuito equivalente de un motor serie.

En este caso las ecuaciones asociadas a los circuitos de armadura y campo son:

$$\begin{aligned} I_g &= I_c = I_a \\ V_g &= (R_c + R_r) \cdot I_a + V_a \\ E_a &= V_a - R_a \cdot I_a \end{aligned} \quad (5.40)$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$E_a = K_e \cdot n \cdot \phi \quad (5.22)$$

Adicionalmente se tiene:

$$E_a = G \cdot \omega_r \cdot I_c \quad (5.23)$$

$$T = G \cdot I_c \cdot I_a = K_T \cdot \phi \cdot I_a \quad (5.38)$$

- **Curva torque-velocidad**

La curva de torque–velocidad del motor en conexión serie se muestra en la figura 5.34.

La forma de la curva en este caso se obtiene considerando:

$$\begin{aligned}
T &= G \cdot I_c \cdot I_a = G \cdot I_a^2 \\
V_g &= R \cdot I_a + E_a + R_a \cdot I_a \quad \text{con } R = R_c + R_r \\
E_a &= G \cdot \omega_r \cdot I_a \\
I_a &= \frac{V_g}{(R + G \cdot \omega_r + R_a)} \\
\therefore T &= \frac{G \cdot V_g^2}{(R + G \cdot \omega_r + R_a)^2}
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Con las ecuaciones anteriores es posible calcular el torque de partida para este motor, además, es posible determinar que la curva tiene un par de asíntotas que corresponden a $\omega_r = (R_a + R_c)/G$ y al eje $T = 0$. Esto significa que el motor serie no tiene transición de motor a generador y si el motor se hace operar en vacío (sin carga mecánica) se embala.

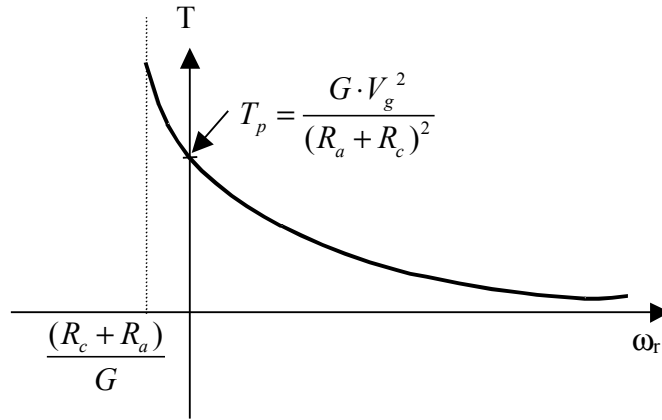


Figura 5.34: Curva torque-velocidad de un motor de serie.

5.5.2.3. Motor compound aditivo

- Circuito equivalente y funcionamiento

En la figura 5.35 se muestra el circuito equivalente del motor compound aditivo. El motor compound diferencial no se estudia debido a que en esta configuración la máquina de C.C. no puede operar debido a que el sentido de giro es muy inestable.

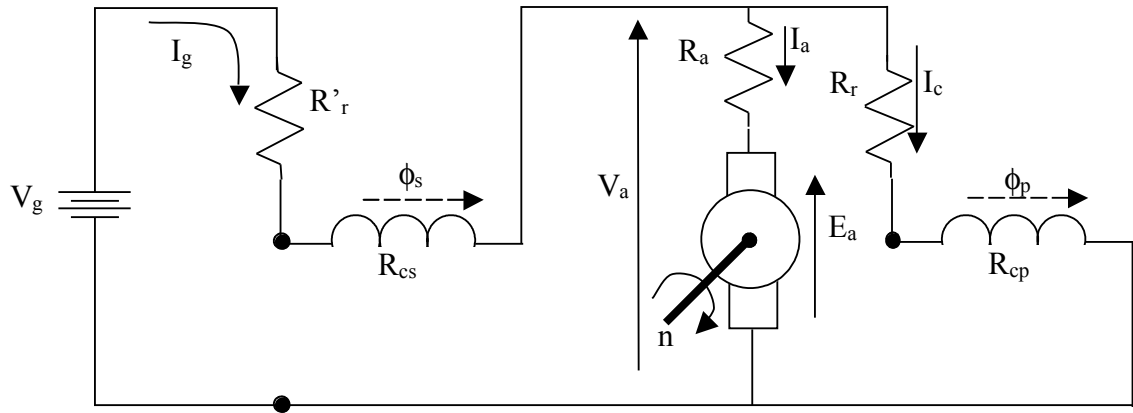


Figura 5.35: Circuito equivalente de un motor compound aditivo.

En la figura:

- V_g : Fuente de alimentación.
- I_g : Corriente de alimentación.
- R'_r : Resistencia variable (reóstato) conectada para controlar la magnitud de I_a
- R_{cs} : Resistencia del enrollado de campo serie.
- E_a : Voltaje generado en la armadura.
- R_a : Resistencia del enrollado de armadura.
- I_a : Corriente de armadura.
- V_a : Voltaje de armadura.
- I_c : Corriente por el enrollado de campo.
- R_r : Resistencia variable (reóstato) conectada para controlar la magnitud de I_c
- R_{cp} : Resistencia del enrollado de campo paralelo.
- n : Velocidad del rotor.
- ϕ_s : Flujo de campo serie.
- ϕ_p : Flujo de campo paralelo.

En este caso las ecuaciones asociadas a los circuitos de armadura y campo son:

$$\begin{aligned}
 I_g &= I_c + I_a \\
 V_g &= (R_{cs} + R'_r) \cdot I_g + V_a \\
 V_a &= E_a + R_a \cdot I_a = (R_{cp} + R_r) I_c
 \end{aligned}
 \tag{5.42}$$

La ecuación que relaciona las variables eléctricas y magnéticas es:

$$\begin{aligned}
 E_a &= K_e \cdot n \cdot \phi \\
 \phi &= \phi_s + \phi_p
 \end{aligned}
 \tag{5.30}$$

Además:

$$E_a = G_p \cdot \omega_r \cdot I_c + G_s \cdot \omega_r \cdot I_g \quad (5.43)$$

Adicionalmente se tiene:

$$\begin{aligned} T &= G_p \cdot I_c \cdot I_a + G_s \cdot I_g \cdot I_a \\ T &\approx G_p \cdot I_c \cdot I_a + G_s \cdot I_a^2 \\ (I_g &\approx I_a \text{ puesto que } I_c \text{ es pequeño}) \end{aligned} \quad (5.44)$$

- **Curva torque-velocidad**

La curva de torque-velocidad del motor compound aditivo se muestra en la figura 5.36.

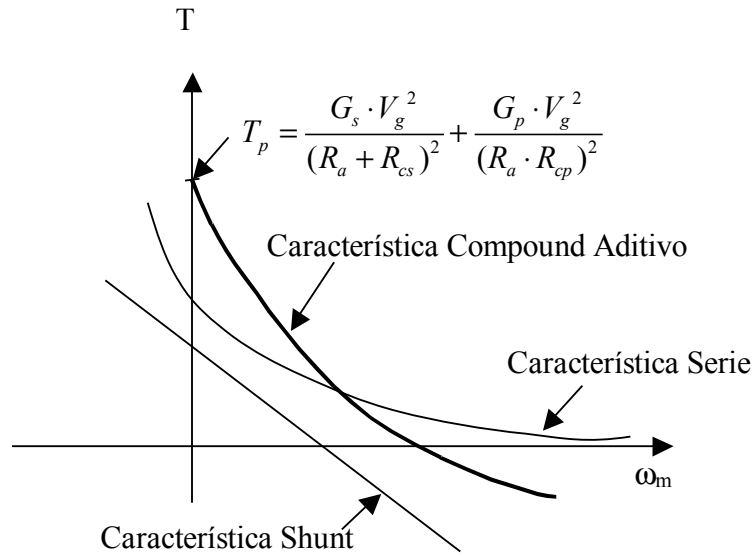


Figura 5.36: Curva torque-velocidad de un motor compound aditivo.

La forma de la curva en este caso se obtiene considerando:

$$\begin{aligned} T &\approx G_p \cdot I_c \cdot I_a + G_s \cdot I_a^2 \\ T &\approx \frac{G_s \cdot V_g^2}{(R + G_s \cdot \omega_r + R_a)^2} + \frac{G_p \cdot V_a^2}{R_a \cdot R} - \frac{G_p \cdot V_a^2}{R_a \cdot R^2} \cdot \omega_r \\ \text{con } R &= R_c + R_r \end{aligned} \quad (5.45)$$

Si además se considera $V_a \approx V_g$ entonces:

$$T \approx \frac{G_s \cdot V_g^2}{(R + G_s \cdot \omega_r + R_a)^2} + \frac{G_p \cdot V_g^2}{R_a \cdot R} - \frac{G_p \cdot V_g^2}{R_a \cdot R^2} \cdot \omega_r \quad (5.46)$$

Lo que corresponde a la suma de las características torque-velocidad serie y paralelo.

5.6. APLICACIONES

5.6.1. INTRODUCCIÓN

Los motores de corriente continua son apropiados cuando se requiere gran precisión de velocidad o posición, en general se emplean en configuración de excitación separada, ya que con esta conexión es posible desacoplar las variables y establecer estrategias de control lineal.

La aplicación de los motores de C.C. se lleva a cabo en potencias bajas o medias y velocidades no muy altas. La velocidad queda limitada desde el punto de vista del desgaste del colector y las escobillas, además, para potencias altas la diferencia de potencial entre delgas es muy alta lo cual desgasta prematuramente el colector debido a los grandes arcos eléctricos que se producen por el efecto de armadura. También, la existencia de chisporroteo en el colector (aún en los casos en que la máquina cuenta con interpolos) hace que los motores de C.C. sean prohibitivos en ambientes de trabajo donde existan gases o materiales inflamables.

Los motores de C.C. son menos robustos, requieren mucha mantención y tiene un mayor volumen y peso por unidad de potencia, motivo por el cual están siendo remplazados por motores de alterna, especialmente motores de inducción tipo jaula de ardilla.

Los motores de corriente alterna son de mucha mayor robustez y simpleza, tienen diseños más compactos y requieren de menos mantenimiento que los motores de C.C. Por estas razones son cada vez más utilizados en aplicaciones de diversa índole. Además, los avances en electrónica de potencia ha permitido desarrollar controles cada vez más precisos y versátiles a través del control de frecuencia.

En general, los motores síncronos son utilizados para aplicaciones de gran potencia (por ejemplo, en la industria minera), en tanto que los motores de inducción predominan en las aplicaciones de potencias bajas y medias.

En los puntos que siguen se muestran las aplicaciones más comunes de motores eléctricos y un ejemplo de realidad nacional.

5.6.2. APLICACIONES DOMÉSTICAS

En la siguiente tabla se muestran aplicaciones típicas.

Tabla 5.2. Aplicaciones domésticas del motor C.C.

Aplicación	Tipo de Motor
Electrodomésticos: batidoras, jugueras, lavadoras, secadoras, lavavajillas, ventiladores, etc.	Motor de inducción, monofásico (aplicaciones de motores trifásicos sólo en máquinas industriales).
Automóvil: motor de arranque, limpiaparabrisas, alzacristales eléctrico, etc.	Motores de C.C.
Audio-video: caseteras, lector de CD, video, etc.	Motores de C.C.

5.6.3. APLICACIONES INDUSTRIALES

Tabla 5.3. Aplicaciones industriales del motor C.C.

Aplicación		Tipo de Motor
Servicios de agua potable: Bombas hidráulicas		Motor de inducción tipo jaula de ardilla.
Embotelladoras: Correa transportadora de envases.		Motor de C.C. (debido a la precisión de posición requerida).
Imprenta: Prensa, rodillos de papel, etc.		Motor de C.C. (debido a la precisión de posición requerida para la prensa y a la precisión del torque y velocidad en los rodillos).
Aserraderos: Sierras.		Motor de Inducción jaula de ardilla (desde el punto de vista flicker son menos nocivos los motores síncronos, sin embargo a potencias medias los motores de inducción (200-600 [HP]) son mucho más económicos).
Papelera: Rodillos.		Motor de C.C. (debido a la precisión de torque y velocidad requeridos, ya que el papel es frágil y si se corta el rollo debe reciclarse completo).
Industria de cemento: Hornos rotatorios.		Motor de C.C.
Barcos: Elevador de ancla.		Motor de inducción rotor bobinado (alto torque de partida y menos perturbador del sistema que el motor jaula de ardilla).
Acerías: Cintas transportadoras, sierra.		Las cintas se mueven mediante motores de C.C. debido a la alta precisión requerida en el posicionamiento (el proceso de producción es totalmente continuo, ya que el tubo o lámina de acero no se interrumpe). La sierra rota gracias a un motor de inducción trifásico, pero su posicionamiento (en el punto de corte) se realiza a través de un motor de C.C.
Otras aplicaciones:	Cintas transportadoras.	Motores de C.C. o motor de inducción jaula de ardilla (dependiendo de la precisión requerida)
	Elevadores, montacargas.	Motores de inducción jaula de ardilla.
	Grúas	Motores de inducción jaula de ardilla en los ejes de menor precisión y motor de C.C. en la pluma.
	Robots	Motor de C.C.
	Ascensores	Motor de C.C. (más antiguo) y motor de inducción jaula de ardilla (nuevo).
	Máquinas de precisión: Fresas, tornos, etc.	Motor de C.C.

5.6.4. APLICACIONES EN TRANSPORTE

Tabla 5.2. Aplicaciones en transporte del motor C.C.

Aplicación	Tipo de Motor
Metro	Los antiguos carros del Metro empleaban motores de C.C. en configuración serie (Línea 1); sin embargo, los nuevos carros de la Línea 5 emplean motores de alterna, específicamente motores de inducción jaula de ardilla.
Automóviles eléctricos: Autos, motos, camiones, etc.	Se han usado motores de C.C. en configuración serie (configuración traccionaria). En la actualidad, aún existe mayor número de motores de C.C., principalmente debido a su tecnología de control ya consolidada, pero los motores de inducción han ido ganando terreno en forma progresiva.

5.6.5. EJEMPLO CARACTERÍSTICO CHILENO: LA GRAN INDUSTRIA MINERA DEL COBRE

En la industria minera del cobre se pueden encontrar gran cantidad de motores eléctricos en distintas aplicaciones y a diferentes niveles de potencia:

- **Proceso de chancado:** en general, las máquinas chancadoras son de potencias medias en torno a 500 [HP]. La tecnología antigua empleaba motores sincrónicos para estas máquinas; pero en la actualidad se emplean motores de inducción tipo jaula de ardilla.
- **Proceso de harneado:** los harneros, también de potencias medias, emplean motores de inducción tipo jaula de ardilla para hacer la selección del material por tamaño de roca.
- **Proceso de transporte de material:** en general, para el transporte del material a través de correas transportadoras, coexisten dos tecnologías de motores, los motores de C.C., que dominaban esta aplicación años atrás y los motores de inducción tipo jaula de ardilla, que están penetrando el mercado en los últimos años.
- **Proceso de molienda:** este proceso se realiza a niveles de potencia bastante superiores a los anteriores, los molinos SAG, de potencias en torno a los 17.000 [HP], ocupan motores síncronos. Lo mismo ocurre con los molinos de bola pese a tener potencias menores que lo molinos SAG (7.000-8.000 [HP]).
- **Proceso de fundición:** en este proceso los motores eléctricos se emplean en extractores y ventilación, las tecnologías son variadas; pero, sólo excepcionalmente, se ocupan los motores síncronos (potencias muy altas). Adicionalmente, se emplea para realimentación del proceso un hidrociclón (centrífuga), el cual posee un motor a potencia media tipo jaula de ardilla.

5.7. EJERCICIOS RESUELTOS

Problema 1.

Un motor shunt es alimentado con una corriente de armadura de 40[A] desde una fuente de 120[V]. En estas condiciones, el motor entrega potencia mecánica de 4[kW] en su eje a una velocidad de 20 [rev/s]. La resistencia de armadura es de 0,25[Ω].

Se pide calcular:

- a) El torque mecánico que se pierde por efecto de roce a 20[rev/s].
- b) La corriente de armadura requerida para entregar la mitad de la potencia mecánica a la misma velocidad.

Solución:

- a) Se sabe que:

$$T_m = T_e - T_{perd}$$

$$P_m = 2\pi n \cdot T_m \Rightarrow T_m = \frac{P_m}{2\pi \cdot n} = \frac{4000}{2\pi \cdot 20} = 31,8 [Nm]$$

$$P_e = E_a \cdot I_a = 2\pi n \cdot T_e \Rightarrow T_e = \frac{E_a \cdot I_a}{2\pi \cdot n}$$

Además:

$$E_a = V_f - I_a R_a = 120 - (40 \cdot 0,25) = 110 [V]$$

$$T_e = \frac{110 \cdot 40}{2\pi \cdot 20} = 35 [Nm]$$

Con ello:

$$T_{perd} = 35 - 31,8 = 3,2 [Nm]$$

b)

Puesto que $P = \omega T$, la mitad de potencia implica mitad de torque, por lo tanto:

$$T_m = 15,9 [Nm].$$

Además, las pérdidas por roce son idénticas debido a que la velocidad no cambia, por lo cual:

$$T_e = 15,9 + 3,2 = 19,1 [Nm]$$

Del torque eléctrico se sabe que:

$$T_e = K_T \phi I_a$$

Dado que el flujo sólo depende del voltaje aplicado al estator, el cual es constante, se puede establecer la siguiente relación:

$$\frac{T_e}{T'_e} = \frac{I_a}{I'_a} \Rightarrow I'_a = \frac{I_a \cdot T'_e}{T_e}$$

Con ello:

$$I'_a = \frac{40 \cdot 19,1}{35} = 21,8 [A]$$

Problema 2.

Un motor shunt alimentado con 250[V] tiene una corriente de alimentación de 100[A] a velocidad nominal de 1200 [RPM]. La resistencia del circuito de armadura es $R_a = 0,1[\Omega]$ y la resistencia de campo es $R_c = 250[\Omega]$.

Se pide calcular:

- a) La potencia mecánica de salida a plena carga sin considerar pérdidas.
- b) Torque electromagnético a plena carga.
- c) La regulación de velocidad, dado que la corriente de armadura sin carga es de 10[A].

Solución:

a)

Se sabe que la corriente de alimentación (I_f) es igual a la suma de las corrientes de armadura y campo:

$$I_f = I_a + I_c \Rightarrow I_a = I_f - I_c$$

Además:

$$I_c = \frac{V_f}{R_c} = \frac{250}{250} = 1[A]$$

Por lo tanto:

$$I_a = 100 - 1 = 99[A]$$

Por otro lado:

$$E_a = V_f - R_a \cdot I_a = 250 - (0,1 \cdot 99) = 240,1[V]$$

Entonces:

$$P_s = E_a I_a = 240,1 \cdot 99 = 23,77[kW].$$

b)

De la relación $P = \omega T$, se tiene:

$$T_e = \frac{P_s}{2\pi \cdot n} = \frac{23770}{2\pi \cdot \left(\frac{1200}{60}\right)} = 189 [Nm]$$

c)

La regulación de velocidad se define:

$$Reg_{vel} = \frac{n_{sin\ carga} - n_{plena\ carga}}{n_{plena\ carga}} \cdot 100$$

En el caso a plena carga conocemos: $E_a = 240,1 [V]$ y la velocidad $n = 20 [rev/s]$.

Para el caso sin carga se tiene:

$$E_a = V_f - I_a R_a = 250 - (10 \cdot 0,1) = 249 [V]$$

y:

$$Reg_{vel} = \frac{E_a (sin\ carga)}{E_a (plena\ carga)} \cdot n_{plena\ carga} = \frac{249}{240,1} \cdot 20 = 20,74 [rev/s]$$

Por lo tanto, la regulación de velocidad es:

$$Reg_{vel} = \frac{20,74 - 20}{20} \cdot 100 = 3,7\%$$

Problema 3.

Un generador de excitación separada posee los siguientes valores nominales: 100[A], 250[V] y 1200 [RPM]. La resistencia de armadura es de 0,1[Ω] y la de campo es de 250[Ω].

Excitado desde una fuente independiente de 250[V], el generador entrega 100[A] a 250[V] con una velocidad de 1400 [RPM].

En estas condiciones se pide calcular:

- La resistencia de un reóstato agregado en serie al campo del generador, de modo de lograr condiciones nominales.
- El torque electromagnético cuando $n = 1400 [RPM]$.
- La regulación de voltaje.

Solución:

a)

Se sabe que para las condiciones de operación del generador: 250[V] y 100[A] generados a 1400 [RPM], la resistencia total de campo es de 250 [Ω].

Por otra parte, la nueva resistencia de campo será la suma de la resistencia de campo del generador y el reóstato (cuyo valor se debe calcular):

$$R'_c = 250 + R_r$$

Además, el voltaje y corriente generados son idénticos al caso nominal, lo cual implica que la fem inducida E_a es la misma para ambas velocidades:

$$E_a = V_s + I_a R_a = 250 - (0,1 \cdot 100) = 260[V]$$

Puesto que $E_a = K_e \cdot I_c \cdot n$ se puede deducir de la siguiente relación:

$$I_c \cdot n_1 = I'_c \cdot n_2$$

O equivalentemente:

$$\frac{V_f}{R_c} n_1 = \frac{V_f}{R'_c} n_2 \Rightarrow R'_c = \frac{R_c \cdot n_2}{n_1}$$

Por lo tanto:

$$R'_c = \frac{250 \cdot 1400}{1200} = 292[\Omega]$$

Finalmente:

$$R_r = R'_c - 250 = 42[\Omega]$$

b)

Se tiene que:

$$T_e = \frac{P_s}{2\pi \cdot n} = \frac{E_a \cdot I_a}{2\pi \cdot n} = \frac{260 \cdot 100}{2\pi \cdot \left(\frac{1400}{60}\right)}$$

Con lo cual:

$$T_e = 177 [Nm]$$

c)

La regulación de voltaje se define:

$$Reg_{volt} = \frac{V_s(\sin\text{ carga}) - V_s(\text{plena carga})}{V_s(\text{plena carga})} \cdot 100$$

En el caso a plena carga: $V_s = 250 [V]$.

Para el caso sin carga (circuito abierto) se tiene que:

$$I_a = 0 \Rightarrow V_s = E_a = 260 [V]$$

Por lo tanto, la regulación de voltaje es:

$$Reg_{volt} = \frac{260 - 250}{250} \cdot 100 = 4\%$$