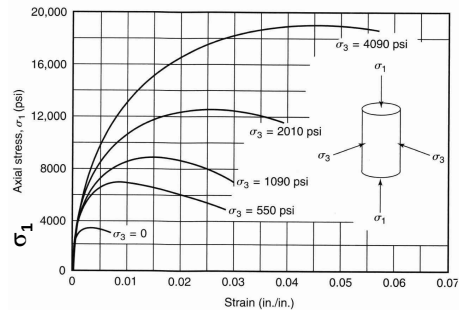
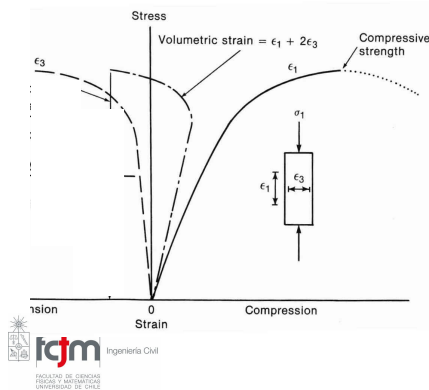


Análisis no lineal del hormigón armado

- **Hormigón en compresión – Confinado**
 - Expansión por efecto de Poisson
 - Confinamiento por refuerzo de corte o perimetral



$$\sigma_1 = f'_c + 4.1\sigma_3$$

Nota: En hormigones de alta resistencia y hormigones livianos el efecto de confinamiento disminuye (coeficiente baja de 4.1 a 2.0)

Análisis no lineal del hormigón armado

- **Hormigón en compresión – Confinado**

- Presión de confinamiento (f_l)

$$(\sigma_1 = f'_{cc}) = f'_c + 4.1(\sigma_3 = f_l = \frac{2A_s f_{yt}}{b_c s})$$

- Cuantía volumétrica (ρ_s)

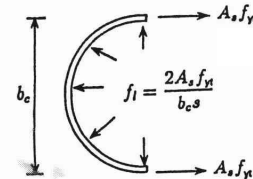
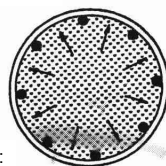
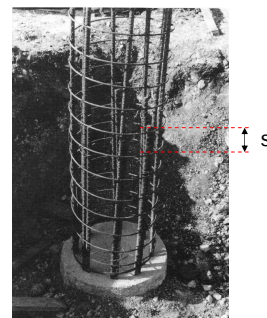
$$\rho_s = \frac{\text{volumen de barra espiral}}{\text{volumen de hormigón confinado}} = \frac{A_s \pi b_c}{s \pi b_c^2 / 4} = \frac{4A_s}{s b_c}$$

$$\Rightarrow f'_{cc} = f'_c + 4.1 \left(\frac{2A_s f_{yt}}{b_c s} \right) \approx f'_c + 2\rho_s f_{yt}$$

$$\Rightarrow f'_{cc} = f'_c + 4.1 \left(\frac{2A_s f_{yt}}{b_c s} \right) \approx 0.85 f'_c + 2\rho_s f_{yt}$$

Coeficiente para el caso de **columnas** producto de:

- aplicación de cargas lentas, y
- Debilitamiento de hormigón superficial (cara superior) por migración de agua en hormigón fresco



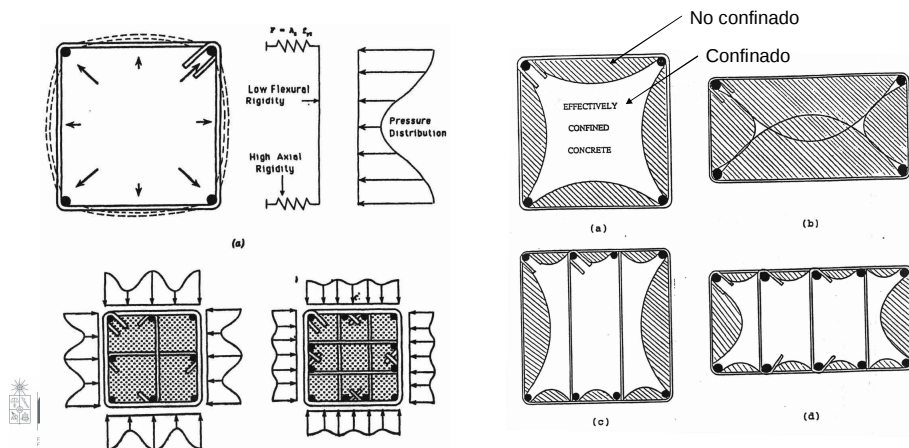
b_c medido centro a centro del acero de estribo o zuncho

Análisis no lineal del hormigón armado

- **Hormigón en compresión – Confinado**

- Presión lateral efectiva (f_{le})

- Distribución no uniforme transversal (columna rectangular)

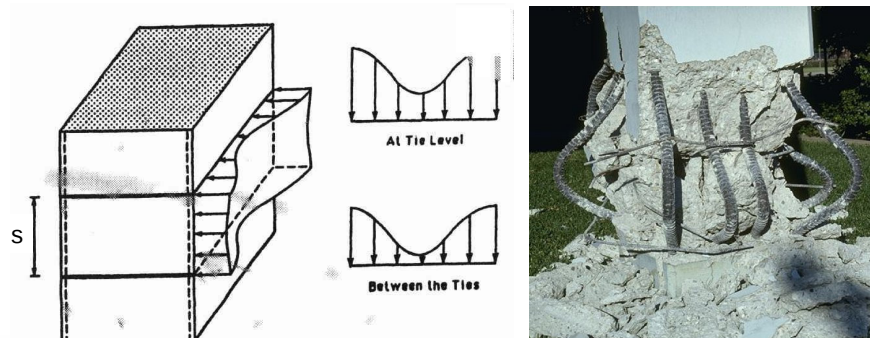


Análisis no lineal del hormigón armado

- **Hormigón en compresión – Confinado**

- Presión lateral efectiva (f_{le})

- Distribución no uniforme a lo largo de la columna (s)
 - El efecto de distribución asume que las barras no fallarán por pandeo local entre estribos o el zuncho



Análisis no lineal del hormigón armado

- Hormigón en compresión – Confinado**

Saatcioglu & Razvi (1992) (otros modelos disp.)

- **Presión lateral efectiva (f_{le})**

$$f'_{cc} = f'_c + k_1 f_{le}$$

$$k_1 = 6.7 (f_{le})^{-0.17} \quad \text{Para } 30 > f_l > 3 \text{ MPa (programa experimental)}$$

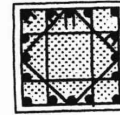
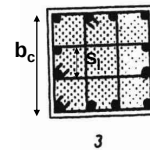
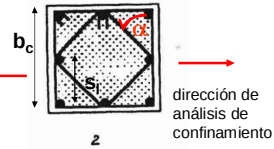
$$f_{le} = k_2 f_l$$

- **Efecto de cantidad y dirección de ramas de refuerzo**

$$f_l = \frac{\sum A_s f_y \sin \alpha}{b_c s} \quad (\text{caso general de confinamiento})$$

$$k_2 = 0.26 \sqrt{\frac{b_c}{s} \frac{b_c}{s_l} \frac{1}{f_l}} \leq 1$$

$k_2 = 1$ para sección circular
 s_l = espaciamiento lateral de barras longitudinales apoyadas (**centro a centro de barras longitudinales**).
 Conservadoramente se puede utilizar el mayor valor



Análisis no lineal del hormigón armado

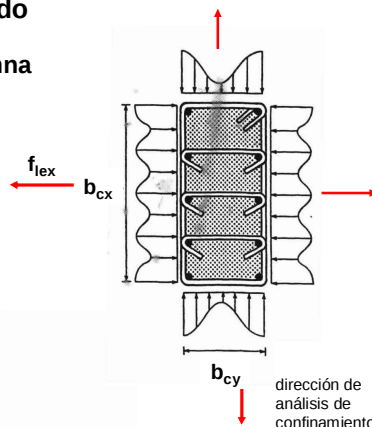
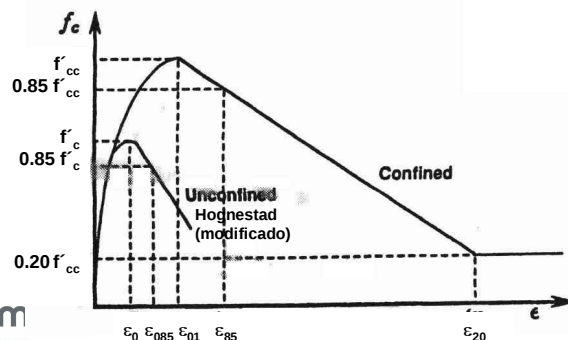
- Hormigón en compresión – Confinado**

Saatcioglu & Razvi (1992)

- **Presión lateral efectiva (f_{le}) en columna rectangular**

$$f_{le} = \frac{f_{lex} b_{cx} + f_{ley} b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}}$$

- **Tensión vs deformación**



Análisis no lineal del hormigón armado

• Hormigón en compresión – Confinado

Saatcioglu & Razvi (1992)

– Deformación para el máximo de capacidad (f'_{cc})

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{01} (1 + 5K)$$

$$K = \frac{k_1 f_e}{f'_c} \quad \text{Relación de aumento de capacidad axial}$$

– Ductilidad

$$\varepsilon_{85} = 260 \rho \varepsilon_1 + \varepsilon_{085}$$

$$\rho = \frac{\sum A_s \sin \alpha}{(b_{cx} + b_{cy})s}$$

Cuánta de volumen de refuerzo total (direcciones x e y).
En el caso de espirales se reduce a la expresión:

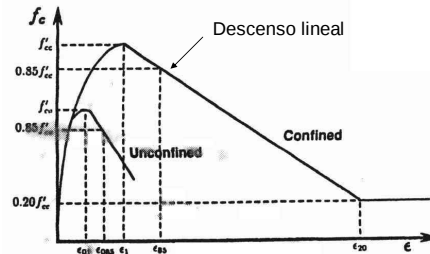
$$\rho = \frac{2A_s}{sb_c}$$

– Tensión vs deformación



$$\frac{f_c}{f'_{cc}} = \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} \right)^2 \right]^{1/(1+2K)} \leq 1$$

Curva ascendente (hasta la capacidad máxima)



Análisis no lineal del hormigón armado

• Modelamiento en flexión con *carga axial*

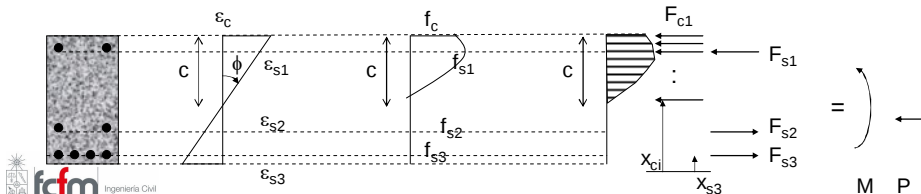
– Metodología:

- Seleccionar valor de ϕ
- Establecer valor tentativo para ε_c (o ε_s)
- Determinar f_c y f_s (tensiones en hormigón y acero)
- Determinar F_c y F_s (fuerzas asociadas al hormigón y acero).
Usar área tributaria para hormigón
- Determinar la resultante de las fuerzas y verificar que:

$$P = \sum F_{ci} + F_{si} = P_{ext} \quad \text{sino}$$

- Determinar la resultante de momento:

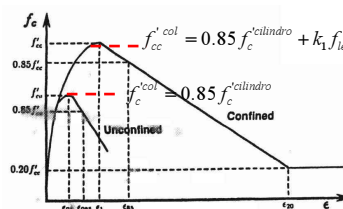
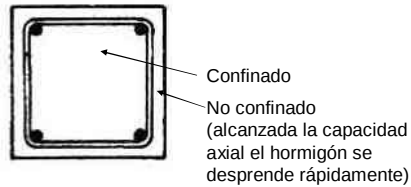
$$M = -P_{ext} x_P + \sum F_{ci} x_{ci} + F_{si} x_{si}$$



Comportamiento de columnas

• Compresión pura

– Hormigón confinado (f'_{cc}) y no confinado (f'_c)



– Capacidad axial

$$P = \sum f'_c A_{NC} + f'_{cc} A_C + f_s A_s$$

$$= \sum 0.85 f'_c A_{NC} + (0.85 f'_c + k_1 f_{le}) A_C + f_s A_s$$

Coefficiente 0.85 para el caso de **columnas** producto de: (a) aplicación de cargas lentas, y
(b) Debilitamiento de hormigón superficial (cara superior) por migración de agua en hormigón fresco



Análisis no lineal del hormigón armado

• Modelamiento en flexo-compresión (*confinado y no confinado*)

– Metodología:

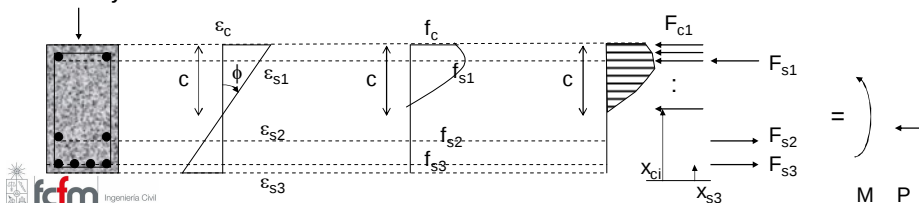
- Seleccionar valor de ϕ
- Establecer valor tentativo para ϵ_c (o ϵ_s)
- Determinar f_c y f_s (tensiones en hormigón y acero)
- Determinar F_c y F_s (fuerzas asociadas al hormigón y acero). Usar área tributaria para hormigón
- Determinar la resultante de las fuerzas y verificar que:

$$P = \sum F_{ci} + F_{si} = P_{ext} \quad \text{sino}$$

- Determinar la resultante de momento:

$$M = -P_{ext} x_p + \sum F_{ci} x_{ci} + F_{si} x_{si}$$

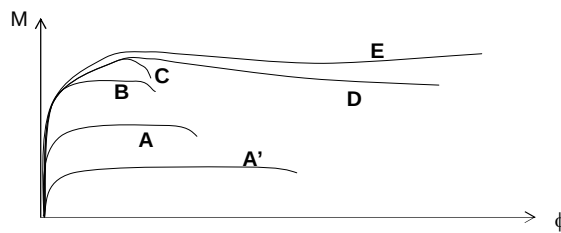
Discretización de fuerzas (franjas) para hormigón confinado y no confinado con áreas tributarias



Análisis no lineal del hormigón armado

• Respuesta de Momento-Curvatura (viga)

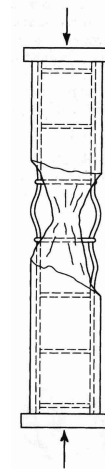
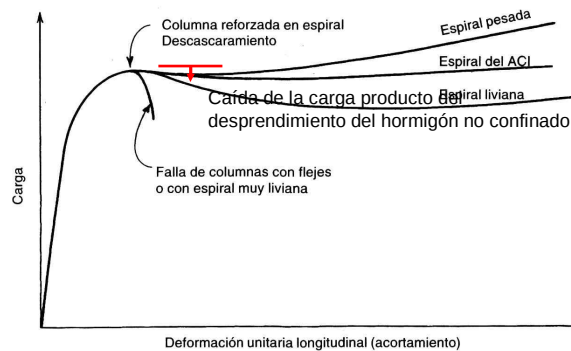
	A	B	C	D	E	A'
f_y [MPa]	280	420	420	420	420	280
Endurecimiento en acero	no	no	si	si	si	no
ρ	~1%	~1%	~1%	~1%	~1%	~0.5%
ρ'	0	0	0	0	~0.5%	0
f'_c [MPa]	30	30	30	30	30	30
Confinado	no	no	no	si ($\rho \sim 1\%$)	si ($\rho \sim 1\%$)	no



Comportamiento de columnas

• Armadura transversal para columnas

- Evitar pandeo de barras longitudinales
- Confinamiento (aumento de capacidad a compresión y deformación axial)
- Esfuerzo de corte



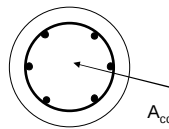
Ref. Nilson (1999)

Comportamiento de columnas

- Armadura transversal para columnas
 - Confinamiento mínimo para mantener carga axial
 - Zunchos o espirales

Antes del desprendimiento del hormigón no confinado

Después del desprendimiento del hormigón no confinado



$$P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_s) + f_y A_s$$

A_g = sección bruta de hormigón

A_s = sección de acero

$$P_1 = (0.85 f'_c + 2 \rho_s f_{yt}) A_{cc} + f_y A_s$$

A_{cc} = sección confinada de hormigón

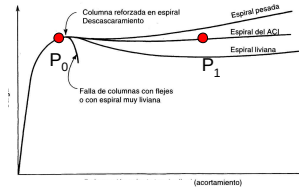
(medida al borde exterior del zunchos o estribo)

f_{yt} = tensión de fluencia de acero transversal

$$\Rightarrow 0.85 f'_c (A_g - A_s) + f_y A_s = (0.85 f'_c + 2 \rho_s f_{yt}) A_{cc} + f_y A_s$$

$$\Rightarrow \rho_s = \frac{0.85 f'_c}{2 f_{yt}} \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - \frac{A_s}{A_{cc}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \rho_s \geq \rho_{s,min} \approx 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \quad (\text{ACI 318-05 Ec. 10-5})$$



*MKP = modelo de confinamiento modificado de Kent y Park (1982)

INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD DE CHILE

Comportamiento de columnas

- Armadura transversal para columnas
 - Confinamiento mínimo para mantener carga axial
 - Estribos

$$P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_s) + f_y A_s$$

$$P_1 = (0.85 f'_c + k 2 \rho_s f_{yt}) A_{cc} + f_y A_s$$

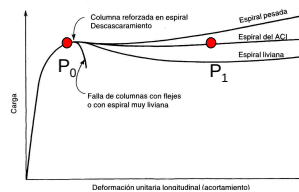
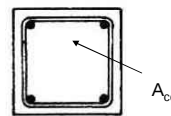
$$\Rightarrow 0.85 f'_c (A_g - A_s) + f_y A_s = (0.85 f'_c + k 2 \rho_s f_{yt}) A_{cc} + f_y A_s$$

$$\Rightarrow \rho_s = \frac{0.85 f'_c}{k 2 f_{yt}} \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - \frac{A_s}{A_{cc}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \rho_s = 0.425 \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \frac{1}{k} = \frac{4 A_b}{b_c s}$$

$$\Rightarrow A_{sh} \equiv 2 A_b = 0.213 b_c s \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} \frac{1}{k} \quad \leftarrow k \sim 0.75 \text{ (ACI 318)}$$

$$\Rightarrow A_{sh} \geq A_{sh,min} \approx 0.3 b_c s \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$



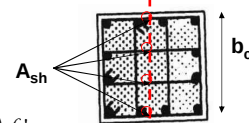
k = similar a k_2 (efectividad del confinamiento)

A_b = sección de 1 barra de acero

A_{sh} = sección transversal de acero que cruza

b_c (proyección de barras inclinadas)

s = espaciamiento de estribos



*MKP = modelo de confinamiento modificado de Kent y Park (1982)

INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
UNIVERSIDAD DE CHILE

(ACI 318-05 Ec. 21-3)

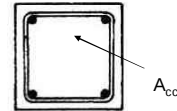
Diseño sísmico

• Armadura transversal para columnas

– Confinamiento mínimo para mantener carga axial

• Estribos

$$A_{sh} \geq 0.3 b_c s \left(\frac{A_g}{A_{cc}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$



• Columnas con gran sección transversal

$\Rightarrow A_g \approx A_{cc}$ Se considera un valor mínimo (nominal) $\Rightarrow$ Asume $A_g/A_{cc} \approx 1.3$

$$A_{sh} \geq 0.09 b_c s \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

Estribos (Ec. 21-4)

A_{sh} = sección transversal de acero que cruza b_c

A_g = sección bruta de hormigón

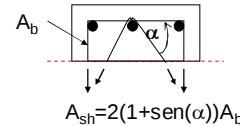
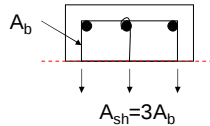
A_{cc} = sección confinada de hormigón

(medida al borde exterior del zuncho o estribo)

$$\rho_s \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

Zunchos (Ec. 21-2)

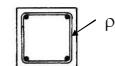
Ejemplo cálculo A_{sh}



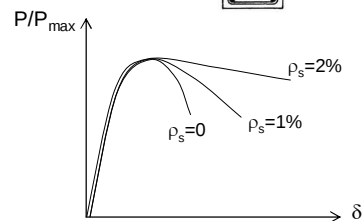
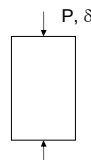
Diseño sísmico

• Armadura transversal para columnas

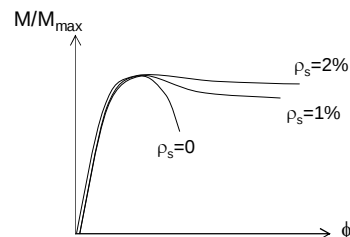
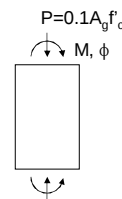
– Necesidad de Confinamiento



-Necesidad de confinamiento varía con la carga axial (P), o nivel de deformaciones (δ)



-Aumentos considerables de cuantía de confinamiento no tienen gran impacto en flexión (menor zona comprimida)



- La cuantía de confinamiento no es el único parámetro que permite una respuesta dúctil (espaciamiento horizontal y vertical también influyen)

Ej:

$$k_2 = 0.26 \sqrt{\frac{b_c}{s} \frac{b_c}{s_l} \frac{1}{f_l}} \leq 1$$



Diseño sísmico

- Armadura transversal para columnas

- Espaciamiento vertical (s) - S.21.4.4.2

- Suficiente para garantizar buen confinamiento

$$s \leq \frac{1}{4} \{ \text{menor dimensión } b \text{ ó } h \}$$

- Limitar espaciamiento horizontal de ganchos

$$s \leq s_o \quad s_o = 100 + \left(\frac{350 - h_x}{3} \right) \leq 150 \text{ mm} \quad \geq 100 \text{ mm}$$

$$h_x \leq 350 \text{ mm}$$

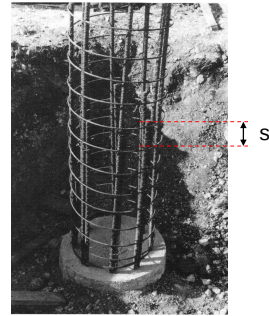
h_x = distancia centro a centro de ganchos o ramas de estribos

- Evitar pandeo local

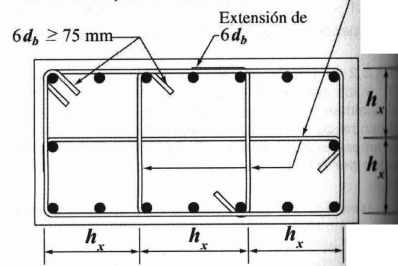
$$s \leq 6d_b$$



Ingeniería



Los ganchos suplementarios consecutivos que enlazan la misma barra longitudinal deben tener sus ganchos de 90° en lados opuestos de la columna



Diseño sísmico

- Armadura transversal para columnas

- Espaciamiento vertical (s) - S.21.4.4.2

- Evitar pandeo local

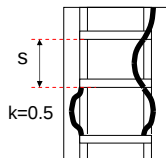
$$s \leq 6d_b$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(kl)^2} = \frac{\pi^2 \cdot EA}{\left(\frac{kl}{r} \right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{cr}}{A} = f_s = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{kl}{r} \right)^2}$$

$$\Rightarrow s = \frac{\pi}{4k} \sqrt{\frac{E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}}{f_s}} d_b \approx 23d_b$$

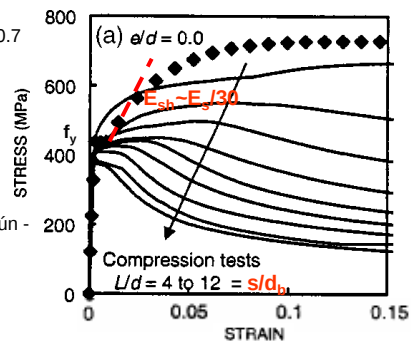
$$\Rightarrow s = \frac{\pi}{4k} \sqrt{\frac{E_{sh}}{f_s}} d_b \approx 4.6d_b$$



$k=1.0$

$k=0.7$

$r = d_b/4$
 $k \sim 0.75$
 $E = E_{sh} \sim E_s/20 \text{ a } E_s/30$
 $f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$ (común - sin endurecimiento)
 $l = s$ (espaciamiento)



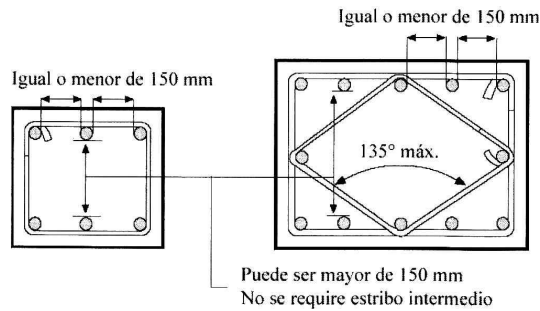
Ingeniería Civil

De CI42B: Flexo-compresión

Detalle de Armadura transversal para columnas

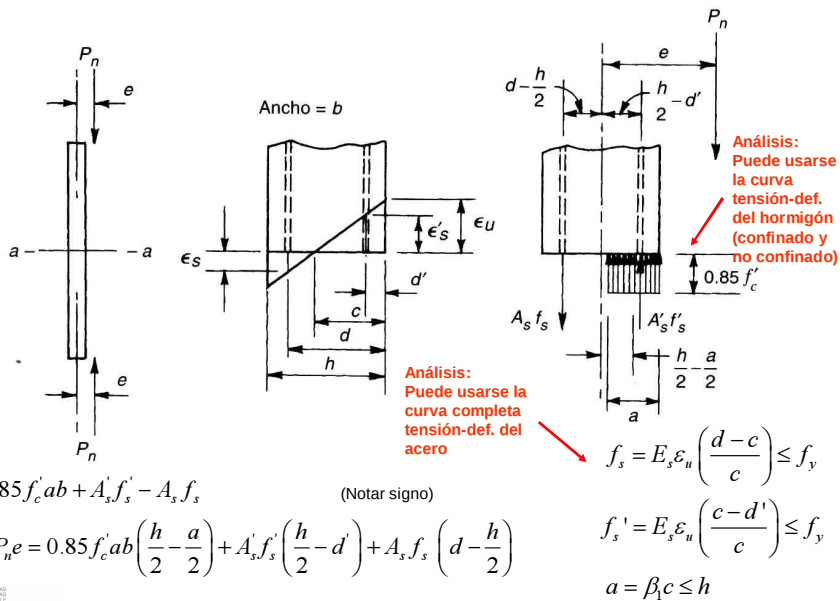
(a) Estribos (S.7.10.5.3)

- Cada barra longitudinal de esquina y cada barra alterna debe estar apoyada por un estribo (con ángulo menor a 135°)
- Separación menor a 150mm a barra apoyada lateralmente



Flexo-compresión

Ref. Nilson
(1999)



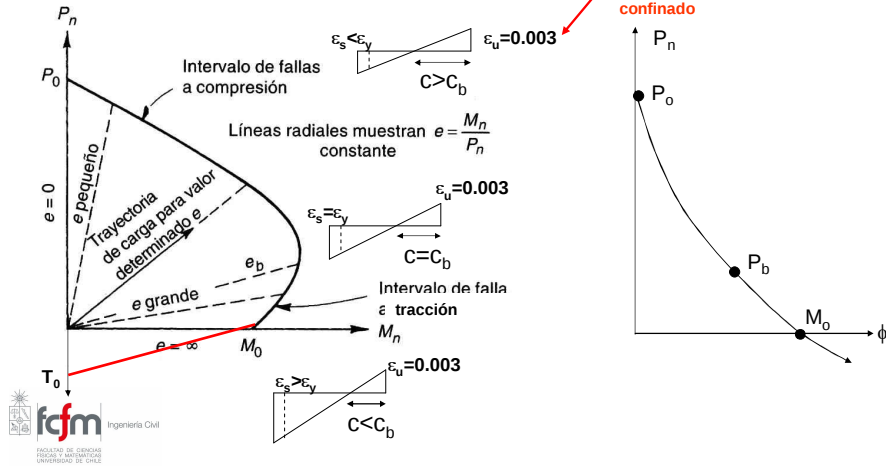
Flexo-compresión

$$P_n = P_n(c)$$

$$M_n = P_n e = M_n(c)$$

P_n y M_n son dependiente de sólo una incógnita. Ej. e , c , P_n o M_n

Análisis: Pueden considerarse mayores valores para el hormigón confinado

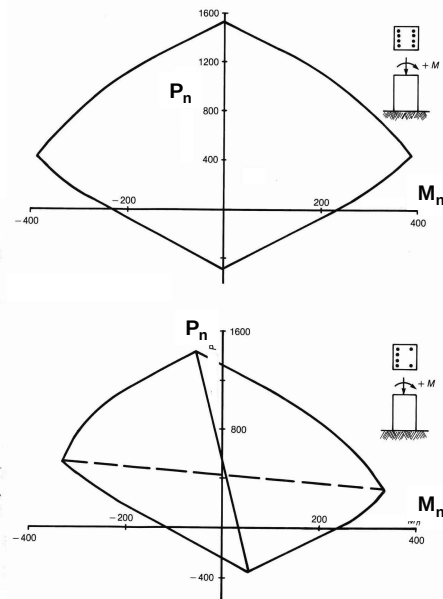
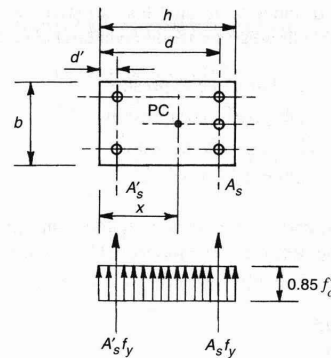


Flexo-compresión

Casos especiales

-Columnas asimétrica

Ref. Nilson (1999)



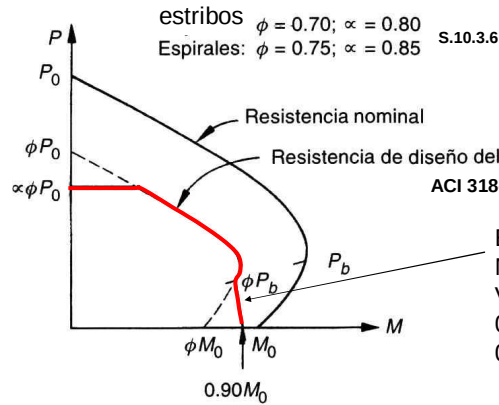
Diseño en Flexo-compresión

Criterio de Diseño

$$\phi P_n \geq P_u$$

$$\phi M_n \geq M_u$$

Coeficiente ϕ



- La resistencia de la columna depende de f'_c (variabilidad)
- Mayor segregación en columnas que en vigas
- Falla de columna es frágil

Bajo el punto:
 $\text{Min}\{ \text{balance } (P_b), 0.1f'_c A_{g1} \}$
 Variación lineal de ϕ de
 0.7 a 0.9 estribos
 0.75 a 0.9 espirales



Diseño

ϕ : coeficiente de reducción de resistencia, **ACI 318-05**

