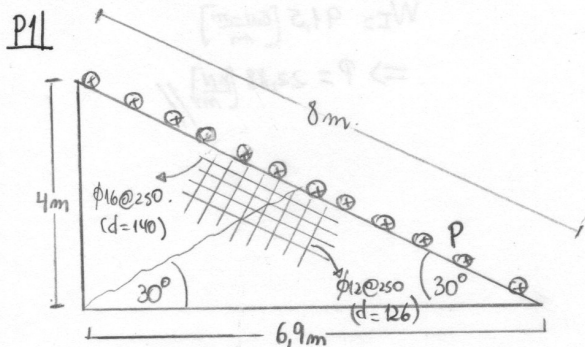


Auxiliar N°3 CI52I.



Una losa triangular Apoyada en sus 2 lados más cortos con refuerzo para flexión positiva en dirección paralela y perpendicular al lado libre.

$$f_c' = 30 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

Se estima que la falla ocurre a 30° del borde de la losa.

a) Estimar m_d

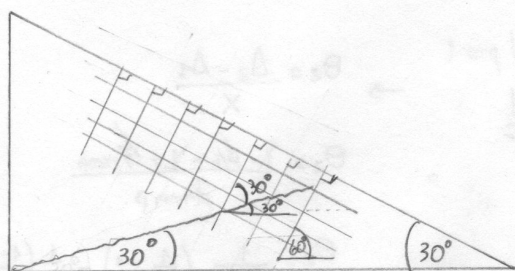
b) Calcular P_{max} , la carga uniformemente distribuida en el borde libre de la losa.

$$a) m_1: \phi 12 @ 250 = 452 \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right] \Rightarrow \alpha = \frac{f_y \cdot A_s}{0.85 \cdot f_c' \cdot b} = \frac{420 \cdot 452}{0.85 \cdot 30 \cdot 1000} = 7.44 [\text{mm}]$$

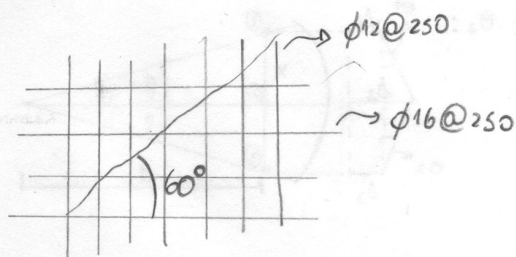
$$M_m = f_y \cdot A_s \left(d - \frac{\alpha}{2} \right) = 420 \cdot 452 \left(126 - \frac{7.44}{2} \right) = 23.21 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right] \Rightarrow m_1 = 23.21 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right] //$$

$$m_2 = \phi 16 @ 250 = 804 \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right] \Rightarrow \alpha = \frac{420 \cdot 804}{0.85 \cdot 30 \cdot 1000} = 13.24 [\text{mm}]$$

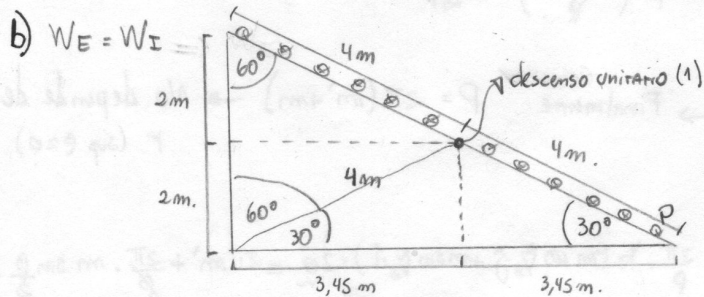
$$M_m = 420 \cdot 804 \left(140 - \frac{13.24}{2} \right) = 45.04 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right] \rightarrow m_2 = 45.04 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right]$$



Girando en 30°



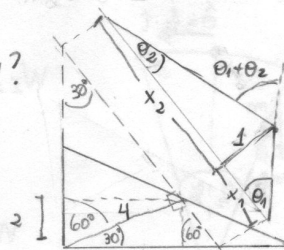
$$\text{Usando } m_d = m_x \cdot \cos^2 \alpha + m_y \cdot \sin^2 \alpha \Rightarrow m_d = m_1 \cdot \cos^2 60 + m_2 \cdot \sin^2 60 = 23.21 \cdot \frac{1}{4} + 45.04 \cdot \frac{3}{4} = 39.6 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right]$$



$$W_E = P \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} + P \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 4P //$$

$$W_I = l \cdot m_d \cdot \theta = 4 \cdot 39.6 \cdot \theta$$

$$\Rightarrow \theta?$$



$$\rightarrow \theta_1 = \frac{1}{x_1}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{x_2}$$

$$\theta = \theta_1 + \theta_2$$

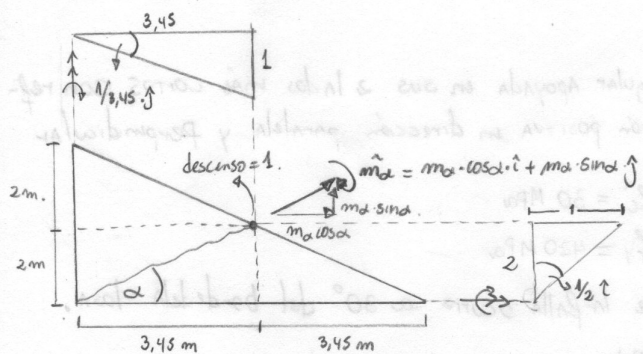
$$W_I = 4 \cdot 39.6 \cdot 0.577 = 91.4 \left[\frac{\text{KN-m}}{\text{m}} \right]$$

$$\text{Finalmente: } W_I = W_E \Rightarrow 4P = 91.4 \rightarrow P = 22.85 \left[\frac{\text{KN}}{\text{m}} \right]$$

$$x_1 = \frac{4}{\tan 60^\circ} = 2.31 ; x_2 = 4 \cdot \tan 60^\circ = 6.93$$

$$\theta = \frac{1}{2.31} + \frac{1}{6.93} = 0.577$$

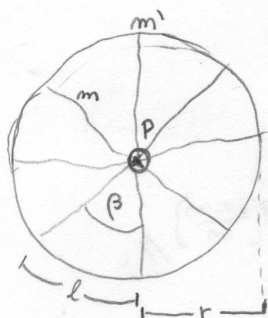
Alternativamente: $W_I = l \cdot m_\alpha \cdot \theta = 4 \cdot (m_\alpha \cdot \cos \alpha \cdot \hat{i} + m_\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \hat{j}) \cdot (\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{1}{3,45} \hat{j}) \rightarrow W_I = 4 \cdot (39,6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + 39,6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3,45})$



$$W_I = 91,5 \left[\frac{\text{KN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \right]$$

$$\Rightarrow P = 22,88 \left[\frac{\text{KN}}{\text{m}} \right] //$$

P2]



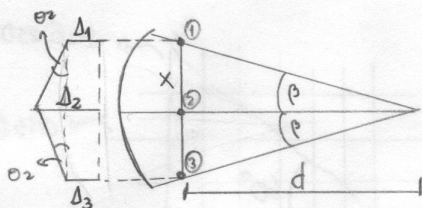
Losa circular empotrada en su perímetro (momento máximo m') es solicitada en su centro por una carga puntual P generando líneas de flecha radiales (ver figura) siendo la capacidad a flexión positiva m , determine la carga máxima P .

$$W_E = W_I \Rightarrow W_E = P \cdot \hat{i} \text{ desplazamiento unitario.}$$

$$W_I = m' \cdot l \cdot \theta_1 + \frac{2\pi}{\rho} \cdot m \cdot r \cdot 2\theta_2 = m' \cdot l \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{2\pi}{\rho} + \frac{2\pi}{\rho} \cdot 2mr \theta_2$$

$\frac{1}{r}$ $\frac{2\pi}{\rho}$ $\frac{2\pi}{\rho}$
 n° de segmentos l. n° de franjas

Cálculo de θ_2 :



$$\Delta_i = \text{descenso del pto } i$$

$$\Delta(d) = 1 - \frac{d}{r}$$

$$\theta_2 = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{x}$$

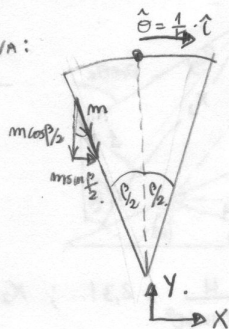
$$\theta_2 = \frac{1 - \frac{d}{r} - 1 + \frac{d}{r \cos \beta}}{d \tan \beta}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{r \tan \beta} \left(\frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} \right)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{r} \left(\frac{1 - \cos \beta}{\sin \beta} \right) \rightarrow \text{Si } \beta \text{ es pequeño: } \sin \beta \approx \beta, \cos \beta \approx 1 - \frac{\beta^2}{2} \left. \vphantom{\theta_2} \right\} \theta_2 = \frac{1}{r} \left(\frac{1 + \frac{\beta^2}{2}}{\beta} \right) = \frac{\beta}{2r}$$

$$W_I = \frac{2\pi}{\rho} \cdot m' \cdot \frac{l}{r} \cdot \frac{1}{\beta} + \frac{2\pi}{\rho} \cdot m \cdot r \cdot 2 \cdot \frac{\beta}{2r} = 2\pi (m' + m) \rightarrow \text{Finalmente: } P = 2\pi (m' + m) \rightarrow \text{No depende de } r. (\text{sup } \beta \approx 0).$$

De forma Alternativa:

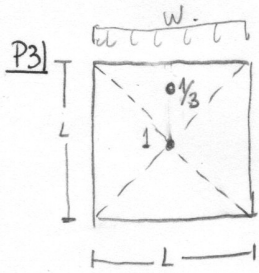


$$W_I = m' \cdot l \cdot \theta + \frac{2\pi}{\rho} \cdot k (m \cos \beta_2 \cdot \hat{j} + m \sin \beta_2 \cdot \hat{i}) \cdot 2\hat{\theta} = 2\pi m' + \frac{2\pi}{\rho} \cdot m \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

$\frac{1}{r}$ $\frac{1}{r}$

$$W_I = 2\pi (m' + m) \rightarrow \boxed{2\pi (m' + m) = P}$$

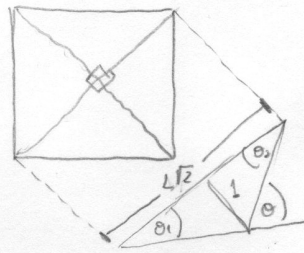
Auxiliar N°3 CIS2I:



Sobre una losa cuadrada es aplicada una carga uniforme w . Determinar, utilizando líneas de influencia el momento nominal asociado. Considere losa isotrópica ($m_x = m_y = m$) y con bordes simplemente Apoyados. Compare su resultado con el correspondiente al método de los coeficientes.

$$W_E = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{L}{2} \cdot w \cdot \frac{1}{3} = \frac{WL^2}{3}$$

$$W_I = 4 \cdot m \cdot \frac{L\sqrt{2}}{2} \cdot \theta \rightarrow$$



$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{L\sqrt{2}} = \frac{2}{L\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{L}$$

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{2\sqrt{2}}{L}$$

$$W_I = 4 \cdot m \cdot \frac{L\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{L} = 8m$$

$$\Rightarrow 8m = \frac{WL^2}{3} \rightarrow w = \frac{24m}{L^2}$$

Para método de los coeficientes, según tablas 12.4 y 12.5 $\Rightarrow M_{a, pos} = M_{b, pos} = 0,036 WL^2$.

Considerando el método de los coeficientes que se usa para:

CASO 1 $\square$ l_a ; $l_a/l_b = 1$; Momento positivo $\Rightarrow C_a = C_b = 0,036$

Considerando en este método que se está en la capacidad última $\Rightarrow m = 0,036 WL^2 \Rightarrow w = \frac{27,8 m}{L^2}$
(pues el método asume redistribución inelástica de momento).

Luego, el método de los coeficientes da como resultado, en este caso particular, una capacidad un 16% superior al resultado de análisis mediante el método de líneas de influencia.