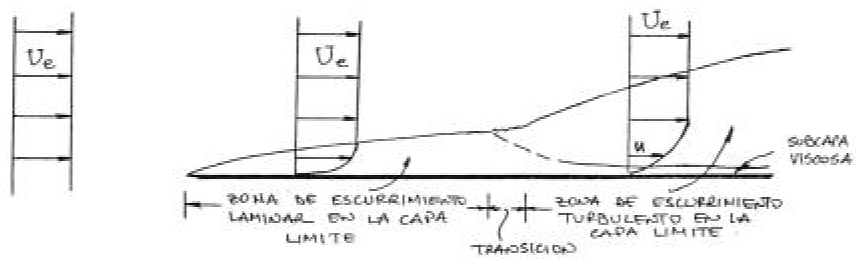
CI 31-A MECANICA DE FLUIDOS
Prof. Aldo Tamburrino

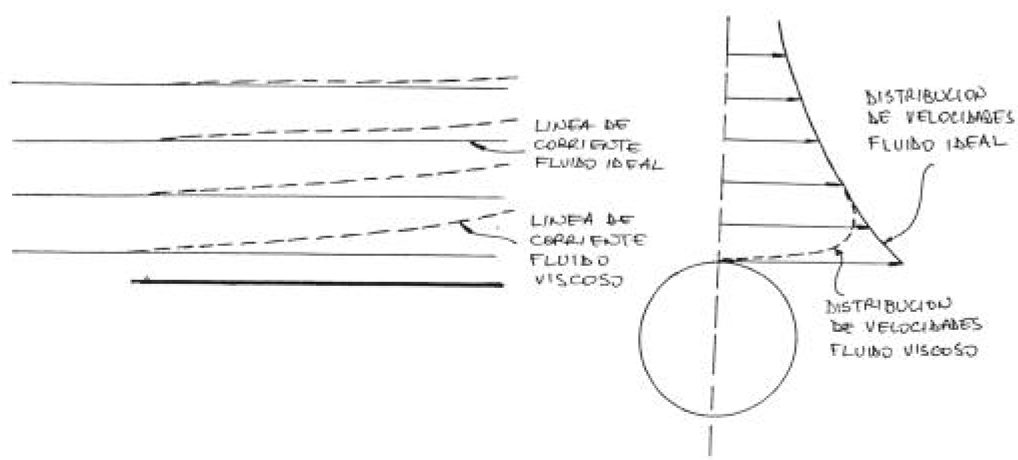
NOCIONES SOBRE LA TEORIA DE LA CAPA LIMITE

El aire y el agua tienen una viscosidad relativamente baja que para muchos casos prácticos puede considerarse igual a cero. Las ecuaciones que rigen el movimiento para fluidos con $\nu=0$ son las ecuaciones de Euler. Estas ecuaciones funcionan bien en muchas aplicaciones (ej. turbomáquinas) pero fallan completamente en otras (paradoja d' Alambert).

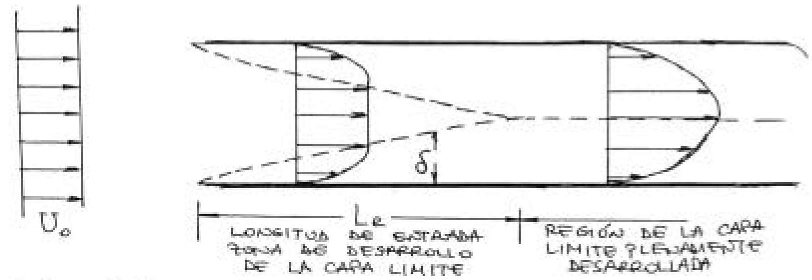
La discrepancia fue resuelta mediante el concepto de capa limite introducido por Prandtl a comienzos de este siglo. La idea es que si existe una frontera, por muy baja que sea la viscosidad del fluido, existe una delgada región en la cercanía de la frontera en la cual los efectos viscosos no pueden despreciarse y hay que considerarlos en el análisis. La otra característica de las capas limites es que las variaciones en la dirección del flujo son mucho menores que las variaciones en la dirección transversal al flujo. El caso más simple de analizar es el del caso de una placa plana lisa.



Los gradientes de velocidad son mucho más grandes en la capa límite que fuera de ella. Fuera de la capa límite, los esfuerzos viscosos son pequeños siendo su efecto en el flujo relativamente menor, predominando las fuerzas de inercia, presión y fuerzas másicos que interactúan con la geometría que define los limites del escurrimiento.



Al entrar a una tubería:



δ: espesor de la capa límite

ESPESOR DE LA CAPA LIMITE:

El espesor de la capa límite es definido de varias maneras. Una de los más comunes es:

$$\delta = \delta\,(v = 0{,}99\,U_0)$$

Esta definición es arbitraria, por lo que muchas veces se usan otras con más sentido físico, por ej.:

$$\delta_1 = \int_0^{\infty}\left(1 - \frac{v}{U_0}\right) dy$$

δ_1 se denomina espesor desplazamiento y es una medida de lo que se desplaza la línea de corriente respecto a la de un fluido ideal.

Otras definiciones son:

Espesor de momentum:

$$\delta_2 = \int_0^{\infty}\frac{v}{U_0}\left(1 - \frac{v}{U_0}\right) dy$$

Espesor de energía:

$$\delta_3 = \int_0^{\infty}\frac{v}{U_0}\left(1 - \frac{v^2}{U_0^{\,2}}\right) dy$$

Parámetro de forma: $H = \dfrac{\delta_1}{\delta_2}$

LONGITUD DE DESARROLLO DE LA CAPA LIMITE

Expresiones para la longitud de desarrollo de la capa limite en tuberias, L_e.

Escurrimiento laminar (Boussinesq): $\frac{L_e}{D} = 0{,}06\ \text{Re}$

Régimen turbulento: $\frac{L_e}{D} \approx 4.4\ \text{Re}^{1/6}$

Nikuradse da: $25 < \frac{L_e}{D} < 40$, $\frac{L_e}{D} = 40$ fue obtenido para $\text{Re}=9\text{x}10^5$

Se recomienda usar $\frac{L_e}{D} = 40$ como mínimo

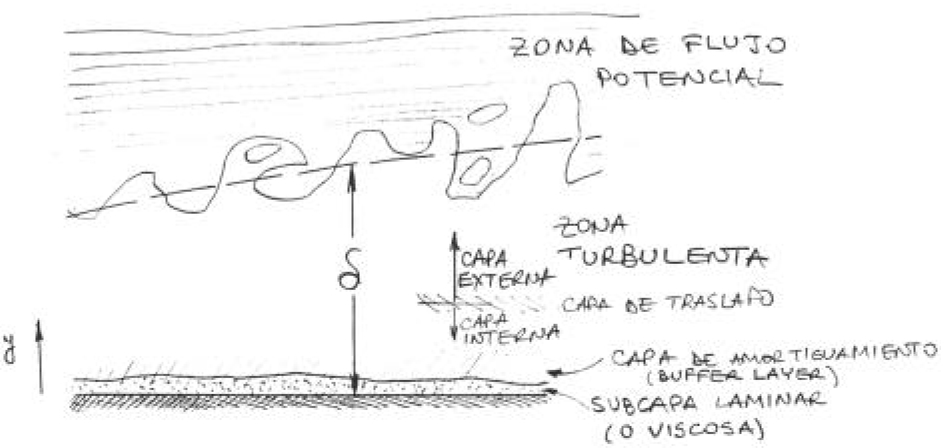
Si L es la longitud total de una tubería, en la práctica se tiene que L/D >1000, por lo que L_e se desprecia en los cálculos.

CI 41A - HIDRÁULICA

Prof. Aldo Tamburrino

(REPASO DE CI 31A - MECÁNICA DE FLUIDOS)

REGIONES DE LA CAPA LÍMITE TURBULENTA.



PERFIL DE VELOCIDADES EN LA ZONA TURBULENTA:

CAPA INTERNA: Dominan los esfuerzos viscosos:

$$\bar{u} = f(u_*, \rho, \mu, y)$$

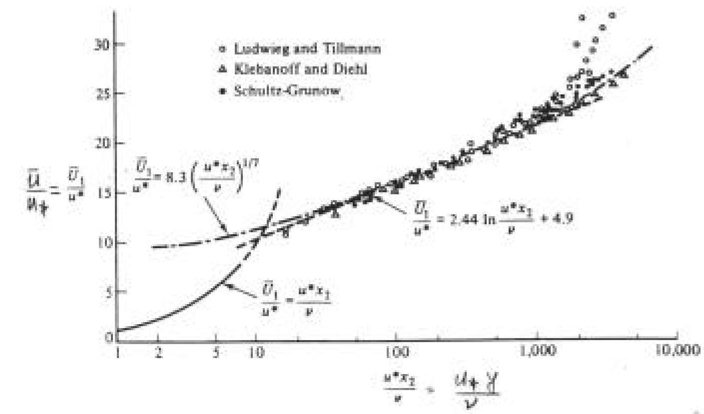
CAPA EXTERNA: Dominan los esfuerzos turbulentos

$$U_e - \bar{u} = f(u_*, \rho, y, \delta)$$

CAPA DE TRASLAPO: Son importante tanto los esfuerzos viscosos como los turbulentos

DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA CAPA LIMITE SOBRE UNA PARED HIDRODINAMICAMENTE LISA:

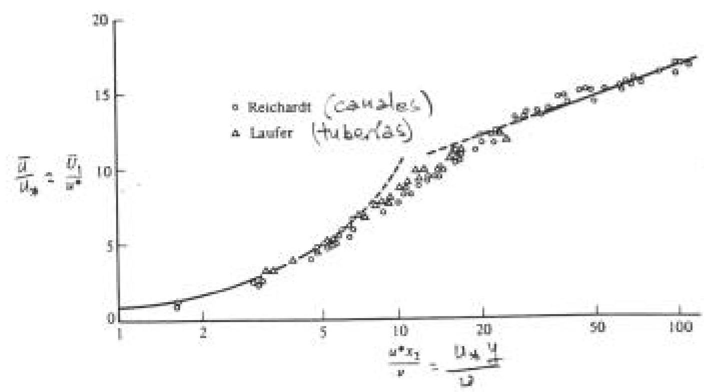
"WALL"-TURBULENT SHEAR FLOWS 627



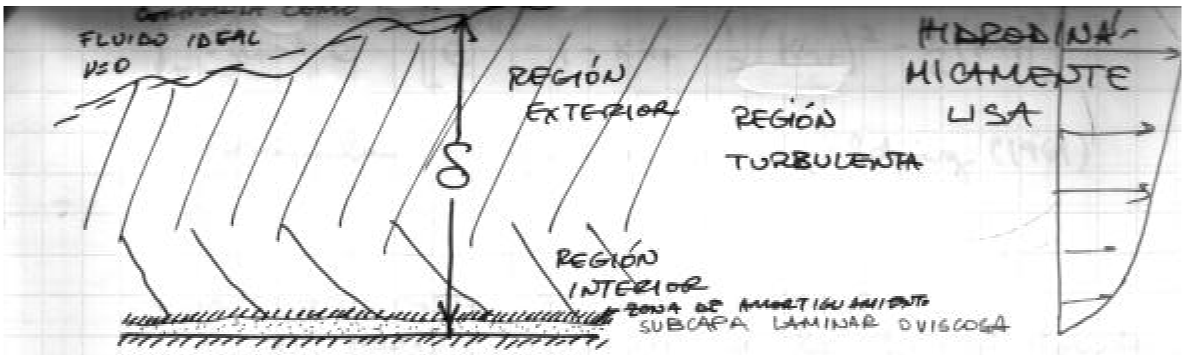
H

DETALLE DE LA DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN LA REGIÓN DE AMORTIGUAMIENTO:

"WALL"-TURBULENT SHEAR FLOWS 629



H



ESPESORES DE LAS DISTINTAS REGIONES:

SUBCAPA LAMINAR : $0 \leq y_+ \leq 5$, $y_+ = \frac{y u_*}{\nu}$

~~DE~~ ZONA DE AMORTIGUAMIENTO : $5 \lesssim y_+ \lesssim 30-70$

Para efectos prácticos, no considerar buffer layer y poner límite de subcapa laminar $0 \leq y_+ \leq 11.6$ y región interior $y_+ > 11.6$ $y/\delta \leq 0.2$

REGIÓN INTERIOR : $y_+ > 30-70$, $\frac{y}{\delta} < 0.2$

REGIÓN EXTERIOR $\frac{y}{\delta} > 0.2$

DISTRIBUCIONES DE VELOCIDAD

SUBCAPA LAMINAR : $u_+ = y_+$, $u_+ = \frac{\bar{u}}{u_*}$

En esta región rige Newton-Navier,

$$\left.\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{dy}\right\} \Rightarrow \rho u_*^2 = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} \approx \mu \frac{\bar{u}}{y}$$

$$\therefore \frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu} \Rightarrow \bar{u}_+ = y_+$$

ZONA DE AMORTIGUAMIENTO:

$$y_+ = u_+ + e^{-KB}\left[e^{Ku_+} - 1 - Ku_+ - \frac{1}{2}(Ku_+)^2 - \frac{1}{6}(Ku_+)^3\right]$$

Formula compuesta de Spalding (1961)

ZONA TURBULENTA: REGIÓN INTERIOR.
Es la región cercana a la pared donde $l = \kappa y$:

Encontramos $\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k}\ln y + \text{Const}$

Podemos sumar y restar $\ln u_*/\nu$

$$\therefore\ u_+ = \frac{1}{k}\ln y_+ + \underbrace{\text{const} - \ln u_*/\nu}_{B}$$

$$u_+ = \frac{1}{k}\ln y_+ + B$$

Nikuradse (1930): $(\kappa, B) = (0.4, 5.5)$

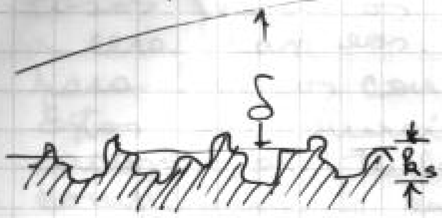
ZONA TURBULENTA: REGIÓN EXTERIOR.
La distribución de velocidades depende de δ. Es independiente de ν o k_s.

$$\frac{U_0 - \bar{u}}{u_*} = -3.745 \ln\frac{y}{\delta} \qquad -3{,}745$$

Las ecuación para la región exterior vale tanto para paredes lisas como rugosas.

PAREDES RUGOSAS $\left(\frac{u_* k_s}{\nu} > 70\right)$

En este caso, las asperezas destruyen la subcapa laminar:



Región interior del flujo:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{k_s} + B$$

$$(k, B) = (0.4, 8.5)$$

k_s en las experiencias de Nikuradse corresponde al tamaño de la arena que se pegaba en la tubería.

PAREDES EN TRANSICIÓN LISA RUGOSA $\left(5 < \frac{u_* k_s}{\nu} < 70\right)$

Tanto los efectos viscosos como la rugosidad de la pared es importante

Región interior de la zona turbulenta:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{k_s} + B$$

Con B obtenido del gráfico: