

Mecánica de Sólidos I – CI32C – Otoño 2009

Guía de problemas propuestos: Control N°3

Prof. J.F. Beltrán Aux. H. Ulloa

Problema N°1

Demuestre la siguiente fórmula para la distancia e de la línea central de la pared al centro de cortante S para la sección mostrada en la Figura 1, de espesor constante.

$$e = \frac{2bh(b - 2a) - 8ba^3}{h^2(h + 6b + 6a) + 4a^2(2a + 3h)}$$

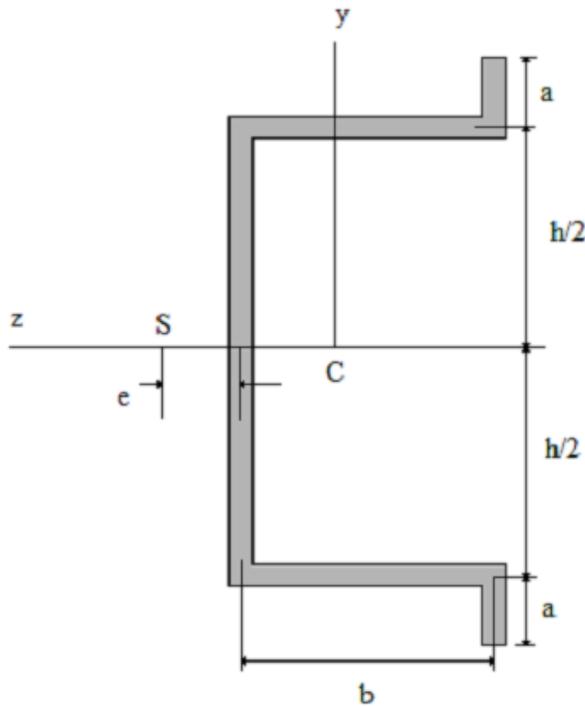


Figura1: Sección transversal

Problema N°2

Determine la posición del centro de cortante para la viga que tiene la sección transversal mostrada en la Figura 2. Todos los miembros deben considerados de pared delgada y los cálculos deben basarse en las dimensiones a lo largo de la línea central.

Problema N°3

Una sección transversal semicircular de pared delgada de radio r y espesor constante t se ilustra en la Figura 3. Determinar la distancia e desde el centro de O de los arcos circulares al centro de cortante S .

Problema N°4

Una barra sólida de acero con diámetro de 1.2 in está encerrada en un tubo de acero con diámetro exterior de 1.8 in y diámetro interior de 1.4 in (ver Figura 4). Ambos están fijos en el extremo A y conectados rígidamente a una placa de extremo en B. La barra compuesta, que tiene 20 in de longitud, está sometida a un par torsional $T = 440 \text{ lb} - \text{in}$ que actúa en el extremo.

1. Determinar las tensiones tangenciales máximas τ_1 y τ_2 en el tubo y en la barra, respectivamente.
2. Determinar el ángulo de rotación ϕ de la placa rígida, suponiendo que el módulo cortante del acero es $G = 11.6 \times 10^6 \text{ psi}$.
3. Determinar la rigidez torsional k_T de la barra compuesta.

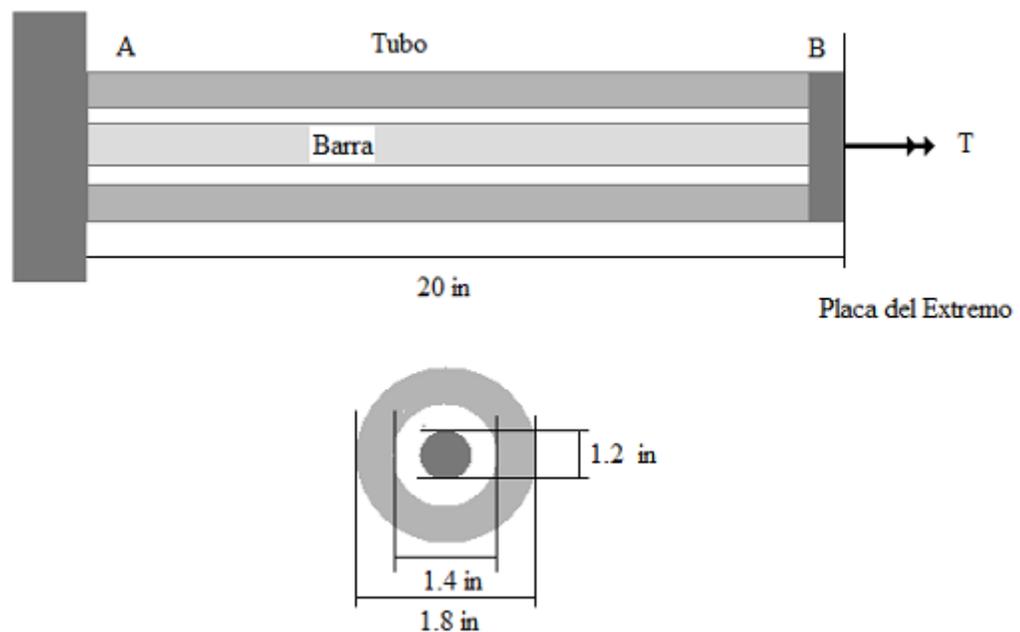


Figura 4: Esquema del Problema N°4

Problema N°5

Una barra AB de sección transversal sólida circular está soportada en un extremo y cargada por un par de torsión T en el otro (Figura 5). El diámetro de la barra varía linealmente desde d_A en el extremo izquierdo hasta d_B en el extremo derecho.

Determinar el ángulo de rotación ϕ_A en el extremo A de la barra igualando la energía de deformación con el trabajo hecho por la carga.

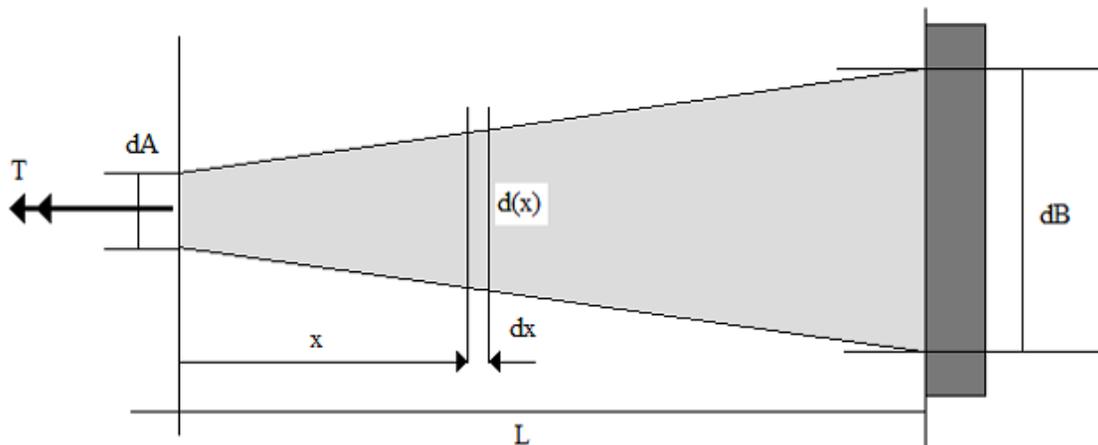
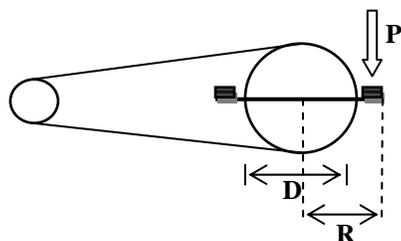


Figura 5: Esquema del Problema N°6

Problema N°6

Dimensionar la cadena de una bicicleta. Asuma que todo el peso del ciclista se concentra en los pedales.



- Peso del ciclista: $P = 800 [N]$
- $R = 200 [mm]$
- Diámetro del plato: $D = 200 [mm]$
- Chapa eslabones: $\sigma_e = 360 [MPa]$
- Pasadores: $\sigma_p = 260 [MPa]$

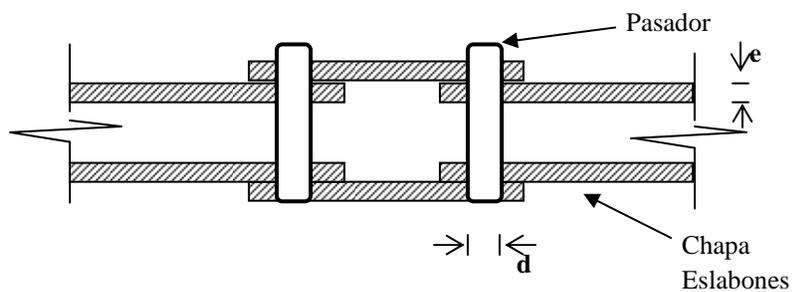


Figura 6: Esquema del Problema N°6

Problema N°7

La varilla del agitador representado en la Figura 7.a., tiene una longitud l , siendo su sección transversal la indicada en la Figura 7.b. Las cuatro aletas de la varilla tienen idénticas dimensiones, pudiéndose considerar la sección de pared delgada. Se pide:

- Determinar el máximo momento de torsión que es capaz de resistir la sección.
- Suponiendo que la acción del fluido agitado, es un momento por unidad de longitud m , tal como se indica en la Figura 7.a, determinar el giro relativo entre las secciones extremas de la varilla.

Datos: σ_{adm} , G .

Nota: El ángulo de torsión por unidad de longitud es único para el conjunto de la sección.

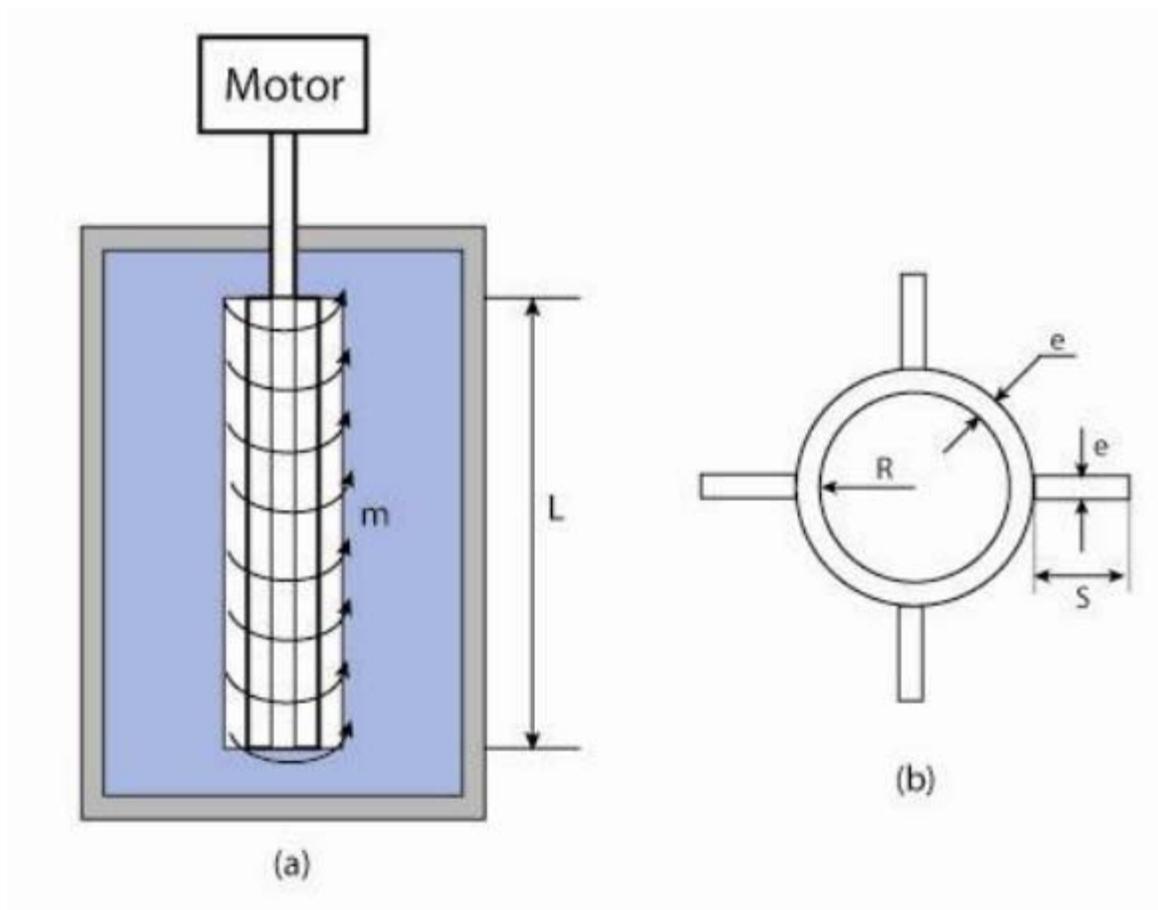


Figura 7: Esquema del Problema N°7

Problema N°8

Un resorte helicoidal de una balanza para carga máxima $P = 10 [kp]$, tiene un diámetro de espira de $2R = 4 [cm]$. Se pide calcular:

- (a) El diámetro del alambre, si la tensión admisible a cortadura es $\tau_{adm} = 1000 \left[\frac{kp}{cm^2} \right]$.
- (b) El alargamiento del muelle cuando está aplicada la carga máxima, si $n = 12$ es el número de espiras.
- (c) El coeficiente de rigidez del resorte (k : para carga axial).

Se considerará como módulo de elasticidad al corte $G = 8.5 \times 10^5 \left[\frac{kp}{cm^2} \right]$

Indicación: Para el cálculo del alargamiento del muelle, considere la fórmula de Castigliano, $\delta = \frac{\partial U}{\partial P}$, siendo U la energía de deformación debida a la torsión.

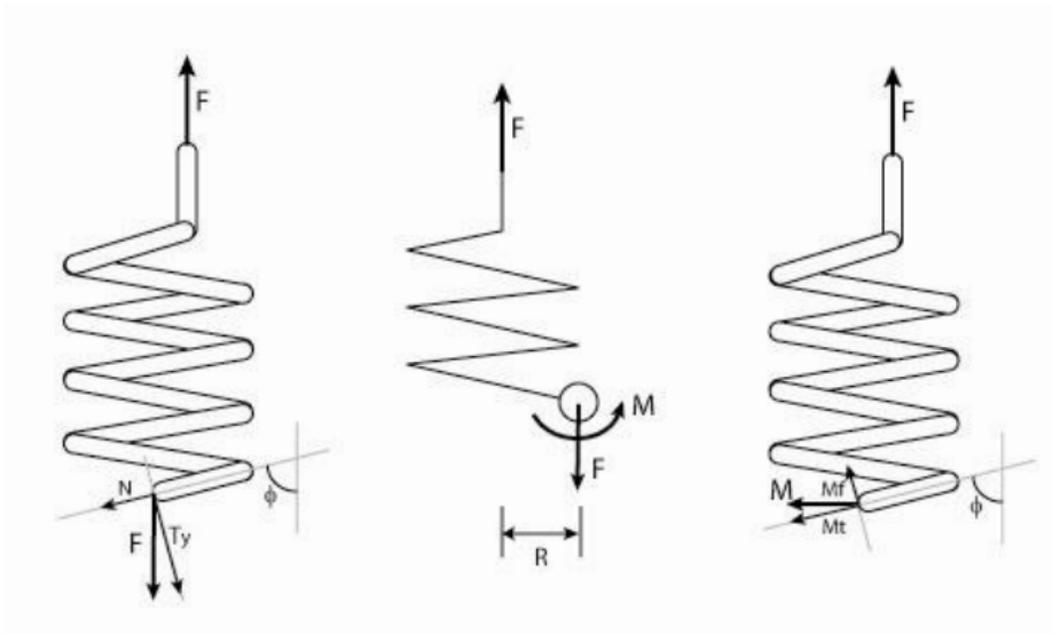


Figura 8: ϕ corresponde al ángulo helicoidal. Para resortes que tengan sus espiras muy próximas, el ángulo helicoidal tiende a $\pi/2$, lo que permite considerar ciertos esfuerzos internos como despreciables.

Problema N°9

Considere la barra empotrada en voladizo de la figura 8.1, compuesta por un material de módulo de corte G . La longitud de la barra es L y tiene una sección circular de radio variable linealmente. En su extremo empotrado A , el radio es igual a $2c$ y en su extremo libre B , es igual a c .

La barra está sometida a un momento de torsión m constante, distribuido a lo largo de la barra. Además, se aplica una fuerza P excéntrica y vertical hacia abajo en el extremo B , como se muestra en la figura 8.3, de manera de ejercer una torsión contraria a la generada por el momento distribuido m .

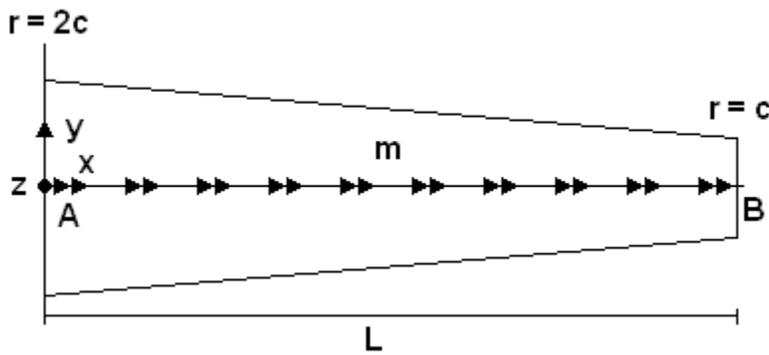


Figura 8.1

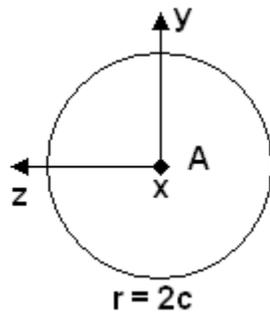


Figura 2

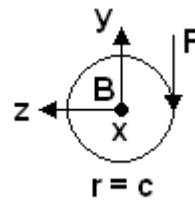


Figura 8.3

Determine la carga P que hace que se anule el ángulo de giro de la barra en el extremo libre B .

Usando el valor de P calculado en a), determine la tensión de corte máxima en la sección de la barra del extremo empotrado A .

Indicación:

$$\int \frac{x + a}{(x + b)^4} dx = -\frac{2a + b + 3x}{6(b + x)^3} + C$$

Datos: c, L, m, G .

Problema N° 10

Sea el tubo sólido formado por dos materiales de sección circular, el cual se encuentra empotrado en ambos extremos tal como se muestra en la figura 10. El gráfico muestra la distribución de momento de torsión por unidad de largo existente en el elemento. La función que describe esta distribución de momento está descrita por la siguiente ecuación:

$$m_t = \alpha \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 - m_{to} \quad (1.1)$$

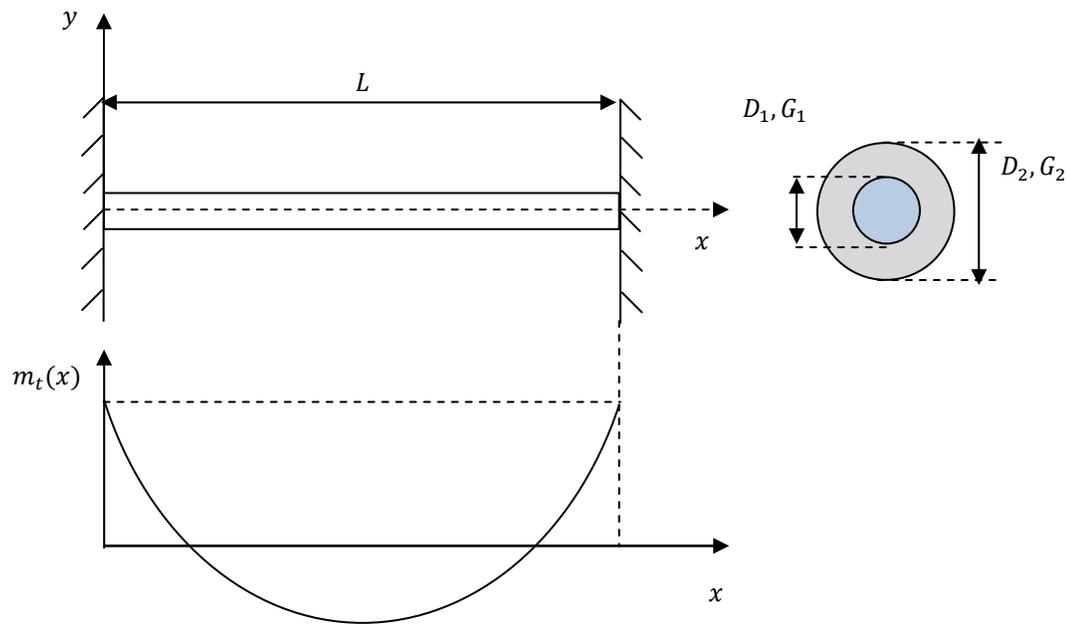


Figura 10: Esquema del Problema N° 10.

Si se tienen las siguientes condiciones de admisibilidad para los materiales:

- τ_{adm1}
- τ_{adm2}
- Mt_{adm1}
- Mt_{adm2}

- (a) Obtener α para que no falle el sistema.
- (b) Graficar el ángulo ϕ en función de x
- (c) Graficar el diagrama de M_t de cada uno de los materiales.