

Mecánica

Control 2

Prof: René Rojas C.
Tiempo: 3 horas

Problema 1 : Fuerzas conservativas

Una partícula P de masa m se mueve sin roce sobre la superficie exterior de un cono de ángulo $\pi/4$. El sistema está muy lejos de la Tierra, no hay peso. P comienza su movimiento a distancia r_o del vértice superior, con rapidez perpendicular al eje Z y velocidad angular inicial $\dot{\phi}(0) = \omega_o$. Hay una fuerza de atracción que el eje Z ejerce sobre la partícula. En coordenadas cilíndricas esta fuerza es

$$\vec{f} = -B \frac{\hat{\rho}}{\rho^2}$$

donde B es una constante conocida suficientemente grande para que, dadas las condiciones iniciales, P no pueda despegarse del cono.

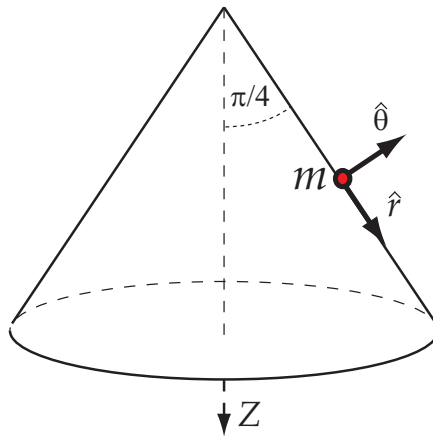


Figure 1: problema 1

- a) Encuentre la velocidad angular $\dot{\phi}$ en función de la coordenada esférica r . Determine si \vec{f} es o no una fuerza conservativa.
- b) Escriba la energía mecánica total en términos de \dot{r} y de r . ¿Existen soluciones en que r está acotado entre dos valores, r_{max} y r_{min} ? ¹

¹La velocidad y aceleración en esféricas son:

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta} + r \dot{\phi} \sin \theta \hat{\phi}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 - r \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \hat{r} + (r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} - r \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) \hat{\theta} + \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta) \frac{\hat{\phi}}{r \sin \theta}$$

Problema 2: Masa unida a dos cuerdas

Una partícula de masa m está atada a 2 cuerdas independientes de igual largo cuyos otros extremos están fijos a los puntos A y B separados entre sí una distancia H (ver figura). La partícula rota en torno al eje vertical AB , manteniéndose en el plano horizontal ubicado a media distancia entre ambos puntos.

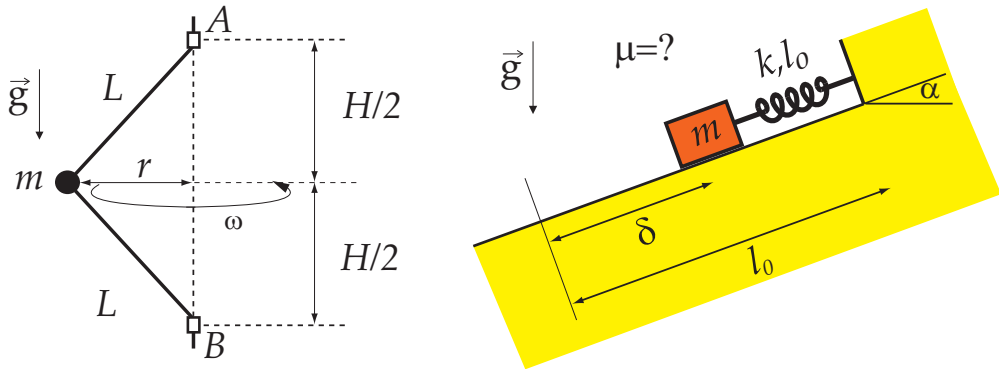


Figure 2: problema 2 y problema 3

- a) Determine el mínimo valor de la velocidad angular ω que le permite a la partícula mantener un movimiento circular uniforme con ambas cuerdas en tensión (Datos: m, g, H).
- En las partes **b)** y **c)** los puntos A y B se transforman en orificios a través de los cuales las 2 cuerdas pueden ser recogidas en forma controlada.
- b) Si ambas cuerdas son recogidas a una tasa igual y constante, $\dot{L} = -v_0$, muestre que $|\ddot{r}| \propto r^{-3}$. Obtenga la constante de proporcionalidad.
- c) Si en el recogimiento de las cuerdas se observa que cuando $r = H$ la velocidad angular de la partícula es $2\sqrt{g/H}$, determine la velocidad angular y la tensión de cada cuerda cuando $r = H/2$.

Problema 3 : Roce dinámico

Una partícula de masa m se encuentra sobre un plano inclinado un ángulo α respecto a la horizontal. La partícula está ligada a un punto fijo mediante un resorte ideal de constante k y largo natural l_0 (ver figura). Inicialmente la partícula está en reposo y comprime al resorte una distancia δ .

- a) Determine el coeficiente de roce dinámico, μ , que debe existir entre la partícula y la superficie, para que el resorte alcance un máximo estiramiento igual a su compresión inicial (δ).
- b) Determine la máxima compresión que alcanza el resorte después de ocurrida la condición de **a)**. Obtenga el trabajo total realizado por la fuerza de roce.