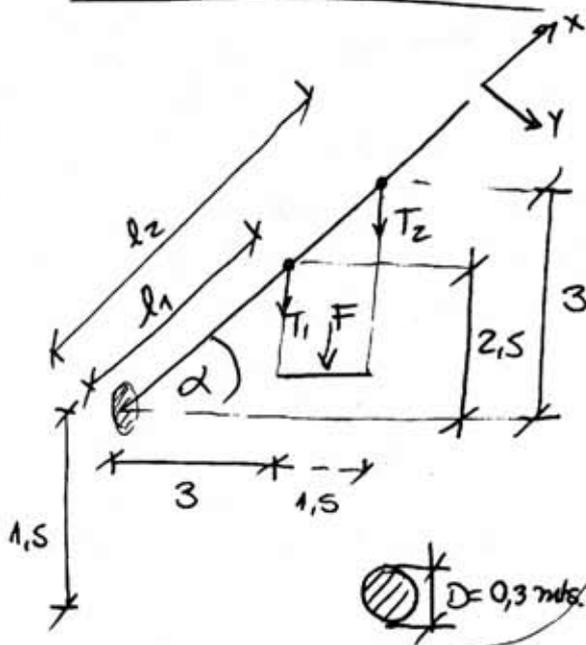


PAUTA DE RESOLUCIÓN
 EJ. #1 SEMESTRE 2008/2
 MESGA-1



Resp. a)

DCL

$$\Sigma F = 0$$

$$T_1 = T_2 = \frac{F}{2}$$

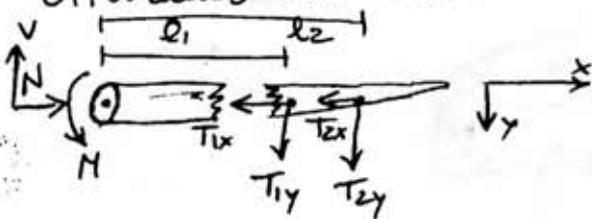
- PROYECTANDO LAS TENSIONES EN LOS Ejes X e Y, se tiene que:

$$\left. \begin{aligned} T_{ix} &= \text{sen } \alpha \cdot T_i \\ T_{iy} &= \text{cos } \alpha \cdot T_i \end{aligned} \right\} i=1,2 \quad \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix}$$

- DE LA TRIGONOMETRÍA

$$\alpha = 18,44^\circ$$

El análisis se hace en la unión de la rama y el arbol utilizando las relaciones de flexion de vigas.



la fuerza que en el eje de la Rama es

$$N = -T_{1x} - T_{2x} = -(T_1 + T_2) \text{sen } \alpha$$

$$\boxed{N = -F \text{sen } \alpha} \quad \textcircled{3} \text{ (compresión)}$$

El momento asociado a las tensiones es:

$$M = -T_{1y} \cdot l_1 + T_{2y} \cdot l_2 = -T_1 \text{cos } \alpha \cdot l_1 - T_2 \text{cos } \alpha \cdot l_2$$

$$\Rightarrow \boxed{M = -\frac{F}{2} \text{cos } \alpha (l_1 + l_2)} \quad \textcircled{4}$$

Finalmente, la fra de corte en la Base de la Rama

$$V = T_{1y} + T_{2y} = (T_1 + T_2) \cdot \text{cos } \alpha \Rightarrow \boxed{V = F \text{cos } \alpha} \quad \textcircled{5}$$

Hemos calculado las fuerzas involucradas. El paso siguiente es estudiar los esfuerzos locales en torno a dos puntos en la sección.

Como sugiere el enunciado elegiremos un punto en el eje de la Rama (eje neutro), y otro en



PARA EL ANÁLISIS DE ESFUERZOS NORMALES QUE EN EL PTO. (A), se tiene un esfuerzo combinado de compresión, asociado a la fza. N , y flexión producto del momento M . Por otra parte, el pto. (B) ubicado en el eje neutro, sólo está sometido a la fza. de compresión N (el eje neutro, no observa flexión por definición). Algebráicamente, se tiene que:

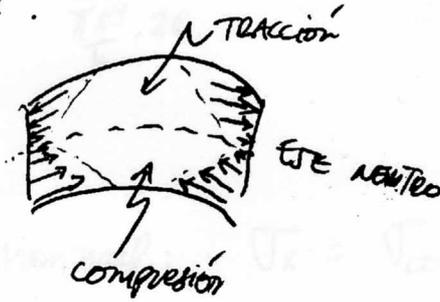
Pto (A)

$$\sigma_{max} = \sigma_{comp} + \sigma_{flexión}$$

Pto (B)

$$\sigma_{max} = \sigma_{comp}$$

El esfuerzo $\sigma_{flexión}$, está asociado a la compresión o tracción ejercida sobre el material debido a la presencia del momento M .



Como se muestra en la figura, este crece linealmente al alejarse del eje neutro. La expresión algebrica asociada es

NOTA: PARA MAS DETALLES REVISAR SECCIONES 8, 9 y 10 de "MECÁNICA DE SÓLIDOS", ESOR E. POPOV.

$$\sigma_{flexión} = \frac{My}{I}$$

donde, y : distancia al eje neutro

I : momento de Inercia

ESFUERZOS DE CORTE

DEBIDO A LA componente en \hat{y} de las fuerzas de tensión T_1 y T_2 , es necesario evaluar los esfuerzos de corte sobre la viga (V). El esfuerzo cortante máximo se encuentra en el eje neutro.*

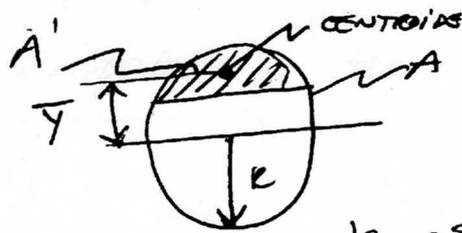
$$\text{ESF. CORTE} \equiv \tau_{xy} = \frac{VQ}{It}$$

donde: V = Fuerza de corte
 I = momento de Inercia de la BARRA
 Q = Momento estático

teóricamente el momento estático se define como?

$$Q = \int y dA = A' \cdot \bar{y}$$

Area Analysis



En este caso, sólo corresponde aplicar este esfuerzo en el pto. (B). Para el pto (A), el esf. de corte asociado a \vec{V} es igual a 0 (0).

De tablas se obtiene que $A' = \frac{\pi R^2}{2}$ e $\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$ siendo R el radio de la sección de la viga.

$$\Rightarrow Q = \frac{\pi R^2}{2} \cdot \frac{4R}{3\pi}$$

DE TABLAS SE TIENE QUE $I_o = \frac{\pi R^4}{4}$

Además: $t = 2 \cdot R$

$$\Rightarrow \tau_{xy} = \frac{V}{\frac{\pi R^4}{4} \cdot 2R} \cdot \frac{\pi R^2}{2} \cdot \frac{4R}{3\pi} = \frac{4V}{3A}$$

Finalmente

Pto (A) esf. normal: $\sigma_x = \sigma_{comp} + \sigma_{flex} = \frac{N}{A} + \frac{My}{I}$

$$\sigma_x = -\frac{F \sin \alpha}{A} + \frac{F \cos \alpha (l_1 + l_2)}{2} \cdot \frac{R}{\frac{\pi R^4}{4}}$$

$$\sigma_x = 4,455F + 1412,23F$$

$$\boxed{\sigma_x = 1416,71 F}$$

esf. corte: $\boxed{\tau_{xy} = 0}$

Pto (B) esf. normal: $\sigma_x = \sigma_{comp} + \sigma_{flex} = \frac{N}{A}$ (eje neutro)

$$\boxed{\sigma_x = 4,455 F}$$

esf. corte: $\tau_{xy} = \frac{4V}{3A} \Rightarrow \boxed{\tau_{xy} = 17,82 F}$

Resp b) Ref.: Sección 11-4 "Mecánica..." E. Popov.

Para el cálculo de esf. principales se tiene que

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

En este ejercicio $\sigma_y = 0$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Pro (A) $\sigma_1 = \sigma_x = 1416,71 \text{ F}$ $\sigma_2 = 0$

Pro (B) $\sigma_1 = -\frac{4,455 \text{ F}}{2} + \sqrt{\left(\frac{4,455 \text{ F}}{2}\right)^2 + (17,82 \text{ F})^2}$

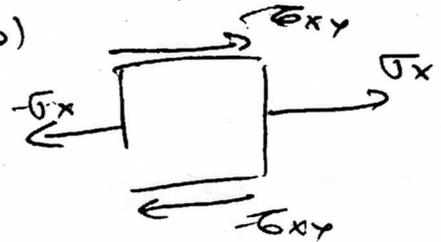
$\sigma_1 = 15,731 \text{ F}$ $\sigma_2 = -20,186 \text{ F}$

Resp c) Referencia: Sección 10.7 "MECÁNICA DE MATERIALES",
R.C. HIBBELER, sexta edición, 2006.

CRITERIOS DE FALLA

• Crit. TRESCA (Teoría de esf. cortante máximo)

Para esfuerzo plano σ_1, σ_2
con signos opuestos



$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{\sigma_y}{3}$$

Pro (A) $|\sigma_x| = \frac{\sigma_y}{3} \Rightarrow F = \frac{\sigma_y}{3.1416,71} \Rightarrow F = 1000 \text{ [N]}$

Pro (B) $|\sigma_1 - \sigma_2| = 35,917 \text{ F} \Rightarrow F = \frac{\sigma_y}{3.35,917} \Rightarrow F = 39.442,8 \text{ [N]}$

CRITERIO VON MISES (TEO. DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN MÁXIMA)

$$\left(\frac{\sigma_y}{3}\right)^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2$$

Pto (A) $\frac{\sigma_y}{3} = |\sigma_1| \quad \checkmark$

Pto (B) $\left(\frac{\sigma_y}{3}\right)^2 = 972,504 F^2$

$$\Rightarrow \boxed{F = 45429 \text{ [N]}}$$

Resp. d) Para diseño mecánico nos interesa la condición más adversa, por lo tanto, se recomienda colocar una carga máxima de 1000 [N] sobre el columna.