R. H. Hernández/U. de Chile ME55A-Aux

PAUTA EJERCICIO N^{o}2 - ME-55A - 22 DE AGOSTO DE 2008

Problema 1

[1] Calcule:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)g(t)dt$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow & \quad \textstyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\delta(t)}{dt} g(t)dt \\
\Leftrightarrow & \quad \delta(t)g(t)|_{-\infty}^{\infty} - \textstyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dg(t)}{dt} \delta(t)dt \\
\Leftrightarrow & \quad 0 - \tfrac{dg(t)}{dt}|_0 \\
\Leftrightarrow & \quad -g'(0)
\end{aligned}$$

[2] La función h se puede describir en base a la función escalón $\theta(t)$ como sigue:

$$h(t) = \theta(t-1) - \theta(t-2)$$

Existen dos opciones para calcular y(t).

a)Considerando el producto convolución:

$$Y(s) = H(s)X(s)$$
$$\Leftrightarrow y(t) = h(t) * x(t)$$
$$\Leftrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) * x(\tau)d\tau$$

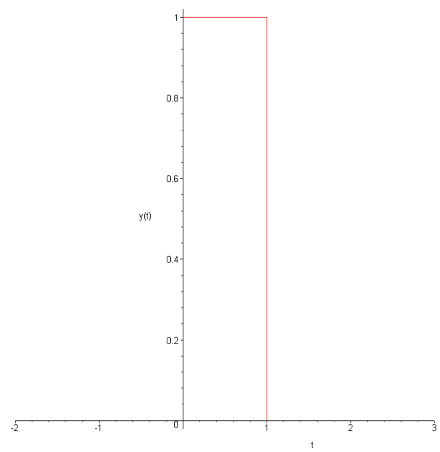
Como $x(\tau) = \delta(\tau + 1)$ entonces la integral se calcula con la propiedad de la delta (cuando $\tau = -1 \Rightarrow \delta(\tau + 1) = \infty$).

$$\Leftrightarrow y(t) = h(t+1) = \theta(t) - \theta(t-1)$$

b)Considerando la transformada y luego antitransformada:

$$H(s) = \frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s}$$
$$X(s) = 1 \cdot e^{s}$$
$$Y(s) = H(s)X(s) = e^{s}(\frac{e^{-s}}{s} - \frac{e^{-2s}}{s})$$
$$Y(s) = (\frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s})$$
$$y(t) = \theta(t) - \theta(t-1)$$

El gráfico de y(t) para la nueva función de entrada es el siguiente:



[3]

a) La definición es correcta y se puede comprobar aplicando la transformada y luego anti-transformada.

$$\delta(t-to) = TF^{-1}(TF(\delta(t-to)))$$
$$= TF^{-1}(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-to)e^{-2\pi j\nu t}dt)$$
$$= TF^{-1}(e^{-2\pi j\nu to})$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu to}e^{2\pi j\nu t}d\nu$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu(t-to)}d\nu$$

b) Siguiendo la misma lógica anterior se tiene que la expresión es correcta.

$$\delta(t+to) = TF^{-1}(TF(\delta(t+to)))$$
$$= TF^{-1}(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-to)e^{-2\pi j\nu t}dt)$$

$$= TF^{-1}(e^{2\pi j\nu to})$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu to} e^{2\pi j\nu t} d\nu$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu(t+to)} d\nu$$

c)En esta caso la expresión es incorrecta.

$$\delta(\nu - \nu_o) = TF(TF^{-1}(\delta(\nu - \nu_o)))$$
$$= TF(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\nu - \nu_o) e^{2\pi j\nu t} d\nu)$$
$$= TF(e^{2\pi j\nu_o t})$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi j\nu_o t} e^{-2\pi j\nu t} dt$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\pi jt(\nu_o - \nu)} dt$$

d)Esta última expresión si es correcta.

$$\delta(\nu + \nu_o) = TF(TF^{-1}(\delta(\nu + \nu_o)))$$
$$= TF(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\nu + \nu_o) e^{2\pi j\nu t} d\nu)$$
$$= TF(e^{-2\pi j\nu_o t})$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi j\nu_o t} e^{-2\pi j\nu t} dt$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi jt(\nu_o + \nu)} dt$$