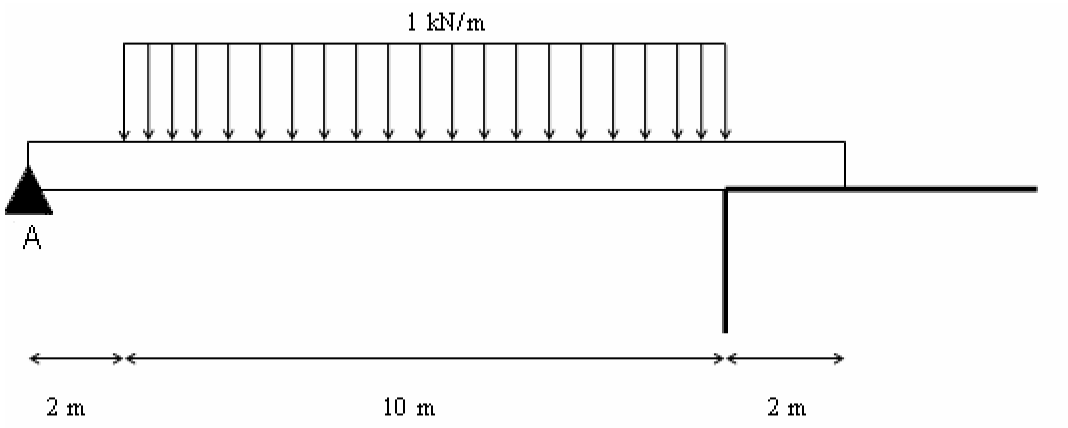
Semestre primavera 2007
(26 de Septiembre)

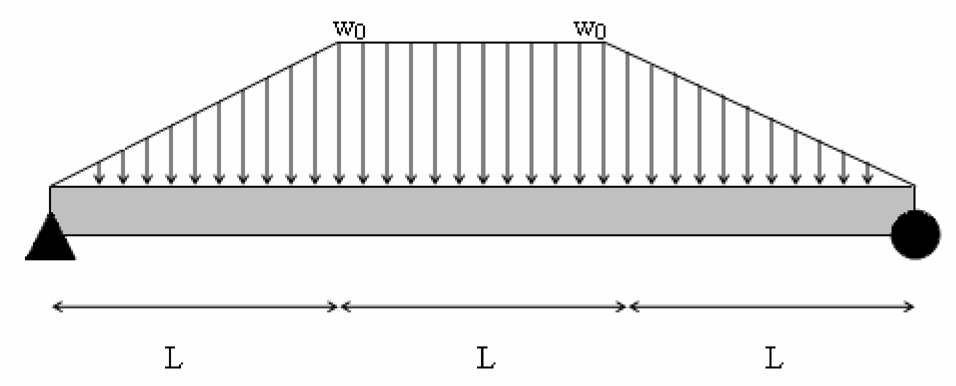
Ejercicio 2

P1. La estructura de la figura está soportada en la rótula A y sobre una superficie sin roce (no genera reacción horizontal) que ejerce una fuerza uniformemente distribuida sobre la viga en sus dos metros de longitud. Determine los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante para la viga. En los gráficos especifique esfuerzos en los límites de cada tramo y esfuerzos máximos.



P2. Determine el momento máximo ($\max|M(x)|$) para la viga de 3L de longitud.

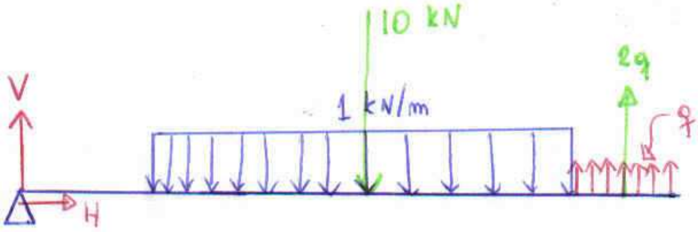
Nota: No grafique el diagrama, sólo se pide el máximo esfuerzo flexionante.



(DURACION: 80 minutos)

PAUTA

Pregunta 1.



i) Reacciones

$\sum F_x = 0 \Rightarrow H = 0$ (1)

$\sum F_y = 0 \Rightarrow V - 10\cdot 1 + q\cdot 2 = 0$ (2)

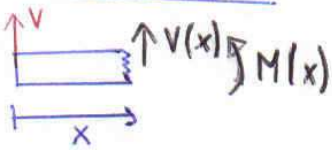
$\sum M_z = 0 \Rightarrow 7\cdot 10\cdot 1 - 13\cdot 2\cdot q = 0$ (3)

(3) $\Rightarrow \boxed{q = 2{,}7\ [kN/m]}$

(2) $\Rightarrow \boxed{V = 4{,}6\ [kN]}$

ii) Diagramas

tramo $x \in [0, 2[$

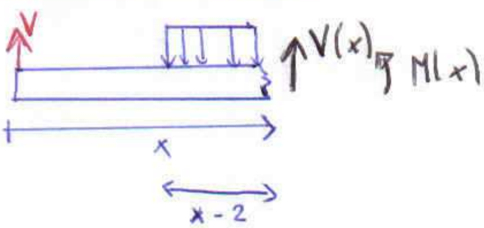


$\sum F_x = 0 \Rightarrow N(x) = 0$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) = -V \Rightarrow \boxed{V(x) = -4{,}6\ [kN]}$

$\sum M_z = 0 \Rightarrow M(x) - Vx = 0 \Rightarrow \boxed{M(x) = 4{,}6x}$

tramo $x \in [2, 12[$



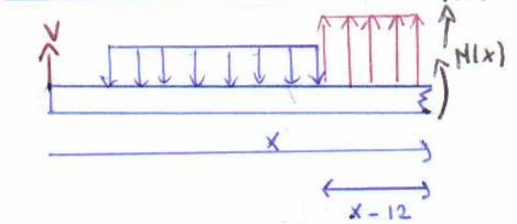
$\sum F_y = 0 \Rightarrow V - 1\cdot(x-2) + V(x) = 0$

$\Rightarrow \boxed{V(x) = x - 6{,}6}$

$\sum M_z = 0 \Rightarrow M(x) + (x-2)\cdot 1\cdot\frac{(x-2)}{2} - Vx = 0$

$\Rightarrow \boxed{M(x) = -\frac{x^2}{2} + 6{,}6x - 2}$

tramo $x \in [12, 14[$



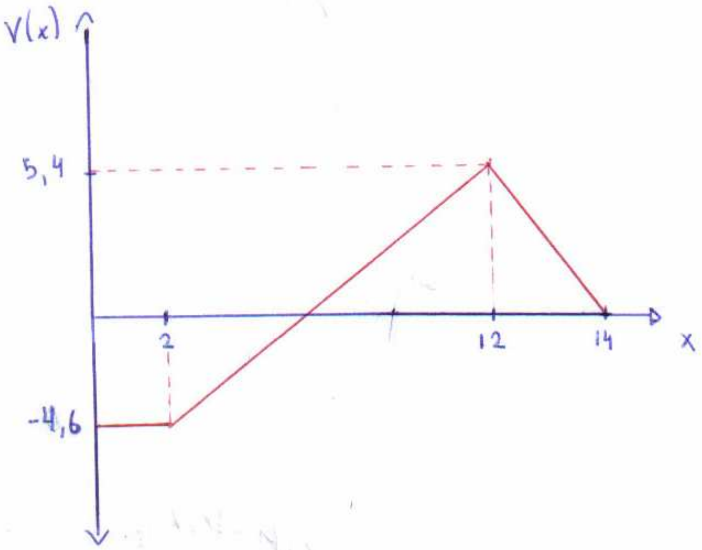
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V(x) + V - 10 \cdot 1 + (x-12) \cdot q = 0$$

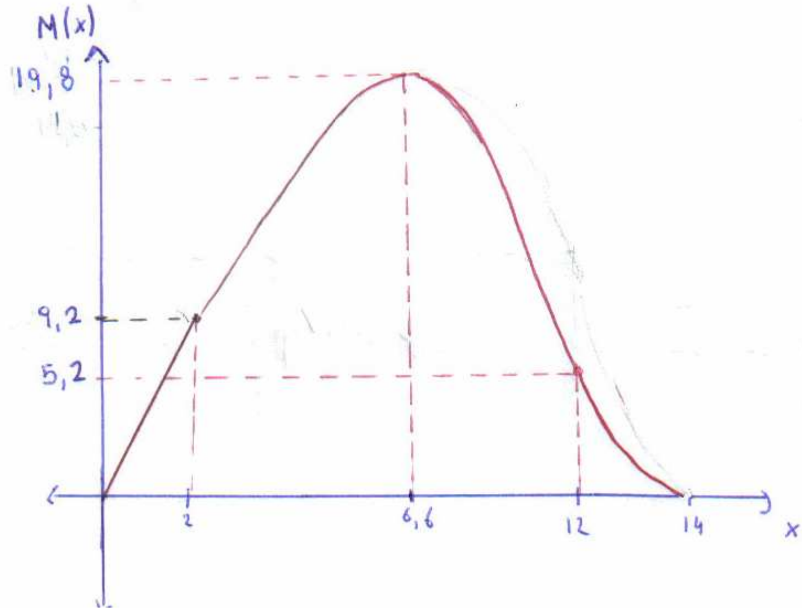
$$\Rightarrow \boxed{V(x) = 37,8 - 2,7x}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow M(x) - \frac{q(x-12)(x-12)}{2} + 1 \cdot 10 \cdot (x-12+5) - Vx = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{M(x) = 1,35x^2 - 37,8x + 264,4}$$

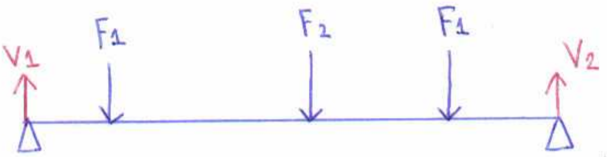
iii) Gráficos de diagramas





Pregunta 2.

i) Reacciones



$F_1 = \frac{W_0 L}{2}$

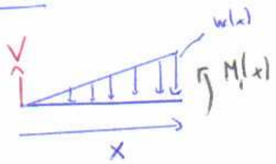
$F_2 = W_0 L$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 2W_0 L$

por la simetría $V_1 = V_2 = V \Rightarrow \boxed{V = W_0 L}$

ii) Cortes

tramo $[0, L[$

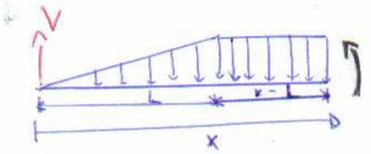


$\frac{w(x)}{w_0} = \frac{x}{L} \Rightarrow w(x) = \frac{x\, w_0}{L}$

$\Rightarrow \Sigma M_z = 0 \Rightarrow M_1(x) + \frac{w(x)\cdot x}{2} \cdot \frac{x}{3} - W_0 L x = 0$

$\Rightarrow \boxed{M_1(x) = W_0 L x - \frac{W_0 x^3}{6L}}$

tramo $[L, 2L[$



$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow M_2(x) + (x-L)\frac{W_0(x-L)}{2} + \frac{W_0 L}{2}\left(x - L + \frac{L}{3}\right) - W_0 L x = 0$

$\Rightarrow \boxed{M_2(x) = W_0 L x - \frac{W_0 (x-L)^2}{2} - \frac{W_0 L}{2}\left(x - \frac{2L}{3}\right)}$

$M_1(x)$ es creciente de $[0, L[$

$M_2(x)$ es una parábola cóncava, creciente en el tramo $[L, \frac{3}{2}L[$

$\Rightarrow M_{máx} = M_2\left(\frac{3}{2}L\right)$ considerando que por la simetría, el tramo $[\frac{3}{2}L, 3L]$ es un espejo de lo de la izquierda

$\Rightarrow M_2\left(\frac{3}{2}L\right) = \frac{3W_0 L^2}{2} - \frac{W_0 L^2}{8} - \frac{W_0 L^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)$

$\Rightarrow \boxed{|M_{máx}| = \frac{23}{24} W_0 L^2}$