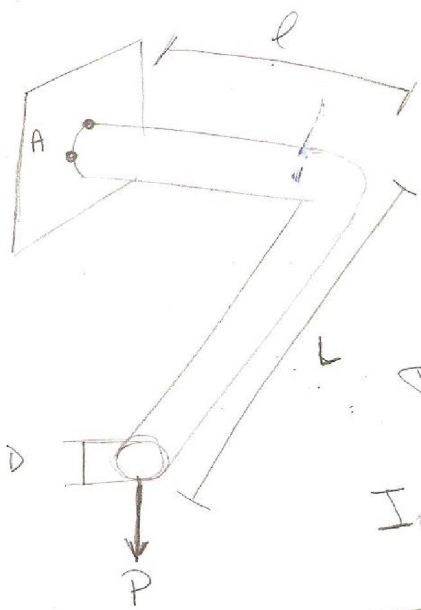

Datos:

$P, \ \sigma_y, \ L = \sqrt{3}\, l, \ N$

Flexión: $P l$

Torsion: $P \cdot L$

$$\sigma = \frac{M \cdot r}{I} \qquad \tau = \frac{T \cdot r}{J}$$

$$I_0 = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$J = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\sigma = \frac{P l D}{2 \frac{\pi D^4}{64}} = \frac{32 P l}{\pi D^3} \ ; \qquad \tau = \frac{P \cdot L D}{2 \frac{\pi D^4}{32}} = \frac{16 P L}{\pi D^3}$$

Esfuerzos principales

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{16 P l}{\pi D^3} \pm \sqrt{\left(\frac{16 P l}{\pi D^3}\right)^2 + \left(\frac{16 P L}{\pi D^3}\right)^2}$$

$$= \frac{16 P}{\pi D^3}\left[l \pm \sqrt{l^2 + 3 l^2} \right] = \frac{16 P}{\pi D^3}\left[l \pm 2 l \right]$$

$$\sigma_1 = \frac{48 l P}{\pi D^3} \ ; \qquad \sigma_2 = -\frac{16 l P}{\pi D^3}$$

criterio de tresca:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq \frac{\sigma_y}{N} \Rightarrow \left|\frac{48 P\ell}{\pi D^3} + \frac{16 P\ell}{\pi D^3}\right| \leq \frac{\sigma_y}{N}$$

$$\left|\frac{64 P\ell}{\pi D^3}\right| \leq \frac{\sigma_y}{N} \Rightarrow \boxed{D \geq \left(\frac{64 P\ell N}{\pi \sigma_y}\right)^{1/3}}$$

criterio Von Misses

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \leq \left(\frac{\sigma_y}{N}\right)^2$$

$$\underbrace{\left(\frac{48 P\ell}{\pi D^3}\right)^2 - \left(\frac{48 P\ell}{\pi D^3}\right)\left(\frac{16 P\ell}{\pi D^3}\right) + \left(\frac{16 P\ell}{\pi D^3}\right)^2}$$

$$\frac{P\ell}{\pi D^3}\left(48^2 - 48 \cdot 16 + 16^2\right)^{1/2} \leq \frac{\sigma_y}{N}$$

$2304 - 768 + 256$

1792

$$\frac{42{,}33 P\ell}{\pi D^3} \leq \frac{\sigma_y}{N} \Rightarrow \boxed{D \geq \left(\frac{42{,}33 P\ell N}{\pi \sigma_y}\right)^{1/3}}$$

EJEMPLO 10.14

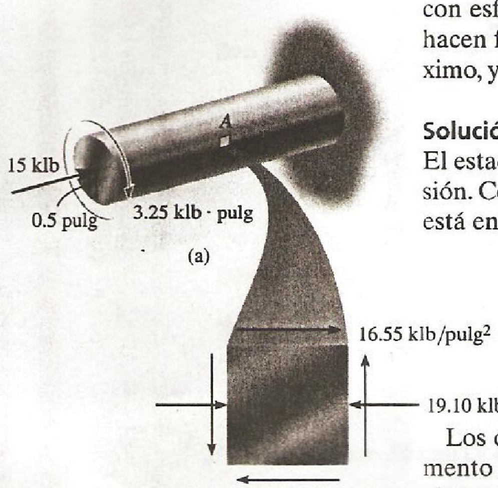

Fig. 10-41

El eje macizo de la figura 10-41*a* tiene 0.5 pulg de radio, y es de acero con esfuerzo de fluencia $\sigma_Y = 36$ klb/pulg^2. Determinar si las cargas hacen fallar al eje, de acuerdo con la teoría del esfuerzo cortante máximo, y con la teoría de la energía de distorsión máxima.

Solución

El estado de esfuerzo en el eje se debe a la fuerza axial y al par de torsión. Como el esfuerzo cortante máximo causado por el par de torsión está en la superficie externa del material,

$$\sigma_x = -\frac{P}{A} = \frac{15\text{ klb}}{\pi(0.5\text{ pulg})^2} = -19.10\text{ klb/pulg}^2$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tc}{J} = \frac{3.25\text{ klb}\cdot\text{pulg }(0.5\text{ pulg})}{\frac{\pi}{2}(0.5\text{ pulg})^4} = 16.55\text{ klb/pulg}^2$$

Los componentes del esfuerzo se muestran actuando sobre un elemento de material en un punto A, en la figura 10-41*b*. En vez de usar el círculo de Mohr, también se pueden obtener los esfuerzos principales con las ecuaciones de transformación de esfuerzo, ecuación 9-5.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2}$$

$$= \frac{-19.10 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-19.10 - 0}{2}\right)^2 + (16.55)^2}$$

$$= -9.55 \pm 19.11$$

$$\sigma_1 = 9.56\text{ klb/pulg}^2$$

$$\sigma_1 = -28.66\text{ klb/pulg}^2$$

Teoría del esfuerzo cortante máximo. Como los esfuerzos principales tienen *signos contrarios*, entonces, según la sección 9.7, el esfuerzo cortante máximo absolutó estará en el plano y así, aplicando la segunda de las ecuaciones 10-27, se obtiene

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq \sigma_Y$$

$$|9.56 - (-28.66)| \overset{?}{\leq} 36$$

$$38.2 > 36$$

Entonces, de acuerdo con esta teoría, habrá falla del material por cortante.

Teoría de la energía de distorsión máxima. Al aplicar la ecuación 10-30, se obtiene

$$(\sigma_1{}^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2{}^2) \leq \sigma_Y$$

$$[(9.56)^2 - (9.56)(-28.66) - (-28.66)^2] \overset{?}{\leq} (36)^2$$

$$1187 \leq 1296$$

Si se usa esta teoría no habrá falla.

PROBL

10-63. U
la teoría d
nos de σ_x

***10-64.** U
la teoría d
nos de σ_x
tienen disti

10-65. La
105 klb/pu
determine
a la placa, s
$0.5\sigma_x$.

10-66. Re
energía má

10-67. El es
magnesio es
es de este ma
a esfuerzos
determine la
acuerdo con l

***10-68.** Res
energía de dis

10-69. Si un
50 klb/pulg^2,
torsión que se
teoría de la en

10-70. Resu
fuerzo cortant

EJEMPLO 10.13

El eje macizo de hierro colado de la figura 10-40a está sometido a un par de torsión de $T = 400$ lb · pie. Determinar su radio mínimo para que no falle, de acuerdo con la teoría del esfuerzo normal máximo. Un espécimen de hierro colado, probado en tensión, tiene esfuerzo último $(\sigma_{\text{últ}})_t = 20$ klb/pulg^2.

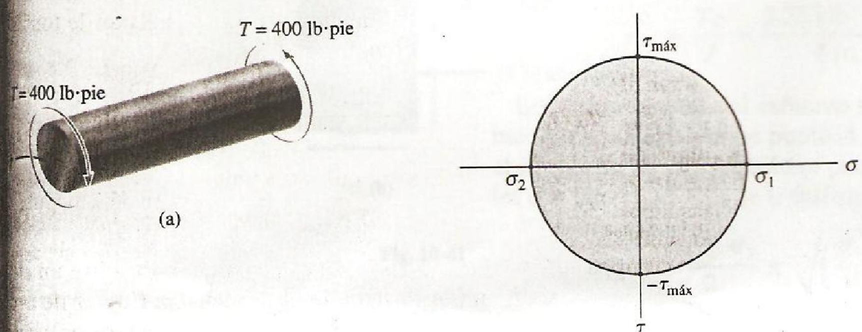

Fig. 10-40

Solución

El esfuerzo crítico o máximo está en un punto ubicado sobre la superficie del eje. Suponiendo que el eje tenga radio r, el esfuerzo cortante es

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J} = \frac{(400\ \text{lb}\cdot\text{pie})(12\ \text{pulg/pie})r}{(\pi/2)r^4} = \frac{3055.8\ \text{lb}\cdot\text{pulg}}{r^3}$$

El círculo de Mohr para este estado de esfuerzo (cortante puro) se ve en la figura 10-40b. Como $R = \tau_{\text{máx}}$, entonces

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{\text{máx}} = \frac{3055.8\ \text{lb}\cdot\text{pulg}}{r^3}$$

La teoría del esfuerzo normal máximo, ecuación 10-31, requiere que

$$|\sigma_1| \leq \sigma_{\text{últ}}$$

$$\frac{3055.8\ \text{lb}\cdot\text{pulg}}{r^3} \leq 20\,000\ \text{lb/pulg}^2$$

Así, el radio mínimo del eje se calcula con

$$\frac{3055.8\ \text{lb}\cdot\text{pulg}}{r^3} = 20\,000\ \text{lb/pulg}^2$$

$$r = 0.535\ \text{pulg}$$ *Resp.*