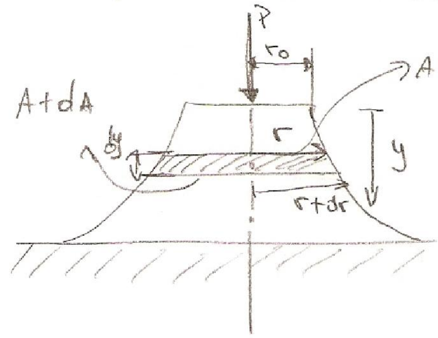
Un sólido de revolución soporta una carga P. El radio en la parte superior es r_0 y su peso específico es γ. Determine como varía el radio con la altura para que el esfuerzo de compresión sea constante en todas las secciones ($\sigma = cte$)



Q : Propio Peso

En y: $\dfrac{P+Q}{A} = \sigma$

En y+dy: $\dfrac{P+(Q+dQ)}{A+dA} = \sigma$

$$\frac{P+Q}{A} = \frac{P+Q+dQ}{A+dA} \Rightarrow \cancel{PA} + PdA + \cancel{QA} + QdA = \cancel{PA} + \cancel{AQ} + AdQ$$

$$(P+Q)\,dA = A\,dQ \Rightarrow \boxed{\frac{dA}{dQ} = \frac{A}{P+Q} = \frac{1}{\sigma}}$$

$A = \pi r^2$

$$dA = \pi(r+dr)^2 - \pi r^2 = \cancel{\pi r^2} + 2\pi r\,dr + \cancel{dr^2}\pi - \cancel{\pi r^2} \approx 2\pi r\,dr$$

$dQ = \gamma \pi r^2 dy$

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{2\cancel{\pi}\cancel{r}\,dr}{\gamma\cancel{\pi}r^{\cancel{2}}dy} \Rightarrow \frac{\gamma\,dy}{2\sigma} = \frac{dr}{r} \Big/ \int \Rightarrow \ln(r) = \frac{\gamma y}{2\sigma} + c$$

Para $y=0 \Rightarrow r = r_0 \Rightarrow c = \ln(r_0)$

se evalúa σ en un pto conocido $\Rightarrow \sigma = \dfrac{P}{\pi r_0^2}$

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = \frac{\gamma \pi r_0^2}{2P} y \Big/ \exp$$

$$\boxed{r(y) = r_0 \exp\left\{\frac{\gamma \pi r_0^2}{2P} y\right\}}$$