

SANTIAGO, 12 DE SEPTIEMBRE DE 2007

CONTROL I - ECUACIONES DE LA FÍSICA-MATEMÁTICA

Problema 1: Suponga que $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ tiene orden n .

- (1) Pruebe que existe una función continua f tal que $T = D^{n+2}T_f$. **0.4**
- (2) Estudie en particular el caso $T = \delta_0$. **0.4**

Problema 2: Sean $g(x) = \left[\left[\frac{x}{2}\right]\right] = \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq \frac{x}{2}\}$ y $\psi(x) = 2 \cos(\pi x)$.

- (1) Determine el orden y el soporte de la distribución DT_g . **0.6**
- (2) Verifique que la distribución ψDT_g está bien definida y es periódica. **0.6**
- (3) Construya su serie de Fourier. **0.6**

Problema 3:

- (1) Encuentre todas las distribuciones que son armónicas y temperadas en $\mathbb{R}^N$.
Sugerencia: determine el soporte de su Transformada de Fourier. **0.8**
- (2) Pruebe que si u es una función armónica en $\mathbb{R}^N$ y $\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x) = 0$, entonces $u \equiv 0$. **0.6**
- (3) Sea $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida mediante $h(x, y) = \sin(x)\sinh(y)$. Diga si la distribución T_h es temperada. **0.6**

Problema 4: Para $\varepsilon > 0$ pequeño considere la distribución

$$A_\varepsilon = \varepsilon^2 D^2 \delta_0 - D \delta_0 - \delta_0 \in \mathcal{E}'(\mathbb{R}).$$

- (1) Encuentre la única solución temperada T_ε de la ecuación $A_\varepsilon * X = \delta_0$ (justifique lo que aparece subrayado). **0.8**
- (2) Estudie el comportamiento de la familia T_ε cuando $\varepsilon \rightarrow 0$. **0.6**

Tiempo: 3 hrs.