CLASE AUXILIAR Y: INTERVALOS DE CONFIANZA Y TEST DE HIPÓTESIS

HÉCTOR OLIVERO Q. - VÍCTOR RIQUELME F.

Problema 1:

En una aseguradora, el número de partes recibidos por siniestros en un día sigue una distribución de Poisson de parámetro λ. Se desea contrastar las hipótesis $H_0: \quad \lambda = 2 \quad vs \quad H_1: \quad \lambda = 1$ Analizar, usando el lema de Neyman-Pearson, si existe la mejor región crítica con un nivel de significancia del 3 %. Para efectuar el contraste, se ha extraido una MAS de 100 días, siendo la media muestral 1.3.

Problema 2:

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una MAS del modelo uniforme sobre el intervalo $(0, \beta)$. Escribir un intervalo de confianza para β si se quiere un nivel de confianza $1 - \alpha$. En particular, escribir el intervalo para $\alpha = 0.1$ si se obtiene una muestra de 4 elementos: $1.32, 1.13, 0.67, 0.27$. Indicación: use como función pivote $T(\vec{X}, \beta) = \frac{X_1, \ldots, X_n}{\beta}$.

Problema 3:

Sean $X_1, \ldots, X_n$, $Y_1, \ldots, Y_m$ muestras aleatorias mutuamente independientes provenientes de las distribuciones $N(\mu_1, \sigma^2)$, $N(\mu_2, \sigma^2)$, donde σ^2 es desconocida.

1. Proponga un test para contrastar $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ v/s $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
2. ¿Cual es su decisión con un error de tipo I del 5 %? Considerando los datos $n = 50$, $m = 60$, $\bar{X}_n = 3.2$, $\bar{Y}_m = 3.7$, $\frac{1}{n} \sum (X_i - \bar{X}_n)^2 = 0.62$, $\frac{1}{m} \sum (Y_j - \bar{Y}_m)^2 = 0.79$.

Problema 4:

Sea $X = (X_1, \ldots, X_n)$ MAS proveniente de la distribución $Beta(\theta, 1)$, con función de densidad dada por $f_X(x|\theta) = \theta x^{\theta - 1}$, con $x \in (0, 1)$ y $\theta > 0$.

1. Muestre que el test más potente de tamaño α para contrastar $H_0 : \theta = \theta_0$ v/s $H_1 : \theta = \theta_1$, con $\theta_1 > \theta_0$ rechaza H_0 para valores grandes del estadístico $T = T(X) = \sum_{i=1}^{n} ln(X_i)$, ie, tiene una región crítica de la forma
$$R^* = \{x \in [0, 1]^n \,|\, T(x) \geq k_\alpha\}$$
2. Demostrar que $-2\theta ln(X_i) \sim \chi^2_2$. Deduzca la distribución de $-2\theta \sum_{i=1}^{n} ln(X_i)$.
3. ¿Cual es la decisión en relación a H_0? Considerando $\theta_0 = 2$, $\theta_1 = 2.8$, $\alpha = 0.05$, $n = 10$, $\sum ln(X_i) = -5.846$. ¿Cuál es el error de tipo II?, ¿El p-valor del test es mayor o menor que 0.05?.