

## CLASE AUXILIAR 4: EFICIENCIA E INTERVALOS DE CONFIANZA.

HÉCTOR OLIVERO Q. - VÍCTOR RIQUELME F.

### Problema 1:

En una caja de un supermercado se mide la llegada de gente cada intervalos de tiempo de 15 minutos. Se realizó 200 mediciones (o sea, se registró el número de intervalos en los cuales llegó  $k$  personas, para 200 intervalos) y se obtuvo lo siguiente:

$k$ (número de personas)	0	1	2	3	4	5	6	7	$>7$
número de intervalos	10	22	49	54	30	16	15	4	0

1. Suponiendo que  $X$ , el número de personas que llega a la caja durante 15 minutos, se distribuye  $Poisson(\lambda)$ , con  $\lambda$  desconocido, encuentre el estimador de máxima verosimilitud  $\hat{\lambda}$  para  $\lambda$ , dada una MAS  $(X_i)_{i=1}^n$
2. Calcule la información de Fisher de  $\lambda$  asociada a  $(X_i)_{i=1}^n$
3. Calcule la varianza del estimador  $\hat{\lambda}$ , despues de verificar que es insesgado.
4. ¿Alcanza  $\hat{\lambda}$  la cota de Cramer-Rao? Concluya.
5. Para la MAS dada al principio, dé una estimación de  $\lambda$

### Problema 2:

Considere una MAS  $T = (T_i)_{i=1}^n$  del tiempo de falla en 100 horas de  $n$  componentes electronicos. Suponga que el tiempo de falla de este tipo de componentes sigue una distribución Weibull con función de densidad dada por

$$f(t|\lambda) = \frac{1}{\lambda} t e^{-\frac{1}{2\lambda} t^2}$$

para  $t > 0$ ,  $\lambda$  fijo.

1. Calcule el estimador de máxima verosimilitud de  $\lambda$ .
2. Muestre que  $\hat{\lambda}$  es consistente
3. Verifique si  $\hat{\lambda}$  es eficiente para  $\lambda$ .
4. Con los datos obtenidos  $n = 10$ ,  $\sum t_i = 9.2$ ,  $\sum t_i^2 = 10$ , calcule la estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad que un componente de este tipo dure más de 100 horas.

### Problema 3:

Una máquina llena paquetes de café de 500 gr. La máquina hace el llenado según una distribución  $N(\mu, \sigma^2)$ , con  $\sigma = 20$ gr. Se sospecha que la máquina está fuera de control. Se selecciona una MAS de 16 paquetes, observandose  $\bar{X}_n = 492$ gr.

1. Dé un intervalo de confianza para la media  $\mu$ , de nivel de confianza 95 %.
2. ¿Que puede concluir?