

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

## Control #3 MA34A

Profesor: Marco Alfaro Sironvalle, Auxiliares: Gonzalo Contador Revetria, Orlando Rivera Letelier.

**P1.** Sean  $X, Y, Z$  variables aleatorias independientes cuya densidad de probabilidad conjunta es

$$f(x, y, z) = 2e^{-x-2y}$$

donde  $x > 0, y > 0, z \in [0, 1]$ . Calcule

- a) La densidad de probabilidad de  $X$
- b)  $\mathbb{P}(\frac{Y}{Z} > 1)$
- c)  $\mathbb{P}(2 < X < Y)$

**P2.** El tiempo de espera en un paradero de micros sigue una distribución exponencial, de media 7 minutos. Si usted lleva tres horas esperando micro, calcule la probabilidad de que una micro no pase en los próximos 5 minutos.

**P3.** a) Sean  $X, Y$  variables aleatorias de igual varianza. Muestre que  $Cov(X + Y, X - Y) = 0$  (2 puntos)

b) Sean  $(X_i)_{i=1}^n$   $n$  variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, con  $\mathbb{E}(X_i) = \mu, \mathbb{V}(X_i) = \sigma^2 \forall i$ . Se define el promedio de las  $n$  variables como

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Calcule  $\mathbb{E}(\bar{X})$  y  $\mathbb{V}(\bar{X})$ . Interprete estos resultados cuando  $n$  tiende a infinito. (4 puntos)

**P4.** ¡Están las notas de probabilidades!... pero los auxiliares olvidaron publicarlas, por lo que sólo ellos y el profesor pueden verlas. El profesor les ha comentado en clases que la distribución de las notas se aproxima a una distribución normal, el promedio fue un 4,5 y que la varianza es de  $(0,7)^2$ . Dado que las notas no están publicadas y los alumnos están ansiosos por saberlas, intentan estimarlas con lo aprendido en el curso.

- a) Explique por qué la distribución normal propuesta por el profesor es sólo una aproximación. (bastan 2 motivos) (1 punto)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido una nota superior a 5,9? (2,5 puntos)
- c) ¿Bajo que nota es posible encontrar al 10% de los alumnos del curso? (2,5 puntos)