

Control 2: Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor: Marco Alfaro S.

Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Gonzalo Contador R.

22 de Septiembre de 2008

- P1.** Usted está en un control de MA34A, siendo cuidado por sus 2 auxiliares. Se sabe que Orlando dice la verdad a sus alumnos en $\frac{8}{9}$ de las ocasiones en que se le pregunta, mientras que Gonzalo lo hace sólo $\frac{4}{5}$.
- En una pregunta en particular, que tiene 9 alternativas, usted les pregunta a ambos auxiliares su opinión respecto a la respuesta correcta y ambos dicen que es la alternativa d . ¿Cuál es la probabilidad de que la respuesta correcta sea la d ?
 - Un alumno le ha preguntado a Gonzalo su opinión respecto a otra pregunta, también de 9 alternativas, y Gonzalo le ha dicho que la alternativa correcta es la e . Sin embargo, éste alumno detectó que Gonzalo mintió (i.e. ya sabe que la alternativa e es incorrecta) y decide preguntarle a Orlando. ¿Cuál es la probabilidad de que Orlando diga que la respuesta correcta es la a ?
- P2.**
- (2 ptos.) Se sabe que la probabilidad de que los diskettes producidos por cierta compañía estén fallados es de 0.01, independientemente unos de otros. La compañía vende diskettes en paquetes de 10 unidades, y ofrece una garantía de devolución del dinero si al menos 2 diskettes del paquete están fallados. Si alguien compra 3 paquetes, ¿cuál es la probabilidad de que tenga que usar la garantía en exactamente 1 de ellos?
 - Se tienen dos monedas, una verde y una naranja. Cuando se tira la moneda verde, la probabilidad de que salga cara es 0.4, y cuando se tira la moneda naranja, la probabilidad de que salga cara es 0.7. Una de estas dos monedas es escogida al azar, y tirada 10 veces.
 - (1 pto.) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 7 de los 10 lanzamientos salgan cara?
 - (3 ptos.) Dado que el primero de los lanzamientos salió cara, ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 7 de los 10 lanzamientos salgan cara?
- P3.**
- (1 pto.) Un sistema de satélites consiste de n componentes, y funciona un día dado si es que al menos k de las n componentes funcionan ese día. En un día lluvioso cada una de las componentes funciona independientemente con probabilidad p_1 , mientras que en un día seco cada una de las componentes funciona independientemente con probabilidad p_2 . Si la probabilidad de que mañana llueva es α , ¿cuál es la probabilidad de que el sistema de satélites funcione mañana?
 - (2 ptos.) Un estudiante se está preparando para dar un importante examen oral. El estudiante se puede levantar con el pie izquierdo o con el pie derecho. Él sabe que si se levanta con el pie derecho, entonces cada uno de sus examinadores lo aprobará con probabilidad 0.8 independientemente unos de otros, mientras que si el estudiante se levanta con el pie izquierdo, ésta probabilidad se reduce a 0.4. Suponga que el estudiante pasa el examen si la mayoría de los examinadores lo aprueban. Si el estudiante siente que tiene la misma probabilidad de levantarse el día del examen con el pie izquierdo que con el pie derecho, ¿qué le conviene más, que el examen tenga 1 examinador o que el examen tenga 3 examinadores?
 - (3 ptos.) Considere $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ variables aleatorias independientes, donde $(\forall i \in \mathbb{N}) X_i \sim Poisson(\lambda_i)$. Muestre que

$$\sum_{i=0}^n X_i \sim Poisson\left(\sum_{i=0}^n \lambda_i\right)$$