

Auxiliar #1 MA34A

Profesor: Marco Alfaro Sironvalle

Auxiliares: Gonzalo Contador Revetria

Orlando Rivera Letelier

8/Agosto/2008

P1. Sea $(\Omega, \beta, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad, $B \subseteq \Omega$, $B \in \beta$ y definimos la función

$$\mathbb{Q} : \beta \longrightarrow [0, 1]$$

tal que

$$\mathbb{Q}(A) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Muestre que $\mathbb{Q}$ es una probabilidad en β

P2. Se tiene un mazo de cartas normal, y se extraen de manera aleatoria, equiprobable y con reposición dos cartas. Calcule:

- a) La probabilidad de que ambas sean del mismo color.
- b) La probabilidad de que ambas sean del mismo tipo.
- c) La probabilidad de que ambas sean del mismo tipo y del mismo color.
- d) La probabilidad de que ambas sean del mismo tipo o del mismo color.
- e) La probabilidad de sacar la misma carta ambas veces.

P3. Sea n un natural fijo. Del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$ se obtienen de manera aleatoria y equiprobable los números a y b . Calcule la probabilidad de que a sea

mayor que b

P4. Sean $\mathbb{P}$ una probabilidad y un considere un espacio muestral con los eventos

A = "Mañana me siento mal"

B = "Mañana no voy a la U"

C = "Mañana no salgo a carretear"

De acuerdo a lo anterior, defina los eventos:

- a) "Mañana salgo a carretear"
- b) "Mañana voy a la U o no salgo a carretear"
- c) "Si me siento mal mañana, no iré a la U, y si no me siento mal mañana voy a la U"
- d) "Mañana puedo salir o no salir a carretear"
- e) "Mañana salgo a carretear y no voy a la U, o mañana me siento mal y no salgo a carretear"

P5. Sea Ω espacio muestral, $\mathbb{P}$ medida de probabilidad y $\beta \subseteq P(\Omega)$, esto es $X \in \beta \Rightarrow X \subseteq \Omega$. β se dirá **no atómico** si se cumple que

$$\forall X \in \beta, \exists Y \subseteq X, 0 \leq \mathbb{P}(Y) < \mathbb{P}(X)$$

Pruebe que si existe $x \in \Omega$ tal que $\{x\} \in \beta$, entonces β no puede ser no atómico.

P6. Dos estudiantes de probabilidades viajan en tren al sur. Ellos saben que en el campo hay 3 tipos de vacas: unas que son blancas, otras que son negras y otras que tienen un lado blanco y otro lado negro. Desde el tren, a las vacas sólo se les vé un lado (las vacas están volteadas hacia uno u otro lado de manera equiprobable).

Los estudiantes ven una vaca que por un lado es negra. Uno afirma que la probabilidad de que la vaca sea completamente negra es $1/2$, mientras que el otro afirma que esta probabilidad es $2/3$. ¿Cuál de ellos tiene la razón, si es que alguno la tiene?