

Control 3 - Probabilidades y Procesos Estocásticos - 2008

Profesor: Iván Rapaport
Auxiliar: Abelino Jiménez

Pregunta 1.

a.- (3 puntos) Sea $p \in [0, 1]$. Una barra de largo 1 se corta en un punto U uniformemente distribuido en $[0, 1]$. Determine el largo esperado de la sub-barra que contiene al punto p .

b.- (3 puntos) Un accidente ocurre en un punto X uniformemente distribuido en una carretera de largo L . En ese mismo instante una ambulancia se encuentra en un punto Y también uniformemente distribuido. Determine la distancia esperada entre la ambulancia y el accidente.

Pregunta 2.

a.- (3 puntos) Supongamos que el resultado de un experimento sigue una uniforme $(0, 80)$. Suponga que éste se va repetir 100 veces y cada vez de modo independiente. Sea X el máximo valor que alcance el experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que X sea mayor que 40?

b.- (3 puntos) Hay n islas. La probabilidad de que el tesoro esté en alguna de las islas es 0.5. El tesoro tiene la misma probabilidad de encontrarse en cualquiera de las islas. Si usted es un pirata que ha visitado $n - 1$ islas y en ninguna estaba el tesoro ¿Cuál es la probabilidad de que éste se encuentre en la n -ésima isla?

Pregunta 3.

a.- (3 puntos) Sean X e Y variables aleatorias discretas independientes con funciones de densidad discreta dadas por:

$$\mathbb{P}(X = k) = \mathbb{P}(Y = k) = p(1 - p)^k \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

Encuentre la densidad discreta de $X + Y$ en $\{0, 1, 2, \dots\}$

b.- (3 puntos) Bajo las mismas hipótesis de la parte anterior, demuestre que

$$\mathbb{P}(X = k \mid X + Y = n) = \frac{1}{n + 1}$$

Tiempo: 3.5 horas.