

AUXILIAR N°6. DISTRIBUCIONES DE V.A.

PROFESOR: IVÁN RAPAPORT Z.

AUXILIAR: ABELINO JIMÉNEZ G.

Resumen

Otras Distribuciones Discretas.

- Geométrica (p)

Sea $p \in (0, 1]$. Si $X \sim Geometrica(p)$ se tiene

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1}p \quad k \in \mathbb{N}$$

- Poisson(λ)

Sea $\lambda > 0$. Si $X \sim Poisson(\lambda)$ se tiene

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad k \geq 0$$

Distribuciones Continuas

- Uniforme en $[0, 1]$

Si $X \sim Uniforme[0, 1]$ se tiene

$$f_X(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \in [0, 1] \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- Exponencial(λ)

Sea $\lambda > 0$. Si $X \sim Exponencial(\lambda)$ se tiene

$$f_X(u) = \lambda e^{-\lambda u} \quad u > 0$$

- Gamma(α) con $\alpha > 0$

Sea $\alpha > 0$. Si $X \sim Gamma(\alpha)$ se tiene

$$f_X(u) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \cdot u^{\alpha-1} e^{-u} \quad u > 0$$

- Beta(α, β)

Sean $\alpha > 0, \beta > 0$. Si $X \sim Beta(\alpha, \beta)$ se tiene

$$f_X(u) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \cdot u^{\alpha-1} (1 - u)^{\beta-1} \quad 0 < u < 1$$

$$\text{donde } B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)}$$

- Normal $N(\mu, \sigma^2)$
Sea $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, se tiene

$$f_X(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad y \in \mathbb{R}$$

Ejercicios

1. Sea X v.a. con densidad f_X , con $f_X = 0 \quad \forall x < 0$. Sea L v.a. con $P(L = 1) = P(L = -1) = \frac{1}{2}$ independiente de X .
Define $W = L \cdot X$. Prueba que W es simétrica, ie $P(W > x) = P(W < -x)$. f_W es par.
2. Sea X v.a. con densidad f_X . Sea $W = e^{X^2}$. Calcula f_W
3. Sean $X_1, \dots, X_n \sim \text{Poisson}(\lambda)$ independientes.
Defina $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$. Calcula la distribución de Y , i.e, calcula $P(Y = k)$
4. Sean $X_1, \dots, X_n \sim \exp(\lambda_i)$ independientes.
Prueba que $Y = \min(X_1, \dots, X_n) \sim \exp\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)$.
5. Sea $\sigma > 0$, $\mu \in \mathbb{R}$. Sabemos que $Z \sim N(\mu, \sigma)$ si su densidad f_Z verifica que

$$f_Z(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{s-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

Sea $X \sim N(0, 1)$. Defina $Y = \mu + \sigma X$. Prueba que $Y \sim N(\mu, \sigma)$

6. Sea $X \sim U(-1, 1)$. Encuentra la densidad de la v.a. $-\ln(|x|)$