

AUXILIAR N°3. INDEPENDENCIA

PROFESOR: IVÁN RAPAPORT Z.

AUXILIAR: ABELINO JIMÉNEZ G.

Resumen

Definición

A y B son independientes si

$$P(A \mid B) = P(A)$$

Propiedades

(1) $\emptyset$ y Ω son independiente a todo evento.-Subaditividad.

(2) A y B independientes $\Rightarrow A$ y B^C independientes

(3) A independiente a $A \Rightarrow P(A) = 1 \vee P(A) = 0$

Definición

$A_1, \dots, A_n$ independientes entre sí, si verifican

$$P(\bigcap_{l=1}^k A_{i_l}) = \prod_{l=1}^k P(A_{i_l})$$

$$\forall 1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$$

Propiedad

$A_1, \dots, A_n$ independientes entre sí, entonces $B_1, \dots, B_n$ son independientes entre sí, donde

$$B_1 = A_1 \vee A_1^C$$

$$\vdots$$

$$B_n = A_n \vee A_n^C$$

Definición

$(A_n : n \in \mathbb{N})$ son independientes entre sí, si $\forall I \subset \mathbb{N}$, I finito, se tiene que $(A_n : n \in I)$ independiente entre sí.

Ejercicios

1. Se tiene una moneda con probabilidad p de obtener cara. Si se realizan n lanzamientos independientes. Determinar el n que logra establecer que la probabilidad de obtener al menos una cara es mayor a $\frac{1}{2}$
2. Se escogen dos puntos de manera equiprobable e independientemente en $[0,1]$. Calcula la probabilidad de que estén a una distancia mayor que $d \in [0, 1]$, sabiendo que la suma de ambos es menor que 1.
3. Probar que si $A_1, \dots, A_n$ son independientes, entonces

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(A_i))$$

4. Demostrar que la probabilidad de que al escoger al azar dos números naturales $x, y \geq 2$ que sean primos relativos es $\frac{6}{\pi^2}$