

Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Escuela de Ingeniería.

Auxiliar 13 MA33A-1
Profesor de Cátedra: Raúl Gormaz
Profesor Auxiliar: Eugenio Quintana
Fecha: 19 de Noviembre del 2008

EDP

Problema 1. Se desea resolver numéricamente la ecuación en derivadas parciales

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

con condición inicial $u(x, 0) = u_0(x)$ y condición de borde $u(0, t) = u(L, t) = 0$. Use la notación $U_j^n = u(j\Delta x, i\Delta t)$ para la solución exacta en los puntos de cierta discretización, W_j^n para la aproximación numérica que se calculará, y $r = V \frac{\Delta t}{\Delta x}$. Se proponen 3 métodos que consisten en discretizar las derivadas parciales como sigue:

- a. Diferencia centrada para x , diferencia adelante para t .
 - b. Diferencia centrada para x , diferencia atrás para t .
 - c. Diferencia adelante para x , diferencia atrás para t .
1. Escriba en cada caso la discretización que resulta para la ecuación explicitando el error de aproximación para las derivadas.
 2. Escriba matricialmente los 3 métodos, explicitando la relación entre W^n y W^{n+1} .
 3. Estudie la estabilidad de los tres métodos, analizando los radios espectrales de las matrices correspondientes a cada uno. Según su análisis, cuales serían las condiciones de convergencia de cada uno.