

Universidad de Chile.
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
Escuela de Ingeniería.

Auxiliar 8 MA33A-1
Profesor de Cátedra: Raúl Gormaz
Profesor Auxiliar: Eugenio Quintana
Fecha: 8 de Octubre del 2008

EDO

Problema 1. Dada la ecuación:

$$x' = -\alpha x$$
$$x(0) = 1$$

Determinar que valores de h hacen que las soluciones numéricas para los métodos de Euler Modificado y RK2 sean similares a la solución exacta, y explicar que comportamientos presentan el resto de los h . Explique usando gráficos. ¿Qué sugiere hacer para RK4?

Problema 2. Demuestre que si F es una función Lipschitz entonces ϕ también lo es en el método RK2. Para ello recuerde que:

$$\phi(x_n, t_n, h) = \frac{1}{2} \{F(x_n, t_n) + F(x_n + hF(x_n, t_n), t_n + h)\}$$

Problema 3. [Problema 3, Control 2, Primavera 2007]. Para la ecuación diferencial (problema de valor inicial) $y' = f(y)$, $y(0) = y_0$ se propone el método de un paso dado por $y_{n+1} = y_n + \Delta t \phi(y_n, t_n, \Delta t)$, donde $\phi(y_n, t_n, \Delta t) = \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$, con:

$$k_1 = f(y)$$
$$k_2 = f\left(y + \frac{\Delta t}{2}k_1\right)$$
$$k_3 = f(y + \Delta tk_1)$$

1. Explique de qué método de integración numérica podríamos habernos inspirado para inventarlo. Justifique.
2. Encuentre la expresión que se obtiene para $y_1 \approx y(\Delta t)$ en el problema $y'' = -y$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
3. Determine el error local del método y verifique que es consistente.